

## 基于 Terminal 滑模的动能拦截器末制导律研究

汤一华，陈士橹，徐敏，万自明

(西北工业大学航天学院，陕西西安 710072)

**摘要：**针对大气层外动能拦截器的精确拦截问题，给出了一种基于 Terminal 滑模的鲁棒末制导律设计方法。在不考虑动能拦截器姿态运动的情况下，建立了动能拦截器纵向平面和侧向平面内的相对运动方程，并通过在末制导滑模中引入非线性项，去除了传统变结构制导律中的切换项，保证制导系统具有全局快速性。仿真结果表明 Terminal 滑模应用于动能拦截器精确末制导律设计中的有效性，较之传统的比例导引和变结构制导方法，能有效抑制视线的发散，对目标机动具有更强的鲁棒性，并具有更高的拦截精度。

**关键词：**动能拦截器；末制导；Terminal 滑模

**中图分类号：**V412.4   **文献标识码：**A   **文章编号：**1009-3516(2007)02-0022-04

动能拦截器是一种精确而轻小的制导武器，它依靠相对于目标高速飞行的动能，通过直接碰撞摧毁飞行中的弹道导弹或卫星目标<sup>[1]</sup>。动能拦截器通常是指新一代高层拦截防空导弹的末级，它在被送到需要高度、达到需要速度并捕获目标后的末段飞行中必须具有很高的制导精度，从而能确保完成拦截任务<sup>[2]</sup>。

由于动能拦截器末制导过程中的相对运动方程是复杂的非线性方程，且存在各种偏差和干扰影响，因此，近年来将鲁棒性指标引入到末制导设计中受到特别的重视<sup>[3-6]</sup>。Terminal 滑模控制策略<sup>[7-9]</sup>是在传统滑动超平面的设计中引入非线性函数，使得在滑模面上跟踪误差能够在有限时间内收敛到零，且控制律中不含切换项，从而能有效消除抖振现象。本文将全局快速 Terminal 滑模控制方法引入到大气层外动能拦截器末制导律的设计中，得到了一种对目标机动具有鲁棒性，且比传统变结构末制导律具有更好精度的末制导律。

## 1 模型的建立

由于动能拦截器的末制导时间较短，可忽略各种轨道摄动力的影响，因此动能拦截器的质心运动数学模型中可只考虑重力和拦截器轨控发动机推力的影响，其质心运动方程如下：

$$\begin{cases} \dot{v}_m = g_{mx_2} + a_{mx_2} \\ v_m \dot{\theta}_m = g_{my_2} + a_{my_2} \\ -v_m \cos \theta_m \dot{\psi}_{vm} = g_{mx_2} + a_{mx_2} \\ \dot{x}_m = v_m \cos \theta_m \cos \psi_{vm} \\ \dot{y}_m = v_m \sin \theta_m \\ \dot{z}_m = -v_m \cos \theta_m \sin \psi_{vm} \\ \dot{m} = -\sum_{i=1}^n |T_i| / (g_0 I_{si}) \end{cases} \quad (1)$$

收稿日期：2006-06-06

基金项目：航天支撑技术基金资助项目(XC01)

作者简介：汤一华(1978-)，男，江苏常州人，博士生，主要从事飞行器动力学与控制研究；

陈士橹(1920-)，男，浙江东阳人，中国工程院院士，教授，博士生导师，主要从事弹性飞行器动力学与控制研究。

式中:  $v_m$ 、 $\theta_m$  和  $\psi_m$  分别代表动能拦截器的速率、弹道倾角和弹道偏角;  $x_m$ 、 $y_m$  和  $z_m$  代表动能拦截器在惯性坐标系中的位置坐标;  $a_{mx_2}$ 、 $a_{my_2}$  和  $a_{mz_2}$  分别代表动能拦截器推力加速度在弹道坐标系各轴上的分量;  $g_{mx_2}$ 、 $g_{my_2}$  和  $g_{mz_2}$  分别代表动能拦截器重力加速度在弹道坐标系各轴上的分量;  $m$  为动能拦截器的质量;  $T_i$  为第  $i$  个轨控发动机的推力值;  $I_{si}$  为第  $i$  个轨控发动机的比冲;  $n$  为动能拦截器上轨控发动机的总个数。

在目标/拦截器视线坐标系( $ox_s, y_s, z_s$ )中,设  $R$  为目标与拦截器之间的相对距离,  $q_\epsilon$  为视线高低角,  $q_\beta$  为视线方位角,则相对运动方程可表示为

$$\begin{cases} \dot{R} = \frac{x_r \dot{x}_r + y_r \dot{y}_r + z_r \dot{z}_r}{\sqrt{x_r^2 + y_r^2 + z_r^2}} \\ \dot{q}_\epsilon = \frac{(x_r^2 + z_r^2) \dot{y}_r - y_r (x_r \dot{x}_r + z_r \dot{z}_r)}{(x_r^2 + y_r^2 + z_r^2) \sqrt{x_r^2 + z_r^2}} \\ \dot{q}_\beta = \frac{z_r \dot{x}_r - x_r \dot{z}_r}{x_r^2 + z_r^2} \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $x_r = x_t - x_m$ 、 $y_r = y_t - y_m$ 、 $z_r = z_t - z_m$  分别为  $R$  在惯性坐标系中的各分量。

## 2 Terminal 滑模末制导律设计

为研究动能拦截器的末制导律,选取视线坐标系作为末制导过程中目标/拦截器相对运动的参考系。在末制导过程中,姿态控制系统使动能拦截器的滚动角为零,这样,目标/拦截器的相对运动可以解耦成纵向平面和侧向平面内的运动。

以纵向平面内的运动为例,设在  $\Delta t$  时间内,视线高低角的增量为  $\tilde{q}_\epsilon$ ,经推导可得<sup>[5]</sup>

$$\ddot{\tilde{q}}_\epsilon = -\frac{2\dot{R}}{R}\dot{\tilde{q}}_\epsilon - \frac{\ddot{R}}{R}\tilde{q}_\epsilon + \frac{a_{ty_s} - a_{my_s}}{R} \quad (3)$$

上式中:  $a_{my_s}$  和  $a_{ty_s}$  分别代表动能拦截器和目标机动加速度在  $oy_s$  轴上的分量。

取状态变量  $x_1 = \tilde{q}_\epsilon$ ,  $x_2 = \dot{\tilde{q}}_\epsilon$ , 则由式(3)可得纵向平面内相对运动的状态方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\dot{R}/R & -2\dot{R}/R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1/R \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 1 \\ 1/R \end{bmatrix} f \quad (4)$$

其中:  $u = a_{my_s}$  为控制量;  $f = a_{ty_s}$  视为干扰量。

在末制导过程中,只需使视线转动角速度趋于零,即可保证动能拦截器直接碰撞杀伤目标。因此,在制导过程中应使  $\dot{\tilde{q}}_\epsilon$  和  $\tilde{q}_\epsilon$  趋于零,设计全局快速 Terminal 滑动模态为

$$s = \dot{x}_1 + \alpha_0 x_1 + \beta_0 x_1^{q_0/p_0} \quad (5)$$

式中,  $\alpha_0$ 、 $\beta_0$ 、 $p_0$  和  $q_0$  ( $p_0 > q_0$ ) 为正奇数。

为使系统状态能够到达 Terminal 滑模,且在到达滑模的过程中具有优良的动态特性,需要构造一定的滑模趋近律。这里,选取系统式(4)的滑模趋近律为

$$\dot{s} = -\phi s - \gamma s^{q/p} \quad (6)$$

式中,  $\phi, \gamma > 0$ ,  $p$  和  $q$  ( $p > q$ ) 为正奇数。

由方程(4)、(5)、(6)可得纵向平面内 Terminal 滑模制导的精确表达式为

$$u = R(-\dot{R}/Rx_1 - 2\dot{R}/Rx_2 + \alpha_0 \dot{x}_1 + \beta_0 q_0/p_0 x_1^{(q_0-p_0)/p_0} x_1 + \phi s + \gamma s^{q/p} + f/R) \quad (7)$$

在实际末制导过程中,目标机动加速度干扰  $f$  一般无法精确得到。考虑到 Terminal 滑模制导的鲁棒性,可将式(7)改写为

$$u = R(-\dot{R}/Rx_1 - 2\dot{R}/Rx_2 + \alpha_0 \dot{x}_1 + \beta_0 q_0/p_0 x_1^{(q_0-p_0)/p_0} x_1 + \phi s + \gamma s^{q/p}) \quad (8)$$

又由于 Terminal 滑模制导律对参数摄动具有鲁棒性,且在动能拦截器末制导过程中  $\dot{R}$  变化不大,因此可以假定  $\dot{R}$  为常数。令  $\dot{R} = \dot{R}(0)$ ,  $\dot{R} = 0$ , 其中  $\dot{R}(0)$  为末制导初始时刻相对距离变化率的估计值,代入式(8)则可简化得到动能拦截器纵向平面内的 Terminal 滑模制导律为

$$a_{my_1} = \left( -2\dot{R}(0) + R\alpha_0 + R\beta_0 \frac{q_0}{p_0} q_s^{(q_0-p_0)/p_0} \right) q_s + R(\phi s + \gamma s^{q/p}) \quad (9)$$

同理可得动能拦截器侧向平面内的 Terminal 滑模制导律为

$$a_{mx_1} = \left( 2\dot{R}_1(0) - R_1\alpha_0 - R_1\beta_0 \frac{q_0}{p_0} q_\beta^{(q_0-p_0)/p_0} \right) q_\beta - R_1(\phi s_1 + \gamma s_1^{q/p}) \quad (10)$$

式中,  $R_1 = R \cos q_s$ ,  $s_1 = \dot{q}_\beta + \beta_0 \tilde{q}_\beta^{(q_0-p_0)}$ ,  $\dot{R}_1(0)$  为末制导初始时刻  $\dot{R}_1$  的估计值。

### 3 仿真分析

下面给出一大气层外动能拦截器 Terminal 滑模末制导(TSMG)仿真算例, 仿真中假设动能拦截器的姿控系统使弹体纵轴理想跟踪视线, 也即弹体坐标系( $ox_1y_1z_1$ )与视线坐标系重合, 进而可得弹体坐标系中的推力加速度  $a_{my_1} = a_{my_1}$ ,  $a_{mx_1} = a_{mx_1}$ 。文中还将 TSMG 仿真结果与比例导引(PN)和传统变结构制导(VSG)的仿真结果进行了比较。其中 PN 制导律的表达式为

$$\begin{cases} a_{my_1} = N |\dot{R}(0)| \dot{R}_s \\ a_{mx_1} = -N |\dot{R}_1(0)| \dot{R}_\beta \end{cases}$$

仿真中, 选取比例系数  $N = 4.0$ 。VSG 制导律的表达式为

$$\begin{cases} a_{my_1} = (k+1) |\dot{R}(0)| q_s + \varepsilon q_s / (|q_s| + \delta) \\ a_{mx_1} = -(k+1) |\dot{R}_1(0)| q_\beta - \varepsilon q_\beta / (|q_\beta| + \delta) \end{cases}$$

应用 VSG 进行末制导仿真时取参数  $k = 3$ ,  $\varepsilon = 1.0$ ,  $\delta = 10^{-5}$ 。

末制导开始时刻动能拦截器与目标之间的相对距离  $R = 300$  km,  $q_s = 55.7^\circ$ ,  $q_\beta = -93.0^\circ$ ,  $\theta_m = 5.8^\circ$ ,  $\psi_m = -1.164.8^\circ$ ,  $v_m = 6.022$  km/s; 轨控发动机稳态最大推力 485 N, 比冲 283 s; Terminal 滑模末制导律中参数取值为:  $\alpha_0 = 2$ ,  $\beta_0 = 0.1$ ,  $p_0 = 7$ ,  $q_0 = 5$ ,  $p = 11$ ,  $q = 9$ ,  $\phi = 20$ ,  $\gamma = 1$ , 制导指令更新周期为 0.02 s。当动能拦截器与目标间的相对距离小于 300 m 时, 轨控发动机关机, 末制导过程结束。仿真中假设当  $R = 30$  km 时, 目标开始在弹道坐标系的  $oy_2$  和  $oz_2$  轴方向上分别施加常值机动加速度  $a_{by_2}$  和  $a_{bz_2}$ 。仿真主要结果如表 1 和图 1~图 6 所示。

由仿真结果可以看出, 当目标不机动时, 比例导引、传统变结构制导和 Terminal 滑模末制导的拦截精度几乎相同, 都能获得极小的拦截脱靶量。当目标具有机动加速度时, 比例导引和传统变结构制导的视线角速率发散较早, 拦截脱靶量较大, 而 Terminal 滑模末制导能始终将视线角速率限制在较小的范围内, 抑制视线角速率的发散, 在目标具有较大机动加速度的情况下, 仍能获得较小的脱靶量, 保证拦截器碰撞杀伤目标。

表 1 不同目标机动情况下各种末制导律的脱靶量

目标机动方式	$a_{by_2} = 0, a_{bz_2} = 0$	$a_{by_2} = 3g, a_{bz_2} = 0$	$a_{by_2} = 0, a_{bz_2} = 3g$	$a_{by_2} = 3g, a_{bz_2} = 3g$
PN 脱靶量/m	0.0022	0.2914	38.0316	362.1696
VSG 脱靶量/m	0.0016	0.2088	0.2624	88.3839
TSMG 脱靶量/m	0.0013	0.1747	0.1829	0.3635

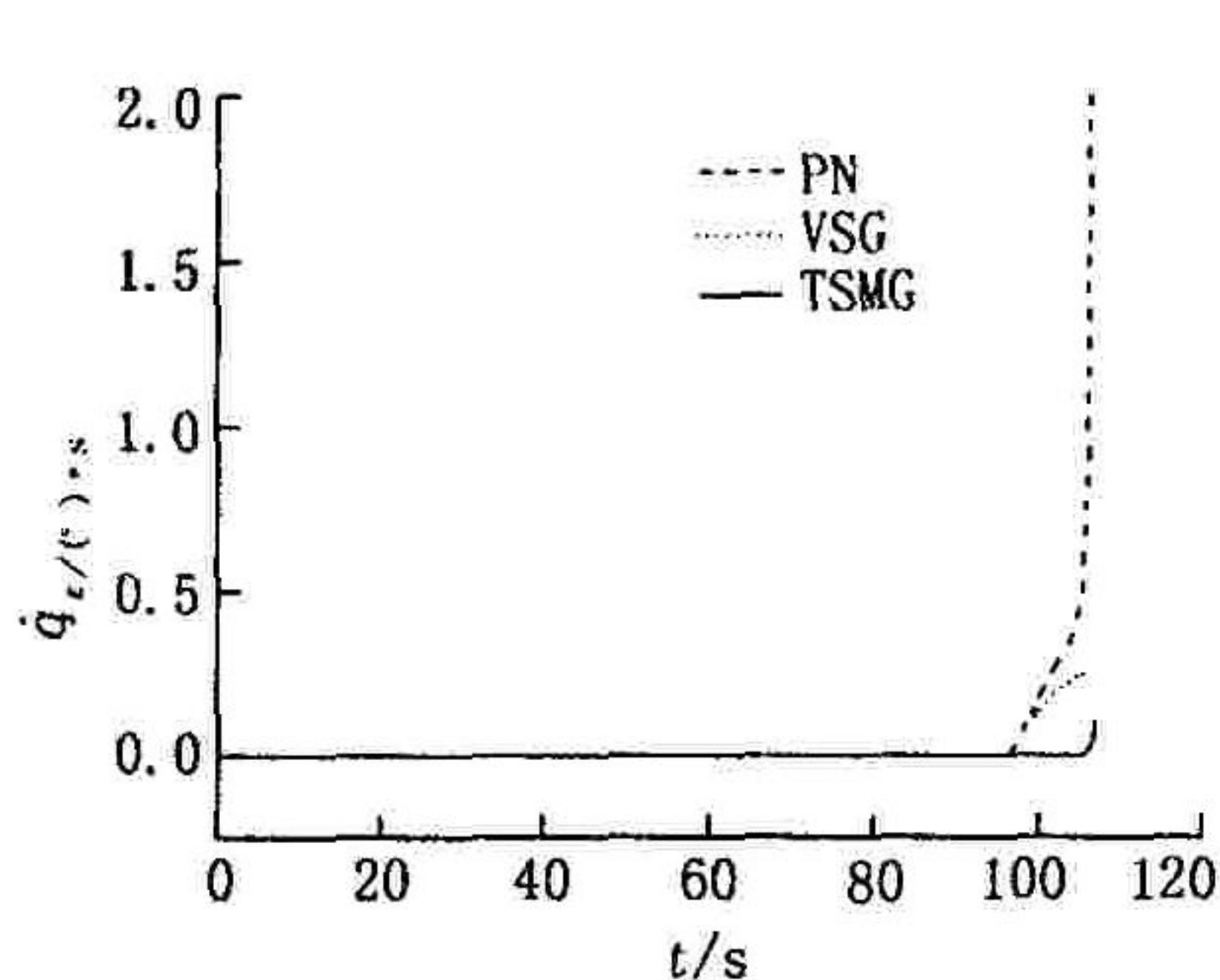


图 1  $a_{by_2} = 0, a_{bz_2} = 3g$  时  $q_s$  的变化

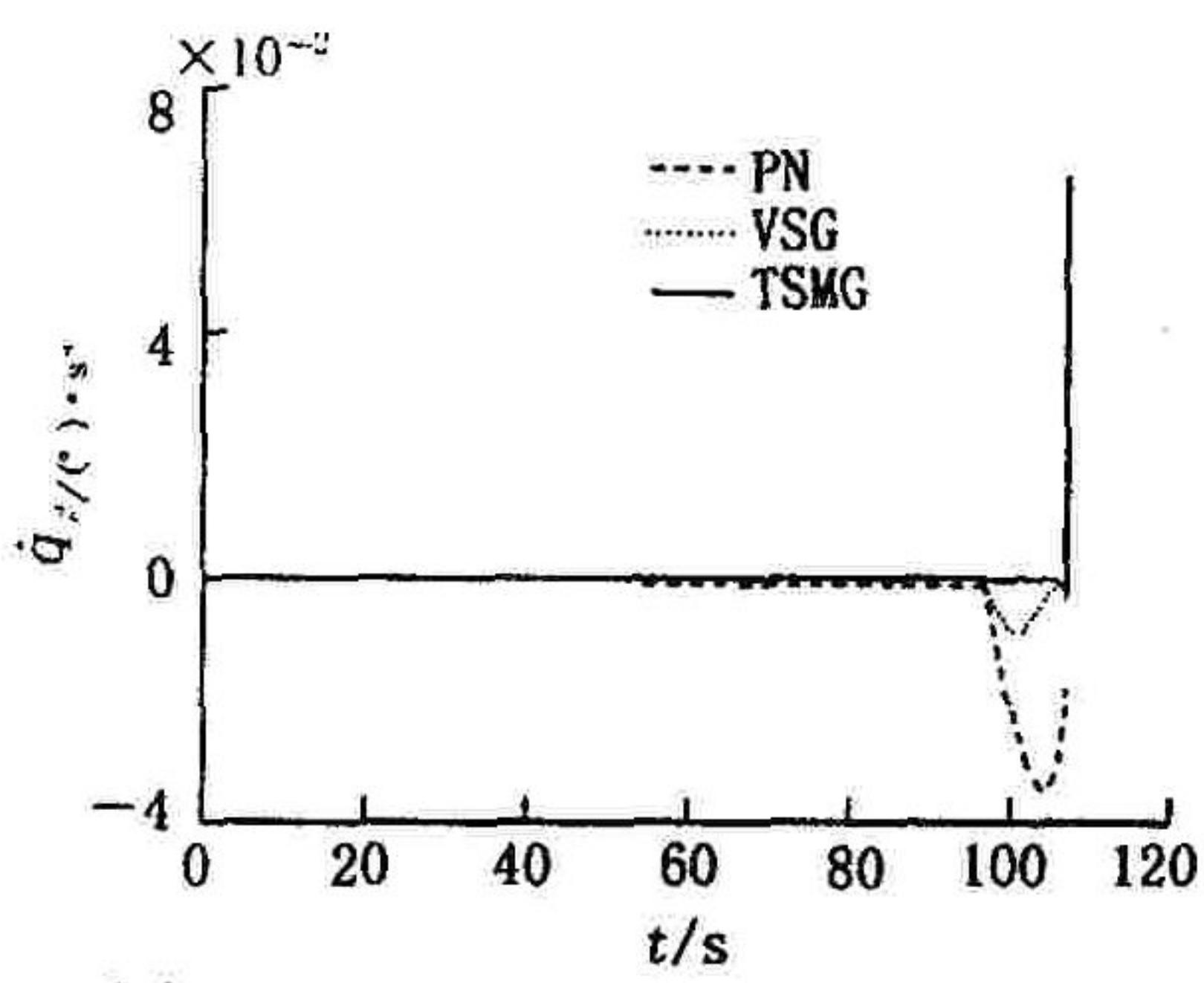


图 2  $a_{by_2} = 0, a_{bz_2} = 3g$  时  $q_\beta$  的变化

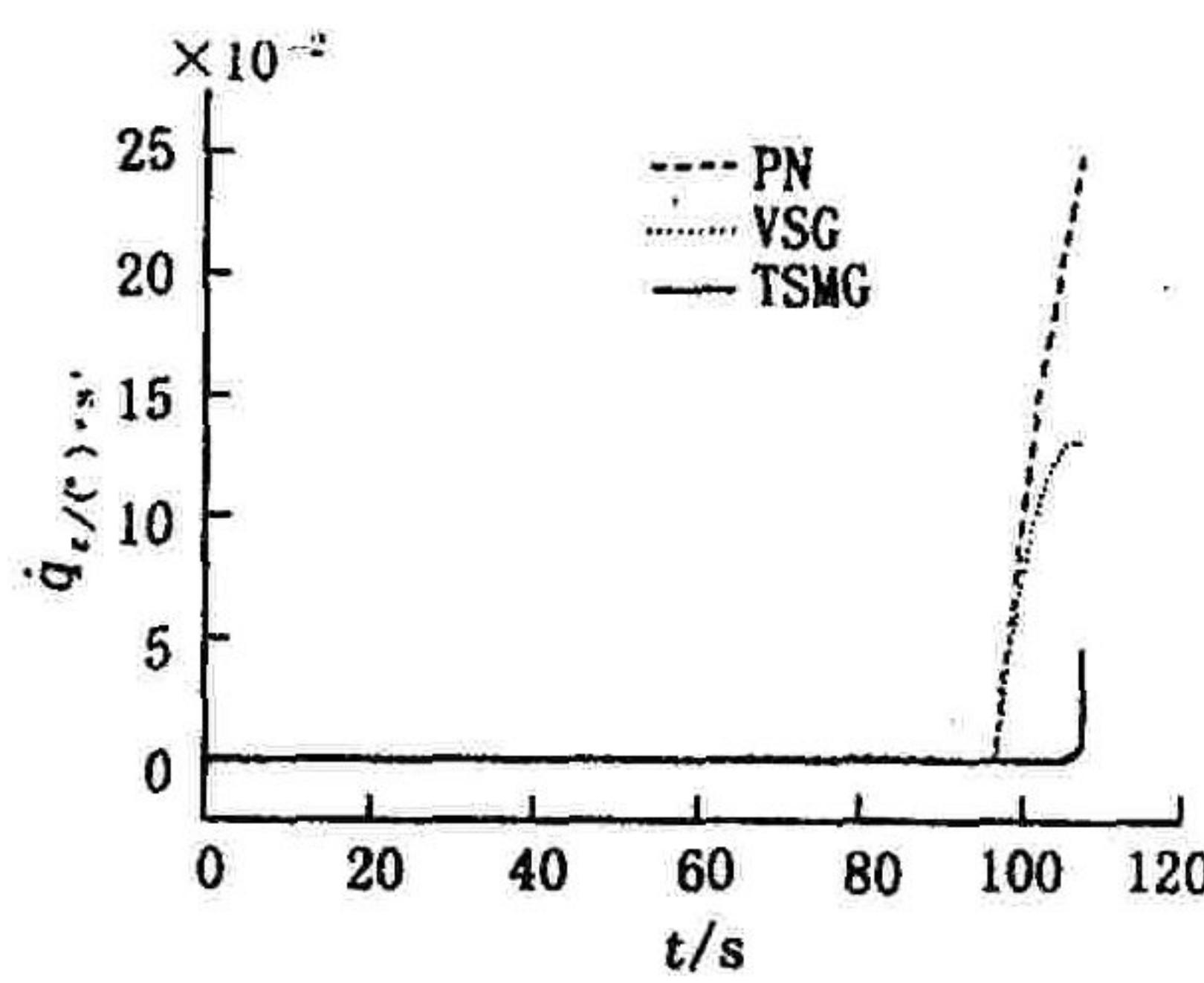


图 3  $a_{by_2} = 3g, a_{bz_2} = 0$  时  $q_s$  的变化

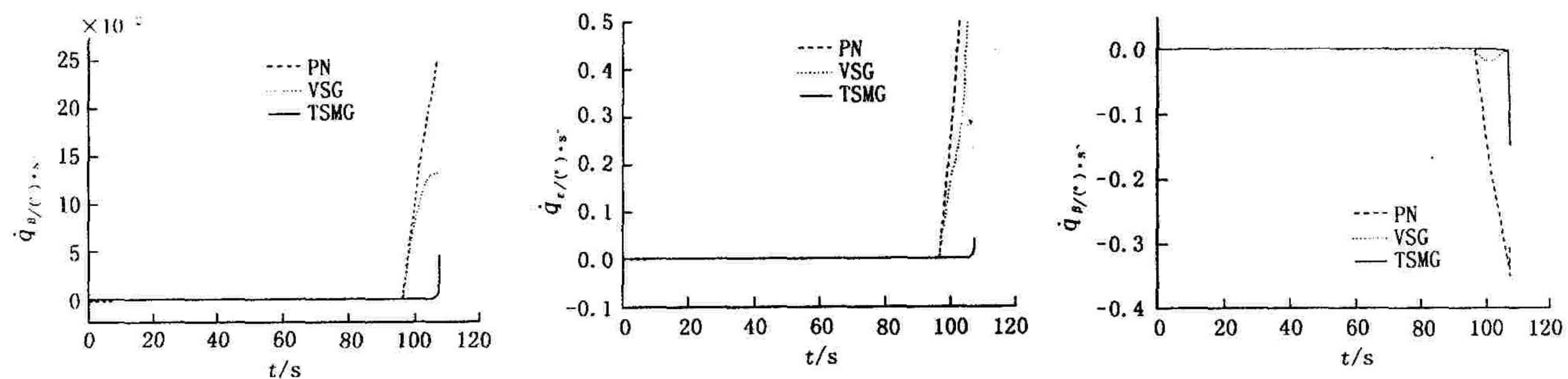


图4  $a_{by_2} = 3g, a_{ez_2} = 0$  时  $\dot{q}_\beta$  的变化      图5  $a_{by_2} = 3g, a_{ez_2} = 3g$  时  $\dot{q}_e$  的变化      图6  $a_{by_2} = 3g, a_{ez_2} = 3g$  时  $\dot{q}_{\beta/\dot{r}}$  的变化

#### 4 结束语

本文基于具有全局快速性和鲁棒性的 Terminal 滑模理论设计了大气层外动能拦截器的末制导律。仿真结果表明,该制导方法较之传统的比例导引和变结构制导,对目标机动具有更强的鲁棒性,并能获得更高的拦截精度,完全能满足动能拦截器直接碰撞杀伤的要求。

#### 参考文献:

- [1] 万自明,黄培康,殷兴良. 动能拦截器轻小型化与智能化[J]. 现代防御技术,1994(2):31~37.
- [2] 陈德源,刘庆鸿. 直接碰撞动能拦截器技术的发展与应用[J]. 现代防御技术,1997(5):10~17.
- [3] 王青,毕靖. 一种对噪声干扰鲁棒的模糊末制导律设计与仿真[J]. 系统仿真学报,2004, 16(1):137~139.
- [4] 周锐,张鹏. 基于神经网络的鲁棒制导律设计[J]. 航空学报,2002, 23(3):262~264.
- [5] 周荻,慕春棣,徐文立. 空间拦截智能自适应变结构导引规律研究[J]. 宇航学报,1999, 20(4):60~65.
- [6] 汤善同,李忠应. 变结构自适应制导规律研究[J]. 系统工程与电子技术,2002, 24(7):68~76.
- [7] Man Z H, Paplinski A P, Wu H R. A Robust MIMO Terminal Sliding Mode Control Scheme for Rigid Robot Manipulators [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1994, 39:2464~2469.
- [8] Park K B, Lee J J. Comments on A Robust MIMO Terminal Sliding mode Control Scheme for Rigid Robot Manipulators [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1996, 41:761~762.
- [9] 庄开宇,张克勤,苏宏业,等. 高阶非线性系统的 Terminal 滑模控制[J]. 浙江大学学报,2002, 36(5):482~485.

(编辑:田新华)

Terminal Guidance Law of Kinetic Interceptor Based on Terminal Sliding Mode

TANG Yi - hua ; CHEN Shi - lu, XU Min, WAN Zi - ming

(College of Astronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

**Abstract:** A terminal guidance law based on the terminal sliding mode technology is proposed for the precise interception of exo-atmospheric kinetic interceptor. Firstly, the longitudinal and lateral equations of relative motion are built without considering the kinetic interceptor's attitude motion. Then the nonlinear terms are introduced into the mode designing of terminal guidance law, so this terminal guidance law doesn't have the switch terms that exist in the traditional variable structure guidance law and can ensure the global speediness of guidance system. The simulation results show that the method used in the terminal guidance of kinetic interceptor is effective and it's better than the proportional navigation and traditional variable structure guidance law in robustness and precision when intercepting the maneuvering targets.

**Key words:** kinetic interceptor; terminal guidance ; terminal sliding mode