

分形导体粗糙表面的后向增强效应分析

黄泽贵, 童创明, 胡国平, 王积勤

(空军工程大学导弹学院, 陕西西安 713800)

摘要: 针对粗糙表面散射实验中的后向散射增强现象, 采用锥形波束入射的矩量法定量计算了分形粗糙表面的后向散射增强效应, 研究了波形参数和表面尺寸的匹配问题, 分析了不同入射角下散射增强的角宽度, 比较了不同分维数和表面模型下散射增强的幅值。数值计算结果证明了该算法的有效性。

关键词: 分形粗糙表面; 后向散射增强; 矩量法; 角宽度

中图分类号: TN011/ 0411 文献标识码: A 文章编号: 1009-3516(2006)03-0037-04

粗糙表面电磁散射理论在诸多领域得到了深入研究, 其中最为有趣的现象之一就是后向散射的增强, 这已从粗糙表面的实验研究中得到证实^[1]。由于小斜率近似的限制, 经典解析法仅限于单次散射, 它们的求解都不准确。

现代计算技术的发展, 推动了数值仿真后向散射增强的研究^[2,3]。数值法求解时, 需要对模型和照射区域进行截断处理, 这就会导致边缘绕射效应。减小边缘效应的常用方法是采用锥形波入射, 锥形入射波中锥形参数显著影响表面散射特性, Tsang 等人^[4]讨论了 g 与照射区域 L 的关系为 $L/10 \leq g \leq L/4$, Ye 等人^[5] 得出了更为明确的表达式, 即 $L \geq 4g, g_{\min} = 6/(\cos \theta_i)^{1.5}$, 但没有明确不同入射角下的取值问题, 没有考虑表面特征参数(分维数, 粗糙度等)的影响, 也没有给出表面尺寸的有效上限。

此外, 后向增强效应研究中的一个重要量就是增强的角度分布, 因为它预示着接收机能够观测到的有效角宽度。为此, 本文采用锥形波入射的 MOM 法, 针对分形粗糙海面的后向散射增强展开研究, 分析不同入射角下锥形参数 g 和表面尺寸 L 的选取问题, 分析不同入射角下散射增强的角宽度, 讨论不同表面参数对散射增强的影响。

1 理论计算公式

假设一入射波 $\psi_{inc}(\mathbf{r})$ 照射到粗糙面上, 则波函数为 $\psi(\mathbf{r}) = \psi_{inc}(\mathbf{r}) + \psi_s(\mathbf{r})$, 其中 $\psi_s(\mathbf{r})$ 表示散射波。应用格林定理可得

$$\int_S \mathbf{n} \cdot [\psi(\mathbf{r}) \nabla g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \nabla \psi(\mathbf{r})] ds + \psi_{inc}(\mathbf{r}') = \begin{cases} \psi(\mathbf{r}') & \mathbf{r}' \in V_0 \\ 0 & \mathbf{r}' \in V_1 \end{cases} \quad (1)$$

其中, \mathbf{r} 位于粗糙表面上, \mathbf{r}' 则位于粗糙表面的半空间。以 Dirichlet 边界条件下 TE 波照射粗糙表面为例展开研究, 则入射波对应的电场积分方程为

$$\psi_{inc}(\mathbf{r}) = \int_S g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{n} \cdot \nabla \psi(\mathbf{r}) ds \quad (2)$$

应用脉冲基函数和点匹配法, 将表面积分方程转化为矩阵方程^[4], 表面区域限制在 $-L/2$ 到 $L/2$, 则

$$\sum_{n=1}^N A_{mn} U_n = b_m, \text{ 即 } AU = b \quad (3)$$

收稿日期: 2005-09-15

基金项目: 空军工程大学学术(联合)基金资助项目(KGD-XL02-2004-02)

作者简介: 黄泽贵(1976-), 男, 四川遂宁人, 博士生, 主要从事电磁场数值计算研究;

童创明(1964-), 男, 湖北黄冈人, 教授, 博士生导师, 主要从事雷达系统、电磁场数值计算研究。

其中,

$$A_{mn} = \begin{cases} \Delta x K(x_m, x_n) & \text{当 } m \neq n \\ \frac{i\Delta x}{4} \left[1 + i \frac{2}{\pi} \ln \left(\frac{\gamma k}{4e} \Delta l_m \right) \right] & \text{当 } m = n \end{cases} \quad (4)$$

$$U_n = U(x_n) = \sqrt{1 + \left(\frac{df}{dx_n} \right)^2} (\mathbf{n} \cdot \nabla \psi(\mathbf{r}))_{z=f(x_n)} \quad (5)$$

$$b_m = b(x_m) = \Delta x \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq m}}^N K(x_m, x_n) U(x_n) + \left(\int_m K(x_m, x) dx \right) U(x_m) \quad (6)$$

式(6)中的第二项表示 $x = x_m$ 处的奇异性处理,可近似为

$$\int_m K(x_m, x) dx \approx \frac{i\Delta x}{4} \left\{ 1 + i \frac{2}{\pi} \ln \left(\frac{\gamma k}{4e} \Delta l_m \right) \right\} \quad (7)$$

其中: $\gamma = 1.78107$; $e = 2.71828$; $\Delta l_m = \Delta x \sqrt{1 + (f'(x_m))^2}$ 。

由于实际计算时的截断处理,使 $|x| > L/2$ 时的表面电流突变为零。电流的突变会产生反射效应,为避免这一问题,常用的方法就是采用锥形入射波,使之以高斯波窗函数的形式渐变为零,从而消除了边缘截断的绕射。Tsang 等人采用的锥形波为

$$\psi_{\text{inc}}(\mathbf{r}) = \exp(ik(x \sin \theta_i - z \cos \theta_i)(1 + \omega(\mathbf{r}))) \exp(1 - (x + z \tan \theta_i)^2/g^2) \quad (8)$$

其中: g 表示锥形参数; $\omega(\mathbf{r})$ 表示附加的相移因子,以确保锥形波满足高阶波动方程。采用锥形波照射后,可推导出谱域粗糙表面上的人射功率、散射功率分别为

$$P_{\text{inc}} = \frac{g^2}{4\eta k} \int_{-k}^k k_x \exp \left[-\frac{(k_x - k_{ix})^2 g^2}{2} \right] dk_x \quad (9); \quad P_s = \frac{1}{2\eta} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left(\frac{1}{8\pi k} \right) |\psi^{(N)s}(\theta_s)|^2 d\theta_s \quad (10)$$

其中

$$\psi^{(N)s}(\theta_s) = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ -U(x) + i\psi(x)k \left[\frac{df}{dx} \sin \theta_s - \cos \theta_s \right] \right\} \exp \left\{ -ik[x \sin \theta_s + f(x) \cos \theta_s] \right\} dx \quad (11)$$

从而,可以求出双站散射系数,即

$$\gamma(\theta_i, \theta_s) = \frac{|\psi^{(N)s}(\theta_s)|^2}{4\pi g^2 \int_{-k}^k k_x \exp \left[-\frac{(k_x - k_{ix})^2 g^2}{2} \right] dk_x} \quad (12)$$

在分形表面的模型研究中,常用 Weierstrass - Mandelbrot(WM) 模型来表征,因为它有显式表达式,且改变参数还可得到不同分维特性的粗糙面,如分形布朗运动模型。为此,以 WM 分形粗糙海面为例展开讨论,其函数表达式为

$$f(x) = hC_N \sum_{n=0}^{N_f-1} b^{(S-2)n} \sin(K_0 b^n x + \Phi_n) \quad (13)$$

同时,为便于有效对比 MOM 的求解结果,这里也给出微扰法求解高斯模型的散射公式,即

$$\gamma_{\text{spm}}(\theta_i, \theta_s) = 4k^3 \cos^2 \theta_s \cos \theta_i \frac{h^2 l}{\sqrt{\pi}} \exp \left[-\frac{(\sin \theta_s \sin \theta_i)^2 k^2 l^2}{4} \right] \quad (14)$$

2 数值计算的结果及讨论

有效计算不同条件下分形海面的后向增强现象,首先需要确定表面的照射区域和锥形参数。据计算, Tsang 和 Ye 等人给出的公式并不完全有效, g 和 L 的关系与入射角 θ_i 、表面特征参数等都紧密相关,尤其是在大入射角下。为了说明这一问题,首先以入射角 $\theta_i = 30^\circ$ 时为例,计算了不同 L 和 g 下 MOM 的数值解和 SPM 近似解的比较,如图 1 所示。其中,入射频率 19 GHz,分维数 $D = 1.5$,表面实现参数同文献[6]。比较得知,此时 g 的有效范围为 $2.5\lambda \leq g \leq 10\lambda$,其最小值如图 1 中虚线所示,而由 Ye 等人计算的 g 的最小值为 $g_{\text{min}} \approx 6.6\lambda$,显然对分形粗糙面而言锥形参数具有更大的有效范围。同时, L 的有效范围为 $4g \leq L \leq 20g$,当 L 的取值大于 $20g$ 时, MOM 的数值解无效,这也补充了 Ye 等人没有对 L 上限的分析。进一步计算表明,随

随着入射角的增大, g 和 L 的有效范围均减小, 特别是在低掠入射(LGA)时 MOM 精确解的范围更有限, 这也就是数值法在 LGA 问题中遇到的超运算量而结果却并不理想的问题。针对这一问题, 作者采用高阶 SPM 求解了分形粗糙面的 LGA 问题^[7]。因此, 在比较不同条件下的增强效应时, 首先应根据最大的人射角确定锥形参数和表面尺寸, 以确保比较对象都能准确求解。在锥形参数和表面尺寸选取适当的前提下, 锥形参数不同, 波峰的幅值亦不同。

为了对比不同入射角下散射增强的角分布, 分别在 0° 、 30° 、 50° 、 70° 入射角下, 计算了分形导体表面的后向增强, 计算结果如图 2 所示。其中表面实现参数同图 1, 分维数 $D = 1.8$, 入射角 $\theta_i = 50^\circ$, 选取 $g = 8\lambda$, $L = 40\lambda$ 。需要说明是, 为便于直观比较散射增强的角分布, 图 2 中只图示了散射增强的散射角对应的数值解。从图 2 中发现, 随着入射角的增加, 散射增强的峰值随之后移, 且峰值幅度随之减小, 但散射增强的角宽度分布却增大, 当 LGA 时这种效应更明显。

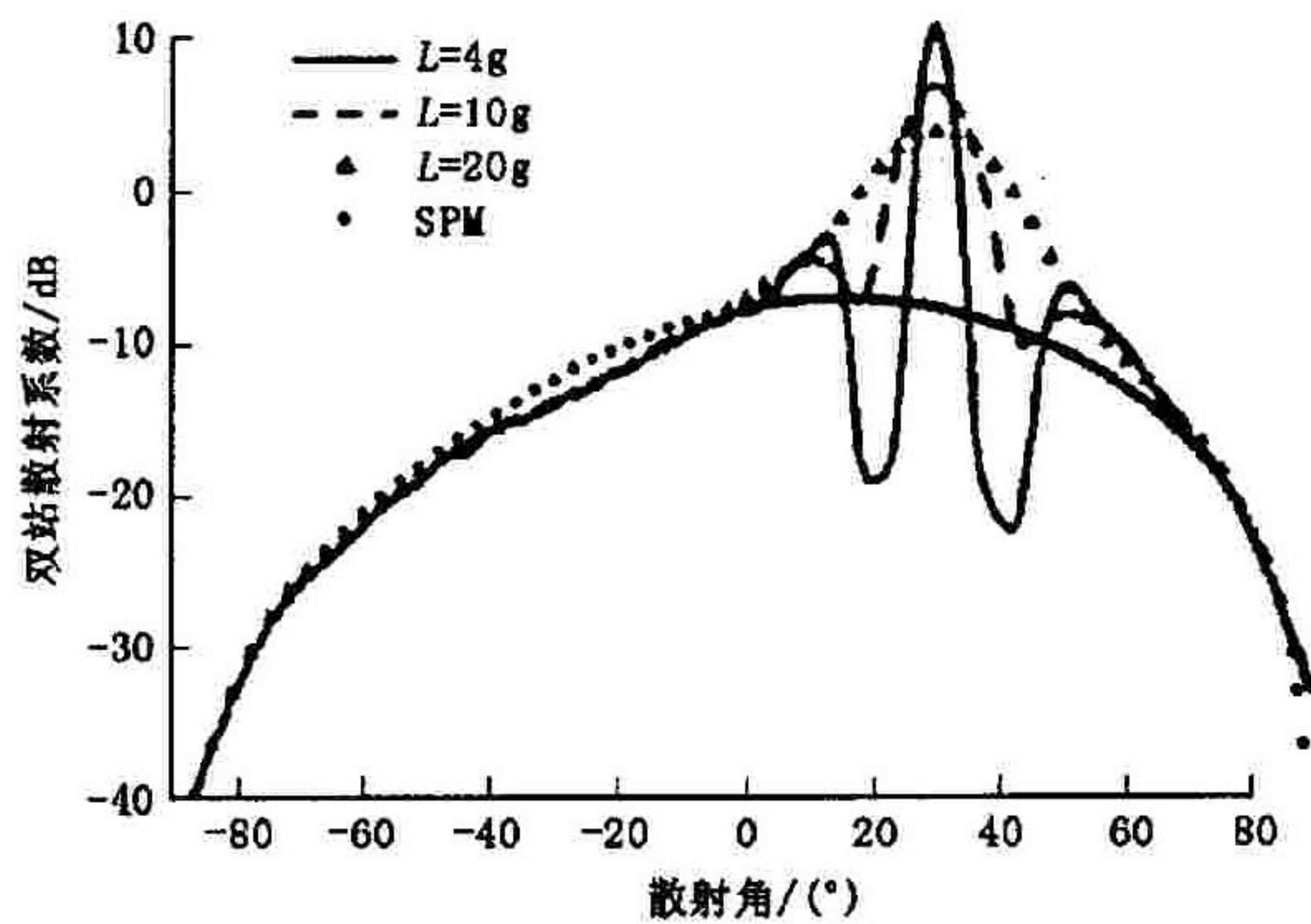


图 1 锥形参数和表面尺寸对散射增强的影响

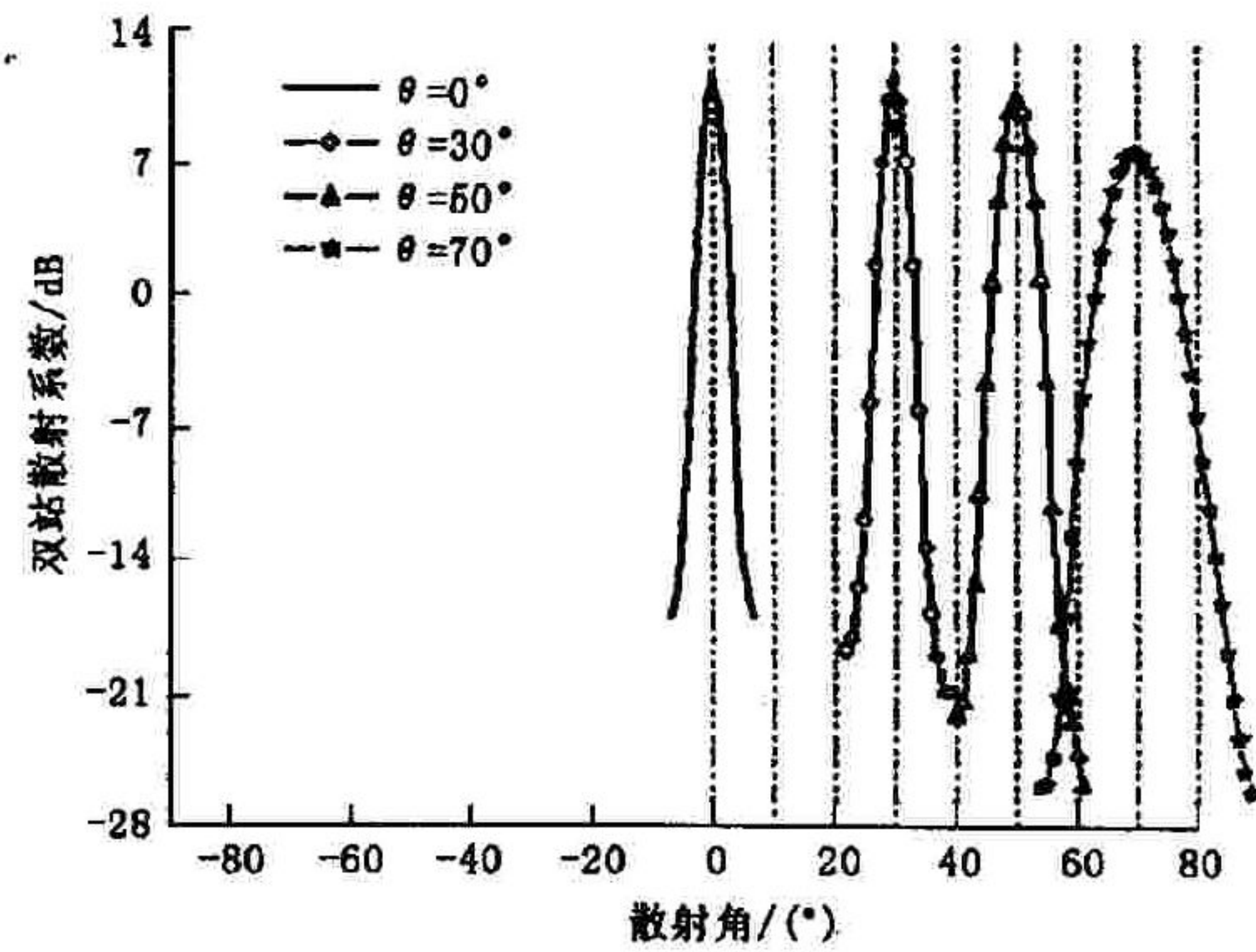


图 2 不同入射角下散射增强角宽度的比较

为了进一步说明分形参数对后向增强的影响, 图 3 所示的是不同分维数下理想导体分形粗糙面的后向增强效应, 其中表面参数同图 2。从图 3 可以看出, 不同分维数下散射增强的峰值相差仅有 0.03 dB, 其它散射角方向上有差异。在 LGA 角度下, 不同分维数对应的后向散射差异较大。同时, 也计算了其它入射角下不同分维数所对应的散射增强效应, 结论与 50° 入射时相同。这就说明粗糙表面特征参数对后向散射增强的幅值影响不大。不同介电常数下分形介质海面后向散射特性的计算分析, 也证实了这一结论。

采用图 1 的分形参数, 对应的均方根高度 $h = 8.1202 \times 10^{-4} \text{ m}$, 相关长度 $l = 5.099 \times 10^{-3} \text{ m}$, 计算了 50° 入射时分形模型和高斯模型的后向增强效应, 结果比较如图 4 所示。从图 4 中可以看出, 两种模型在散射增强方向的幅值非常一致, 最大值相差仅 0.47 dB, 而其它角度下二者的数值解也比较接近。值得指出的是, 高斯随机粗糙面的后向增强效应仅为一个尖峰, 而分形粗糙面在增强方向的尖峰附近还存在波谷, 即局部的小散射点, 这种现象是由相位相消而引起的, 相当于角反射器的原理, 改变锥形参数可以减小波谷的幅值。此外, 高斯模型的角宽度为 $[43^\circ, 56^\circ]$, 明显小于分形模型的角宽度 21° 。

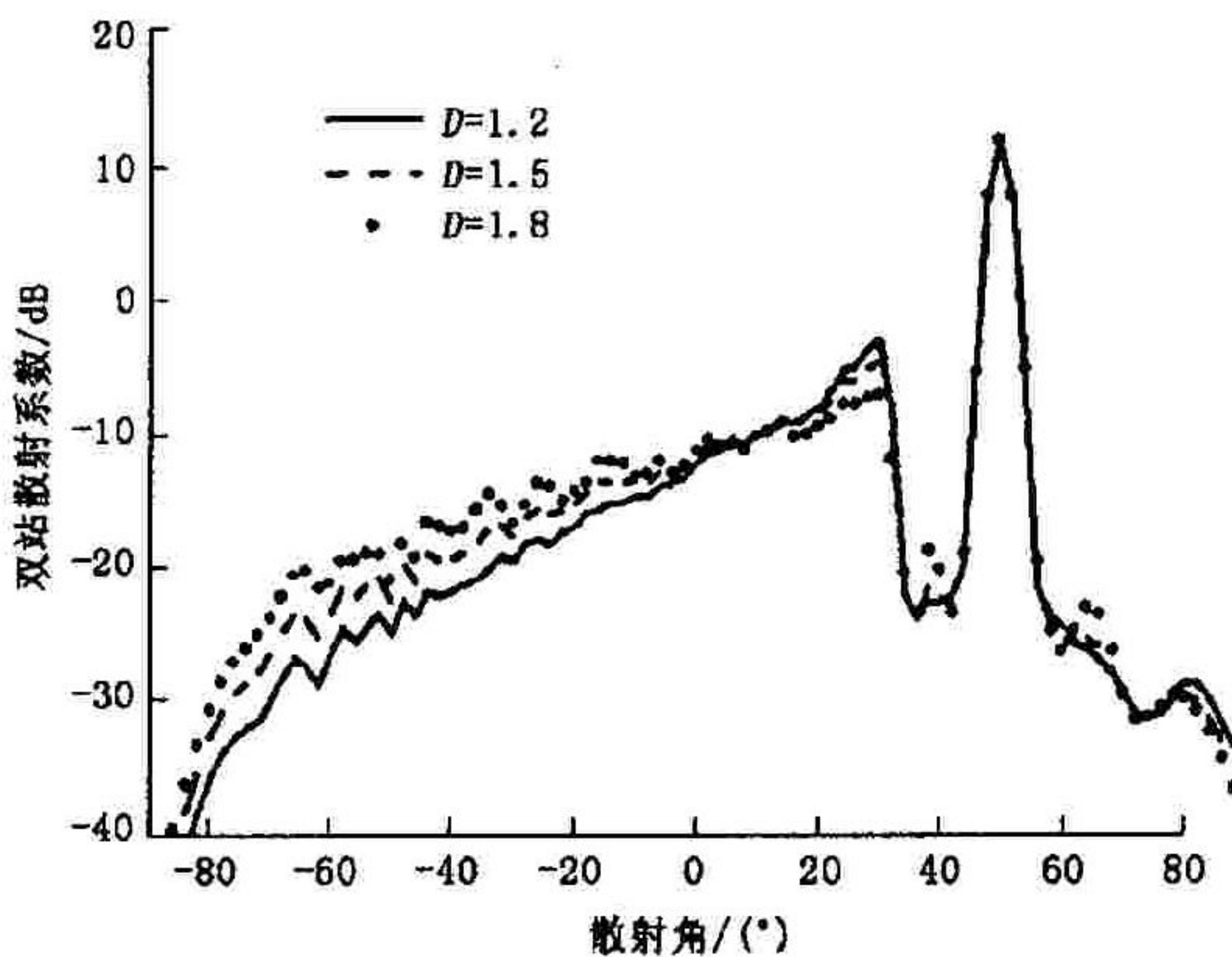


图 3 不同分维数下后向散射增强的比较

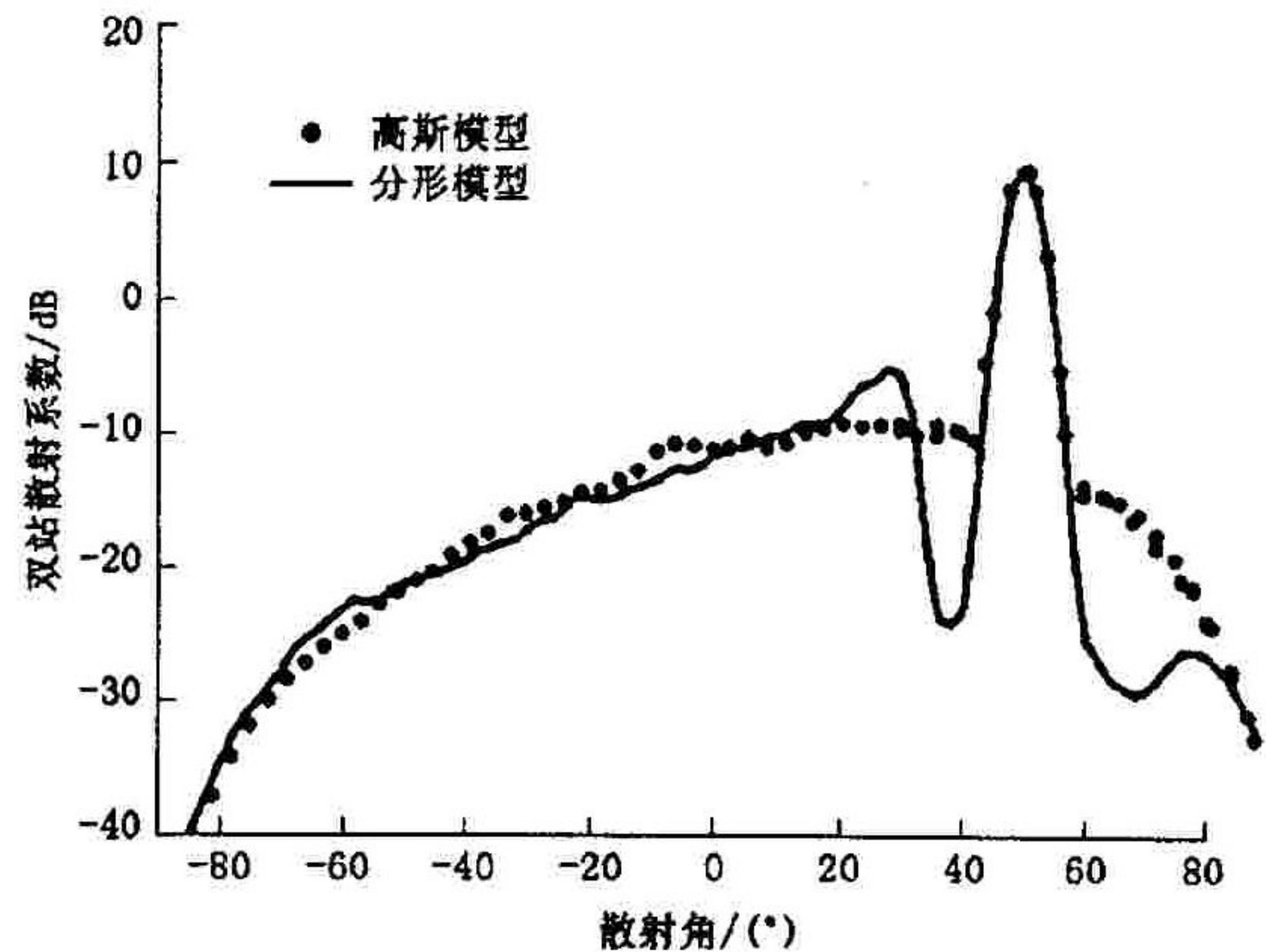


图 4 高斯、分形模型后向增强的比较

3 结论

本文在分析粗糙表面后向增强效应的基础上,采用锥形入射波的 MOM 分析了分形粗糙导体表面的后向散射增强现象。结合 MOM 求解,详细讨论了锥形参数和表面尺寸在不同入射角和表面特征参数下的匹配选取问题及有效范围,补充完善了文献中的结论。同时,对比了不同入射角下散射增强的角分布,结果表明入射角越大,散射增强角分布越宽。不同分维数下增强效应的比较表明,增大分维数不改变后向散射方向的尖峰幅值,而其它角度下的幅值则变大。

参考文献:

- [1] Phu P, Ishimaru A, Kuga Y. Copolarized and Crosspolarized Enhanced Backscattering From Two Dimensional Very Rough Surfaces at Millimeter Wave Frequencies [J]. Radio Sciences. 1994, 29: 1275 - 1291.
- [2] Johnson J T, Tsang L, Shin R T, et al. Backscattering Enhancement of Electromagnetic Waves From Two - Dimensional Perfectly Conducting Random Rough Surfaces: a Comparison of Monte Carlo Simulations With Experimental Data [J]. IEEE Trans. Anten. Propag. 1996, 44(5): 748 - 756.
- [3] Torrungrueng D, Johnson J T. Numerical Studies of Backscattering Enhancement of Electromagnetic Waves From two Dimensional Random Rough Surfaces With the Forward - Backward/novel Spectral Acceleration Method [J]. Journal of Optical Society of America A, 2001, 18(10): 2518 - 2516.
- [4] Tsang L, Kong J A. Scattering of Electromagnetic Waves: Numerical Simulations [M]. New York: Wiley, 2001.
- [5] Ye H X, Jin Y Q. Parameterization of the Tapered Incident Wave for Numerical Simulation of Electromagnetic Scattering From Rough Surface [J]. IEEE Trans. Anten. Propag, 2005, 53(3): 1234 - 1237.
- [6] 闫沛文, 童创明, 邓发升. 高斯型良导体随机粗糙表面电磁散射的数值计算[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2005, 6(4): 91 - 94.
- [7] Huang Z G, Tong C M, Hu G P, et al. A Study of the Low Grazing Incident Effects From Fractional Brownian Motion Rough Sea Surface [A]. Seventeenth Asia Pacific Microwave Conference[C]. Suzhou China, 2005(1): 326 - 330.

(编辑:田新华)

An Analysis of the Backscattering Enhancement Effect from
the Fractal Rough Surface

HUANG Ze - gui, TONG Chuang - ming, HU Guo - ping, WANG Ji - qin

(The Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan, Shaanxi 713800, China)

Abstract: To investigate the backscattering enhancement effect of fractal rough surface, the method of moment associated with the tapering incident wave is adopted. The matching problem of the tapering parameter and the fractal rough surface length with different incident angles is studied. The angular width of backscattering enhancement and the amplitudes of enhancement under various fractal dimensional numbers and rough surface models are analyzed by using this method. The results show that this method is valid.

Key words: fractal rough surface; backscattering enhancement; method of moment; angular width