

## 超宽带 SAR 成像的快速 BP 算法

余洪涛, 童宁宁, 田建峰

(空军工程大学导弹学院, 陕西三原 713800)

**摘要:**在后向投影 (BP) 算法的基础上, 提出了一种快速后向投影 (FBP) 算法。以点目标和多点目标为例, 将该算法应用于超宽带合成孔径雷达成像并与原始 (BP) 成像算法进行比较, 仿真结果证明了该算法的快速性和有效性。

**关键词:**超宽带合成孔径雷达; 线性调频; 快速后向投影算法; 成像

**中图分类号:** TN955 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-3516(2005)05-0059-04

工作于较低频段的超宽带合成孔径雷达 (UWB SAR), 可实现对叶簇、地表等覆盖下的目标精细成像。对于有较大运动误差的大处理角 UWB SAR, 最容易想到的是基于时域处理的后向投影 (BP, Back Projection) 算法。由于 BP 成像算法不存在任何假设条件, 并且具有运动补偿实现容易的优点, 所以可对 UWB SAR 成像。

BP 算法具有很好的鲁棒性, 但实现效率非常低<sup>[1]</sup>。假如一个  $L$  点长度的合成孔径天线, 对像素点  $M \times N$  的区域进行成像, 需要计算像素到每个天线位置的距离; 然后对回波信号进行插值, 完成像素矩阵的叠加; 最后对于解调后的信号还需要进行复数乘法运算以便得到调制信号, 从而实现相位的相干叠加。而仅相干叠加的次数就有  $L \times M \times N$  次, 这是一个非常大的运算量, 因而使传统 BP 算法的应用受到限制。本文提出了一种 FBP (Fast Back Projection) 算法, 它对大场景、高分辨合成孔径雷达成像处理的运算速度比传统的 BP 算法有显著提高。

## 1 FBP 成像基本原理

对于合成孔径天线的每个天线位置, 并不需要把得到的回波数据都反向投影到所有的图像像素点上。其原理可以用图 1 来说明。在图 1 中, 不同的天线位置对应一组不同的同心圆, 在每个圆弧上, 后向投影的回波数据是相同的。对于位于 A、B 处相邻的天线位置, 在如图所示的小扇形波束中, 可以近似认为它们有相同的一组同心圆, 即具有一组相同的后向投影回波数据。而这组相同的后向投影回波数据, 可以认为是与扇形波束的中心距离线 (即图中的长虚线) 相关的, 这是 FBP 算法成像最基本的原理。当相邻的天线位置变大时, 从直观上看, 扇形波束宽度必须减少, 以使相邻天线所对应的圆弧达到满足条件的要求。下面用极坐标下的距离误差来分析相邻天线长度与扇形波束宽度之间的关系。

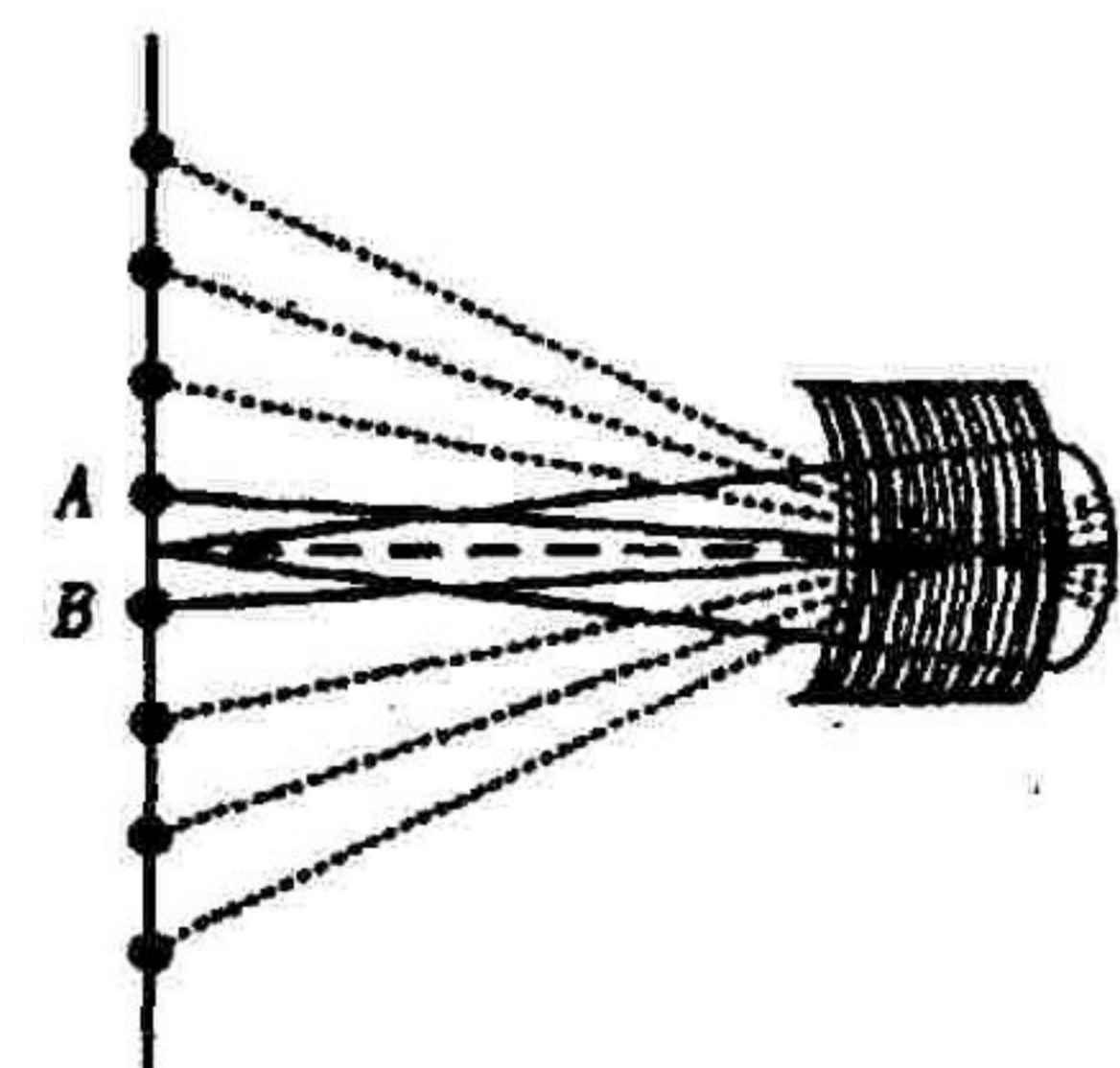


图 1 FBP 算法成像基本原理图

## 2 极坐标下的距离误差分析

在图 2 中, 设两相邻孔径天线位于 A、B 处, AB 长度为  $d$ 。各位置到像素点的距离如图 2 所示。当天线

收稿日期: 2004-12-03

基金项目: 军队科研基金资助项目

作者简介: 余洪涛 (1977-), 男, 湖北武汉人, 博士生, 主要从事雷达和电子对抗研究。

位于 A 处,且其视角为  $\theta$  时,所得到的 M 处的投影数据是没有距离误差的。当天线转过  $\varphi$  角时,所得到的位于 N 处的投影数据偏离了前一投影圆弧,存在距离误差。根据余弦定理,可得:

$$R(\theta) = \sqrt{r^2 + d^2 - 2rd\cos(\theta)} \tag{1}$$

$$R(\theta + \varphi) = \sqrt{r^2 + d^2 - 2rd\cos(\theta + \varphi)} \tag{2}$$

则可以得到距离误差:

$$\Delta R(\theta + \varphi) - R(\theta) \approx \frac{R(\theta + \varphi)^2 - R(\theta)^2}{R(\theta)} =$$

$$\frac{\cos \theta - \cos(\theta + \varphi)}{\sqrt{1 - 2d\cos \theta/r + (d/r)^2}}$$

根据文献[2]当像素点与孔径距离远大于孔径天线长度,且  $\varphi \ll \min(1, \tan \theta)$  时,式(3)可以简化为

$$|\Delta R| \leq d\varphi/2 \tag{4}$$

由此可以得出以下结论:只要保持天线孔径长度  $d$  和扇形波束角宽度的乘积不变,距离误差就可以控制在一定的范围内。本章所讨论的 FBP 算法正是基于这个原理来实现的。

### 3 FBP 成像算法流程

由极坐标下的距离误差分析可知:FBP 算法的处理过程可看为子孔径叠加及新波束形成的过程,且新波束的个数随着子孔径长度的增加而增加,同时其波束宽度变窄。

我们以  $L$  点长度的孔径天线,对像素点为  $M \times N$  的区域成像来阐述 FBP 成像算法流程。为了提高运算效率,此时坐标系选用极坐标系。假设  $L$  点长度的合成孔径天线可以表示为

$$L = l_1 \times l_2 \times \dots \times l_k \tag{5}$$

其中,  $l_i$  表示第  $i$  步处理过程中,子孔径叠加后其个数减少的倍数。

为简单起见,可设  $L = M = N$ ,  $l_i = l_k = n$ 。则在第  $i$  步处理过程中,新子孔径的长度变为原子孔长度的  $n$  倍,但其数目减少了  $n$  倍;同时,每个新孔径位置对应的波束数与原孔径位置对应的波束数相比,其数目增加了  $n$  倍,但宽度变为原来波束的  $1/n$ 。

由于扇形波束的后向投影数据与其中心距离线相关,因此,可以利用新波束的中心距离线来计算后向投影数据。以叠加后某个新孔径位置对应的一个新波束的中心距离线为例,其计算步骤说明如下:首先对这条中心距离线进行  $M$  点采样,将这  $M$  个采样点对新孔径位置进行后向投影数据的计算,得到一组后向投影数据。然后将这组后向投影数据与原来  $n$  个旧波束的中心距离线上的  $M$  个采样点的后向投影数据一一对应进行叠加,得到这条中心距离线最终的后向投影数据。由此可见,每个新波束的后向散射数据与原来  $n$  个旧波束后向散射数据是相关的。此外,为了保证得到最后所需要的直角坐标下的  $M \times N$  个像素点,还必须对新波束中心距离线上  $M$  个后向投影数据进行  $\alpha$  倍的插值。

图 3 说明了第  $i$  步处理过程,此时  $n = 2$ 。在图 3 中,子孔径的数目减少为原来的一半,而波束的数目增加为原来的 2 倍,宽度变为原来的  $1/2$ 。而新波束的后向投影数据则是通过对合成前相邻两个子孔径所对应的两套波束的后向投影数据进行一系列计算后获得的。

按照上述处理完成以后的操作,直至完成最后一步(即第  $k$  步)的操作。在完成最后一步操作后,可以将与  $M \times N$  个像素点相符的极坐标点保留下来,将与  $M \times N$  个像素点不相符的极坐标点去掉,这样就可以得到像素点为  $M \times N$  的整个区域图像。

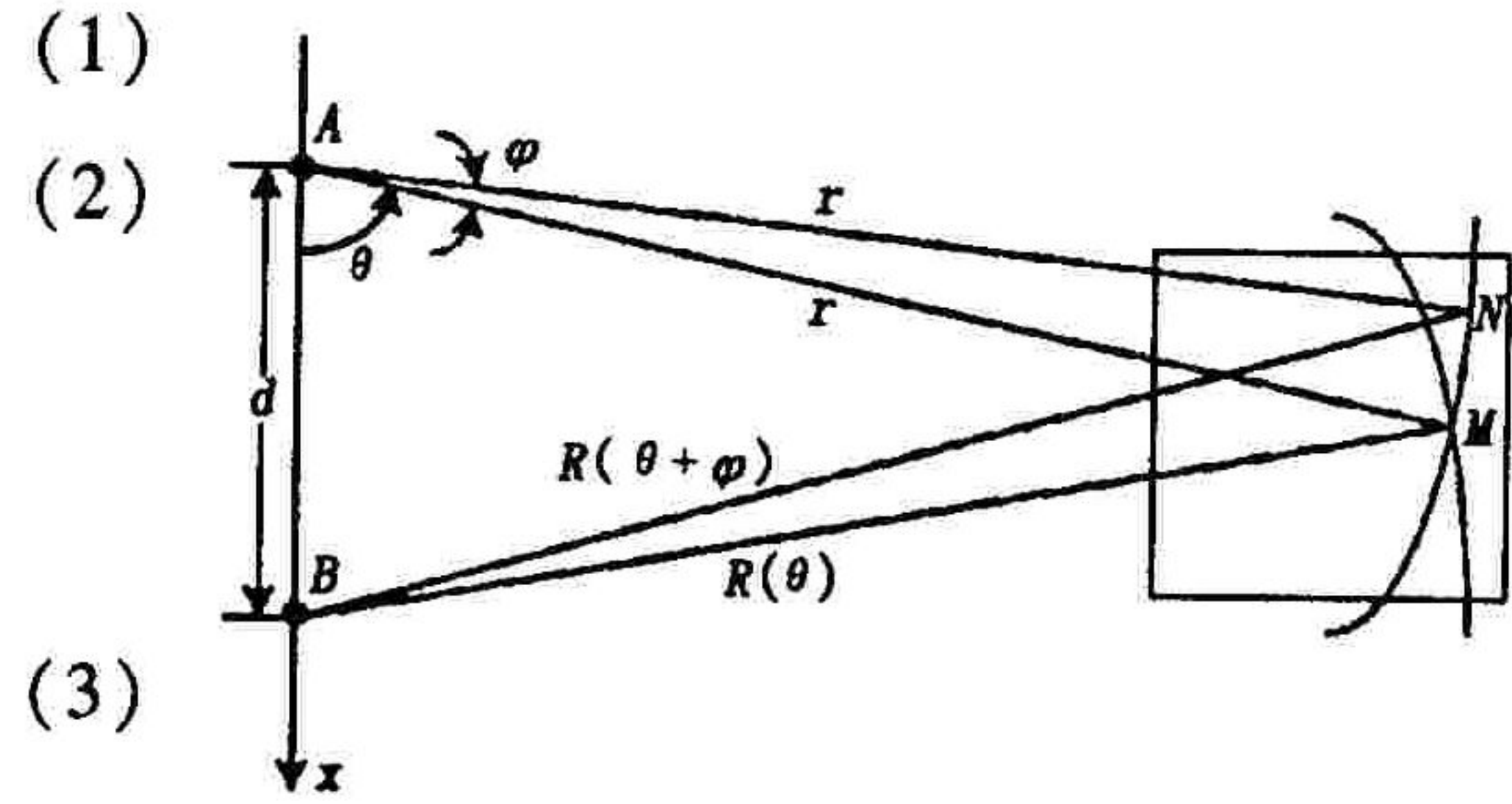


图 2 极坐标下的距离误差

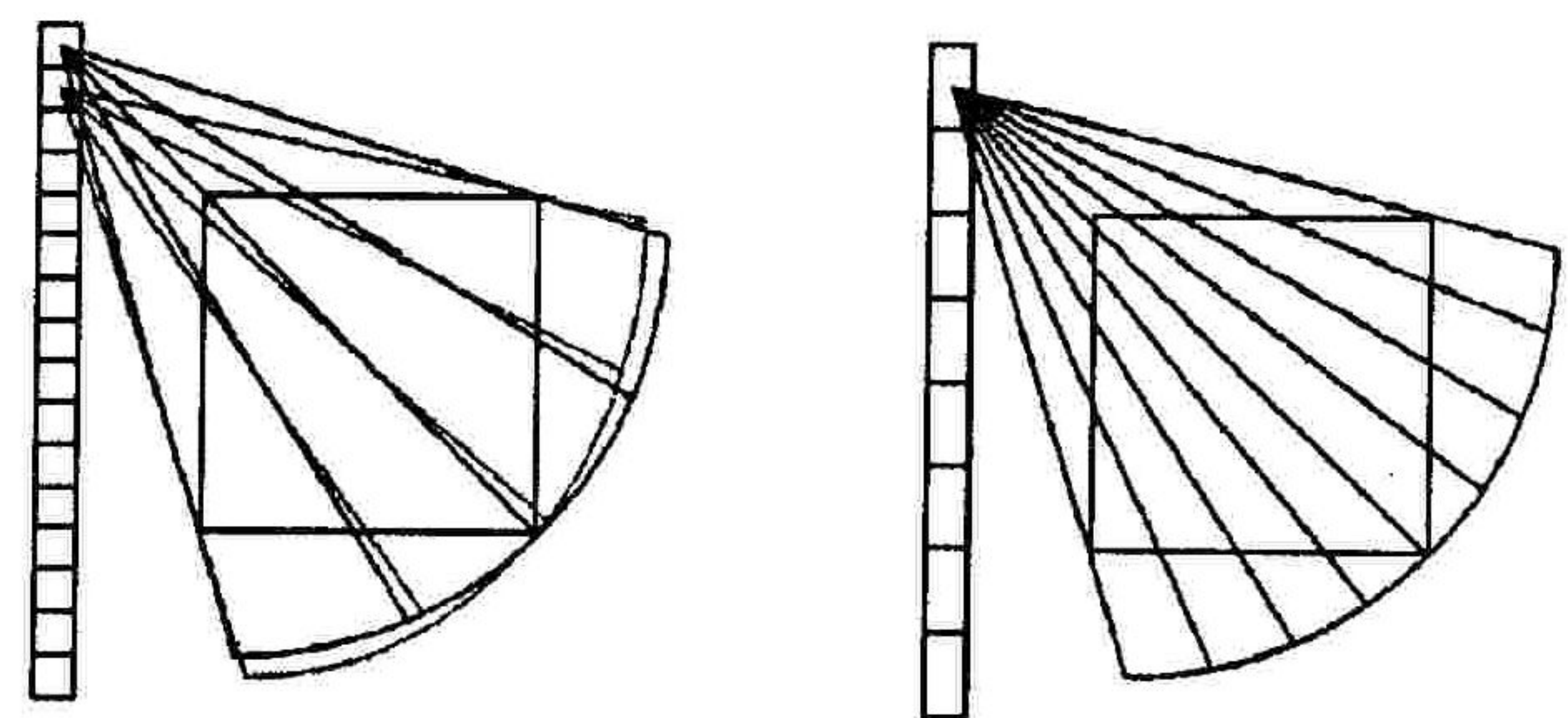


图 3 第  $i$  步处理过程

### 4 运算量分析

仍以3节中的孔径天线和成像区域为例来说明 FBP 的总运算量。首先考虑第一步处理情况。在此过程中,原始的子孔径叠加后变为  $L/n$  个,每个新的子孔径新形成的波束数为  $n$  个,而每个新波束的形成需要原来  $n$  个旧波束的数据,波束的采样率为  $M$ ,为了得到最终所需要的像素点,需要对其进行插值。设插值因子为  $\alpha$ ,则其运算量为

$$(L/n)nn\alpha M = n\alpha N^2 \tag{6}$$

再考虑第二步的情况。在此过程中,子孔径叠加后其个数变为  $L/n^2$  个,每个新的子孔径新形成的波束数为  $n^2$  个,而每个新的波束的形成需要原来  $n$  个旧波束的数据,波束的采样率仍为  $M$ ,插值因子仍为  $\alpha$ ,则其运算量为

$$(L/n)n^2n\alpha M = n\alpha N^2 \tag{7}$$

由此我们看到每一步的运算量均为  $n\alpha N^2$ ,直到最后所有的波束形成以获得最终所需要的像素点的高精度图像,此时所有的原始子孔径叠加为一个长的孔径。这时,总的运算量为

$$n\alpha N^2 = n\alpha N^2 \log_n N \tag{8}$$

一般地,对于超宽带 SAR,8 倍插值时就能满足成像精度的要求,即  $\alpha = 8$ 。我们知道,原始 BP 算法的运算量为  $N^3$ [3]。由于运算量和运算时间成正比,因此可以得到 FBP 算法和 BP 算法所用运算时间(OPT, Operation Time)的比值:

$$\frac{t_{BP}}{t_{FBP}} = \frac{N}{8n \log_n N} \tag{9}$$

由式(9)可知,对于定值  $N$ ,当  $n = e$  ( $e$  为自然对数)时,式(9)可得到最大比值。但由于  $n$  必须为整数,因此式(9)最大比值出现在  $n = 3$  处。由于 BP 算法所用的时间只和  $N$  有关,因此对于给定的  $N$ ,当  $n = 3$  时,FBP 算法所用的时间是最少的,即此时速度最快。从式(9)还可以看出,当  $n = 2$  时,若  $N \leq 128$ ,则 BP 算法比 FBP 算法快;若  $N > 128$ ,则 FBP 算法比 BP 算法快,且  $N$  越大,FBP 算法相对于 BP 算法的速度就越快。

下面给出  $n = 2, 3, 6, 8$  时两种算法所用时间比值图,从图4可见,对于给定的  $N$  值,当  $n = 3$  时,FBP 算法相对于 BP 算法的速度最快。对于任意  $n$  值,随着  $N$  的增大,FBP 算法相对于 BP 算法的速度也增大。例:当  $N = 8000$  时,FBP 算法在  $n = 3$  时是 BP 算法速度的 40.8 倍;在  $n = 2$  时是 BP 算法速度的 38.6 倍,在  $n = 6$  时是 BP 算法速度的 33.2 倍,在  $n = 8$  时是 BP 算法速度的 28.9 倍。

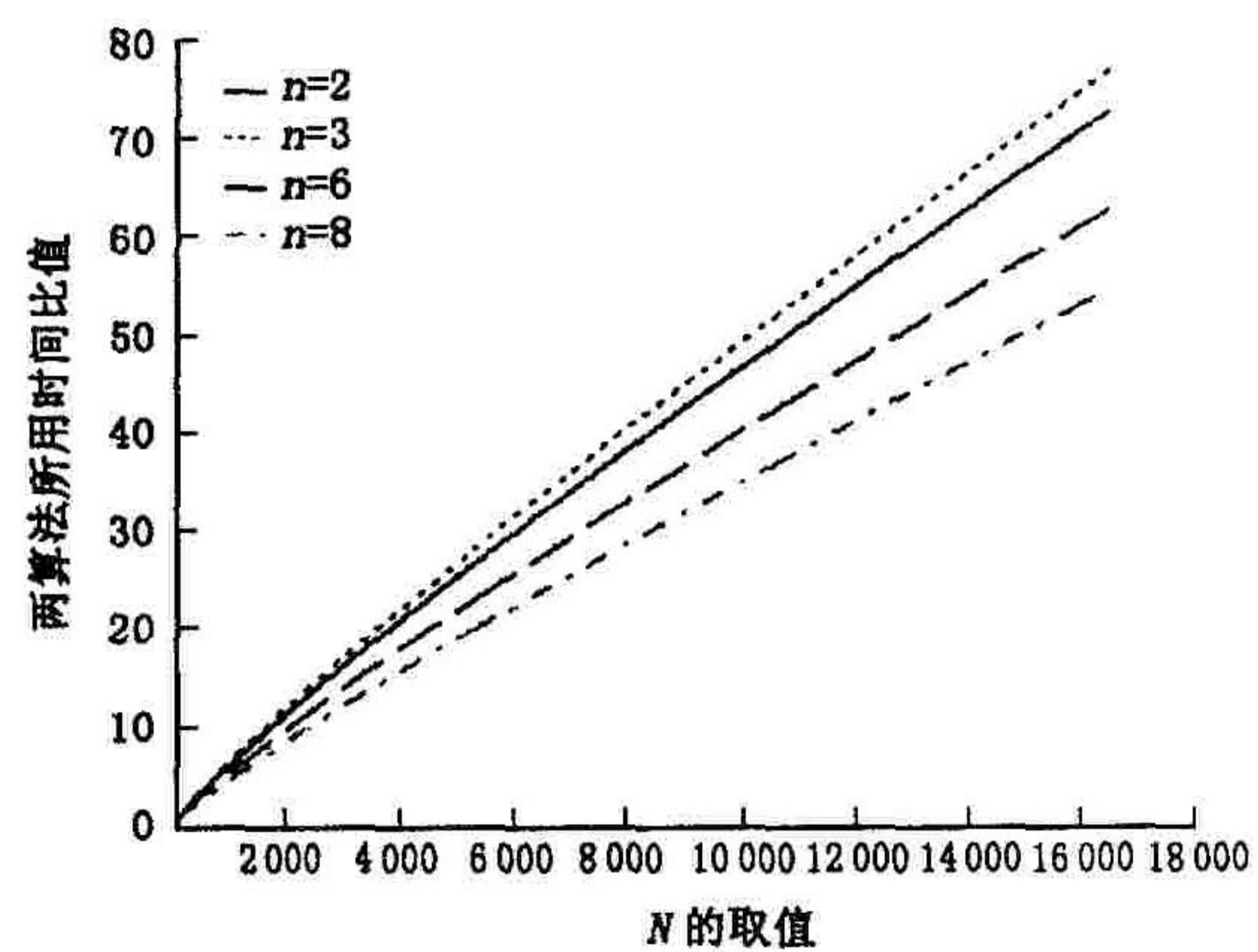


图4 不同  $n$  值下两种算法所用的时间比

### 5 仿真计算

下面分别对位于成像中心的点目标和均匀分布的多点目标(9个)进行 BP、FBP 算法仿真计算。仿真计算所选取的参数为:机载雷达发射超宽带线性调频脉冲信号的起始频率  $f = 400$  MHz,带宽  $B = 300$  MHz,扫频周期  $T = 0.1 \mu s$ ,调频斜率  $k = 3 \times 10^{15}$ ,天线为全方向性天线,长度为 80 m,成像中心距离雷达孔径中心  $r = 100$  m,均匀分布的多点目标间隔为  $10 m \times 10 m$ , $n = 2$ , $N$  的取值为 256。所得结果如图5~图8所示,图中结果均经过了加窗处理。

从图可以看出:BP、FBP 两种算法均能完成成像任务,但 FBP 所成像的旁瓣比 BP 的要高一些,不过目标像仍能从旁瓣中明显区分出来。本仿真计算中, BP 算法所用的时间为 909.115 s, FBP 算法所用的时间为 454.558 s,从结果上看 FBP 算法比 BP 算法快一倍左右。在大场景、高分辨合成孔径雷达成像处理中,如将 FBP 算法与分布式并行计算机处理系统相结合,能极大的提高运算速度,完成实时成像的要求。

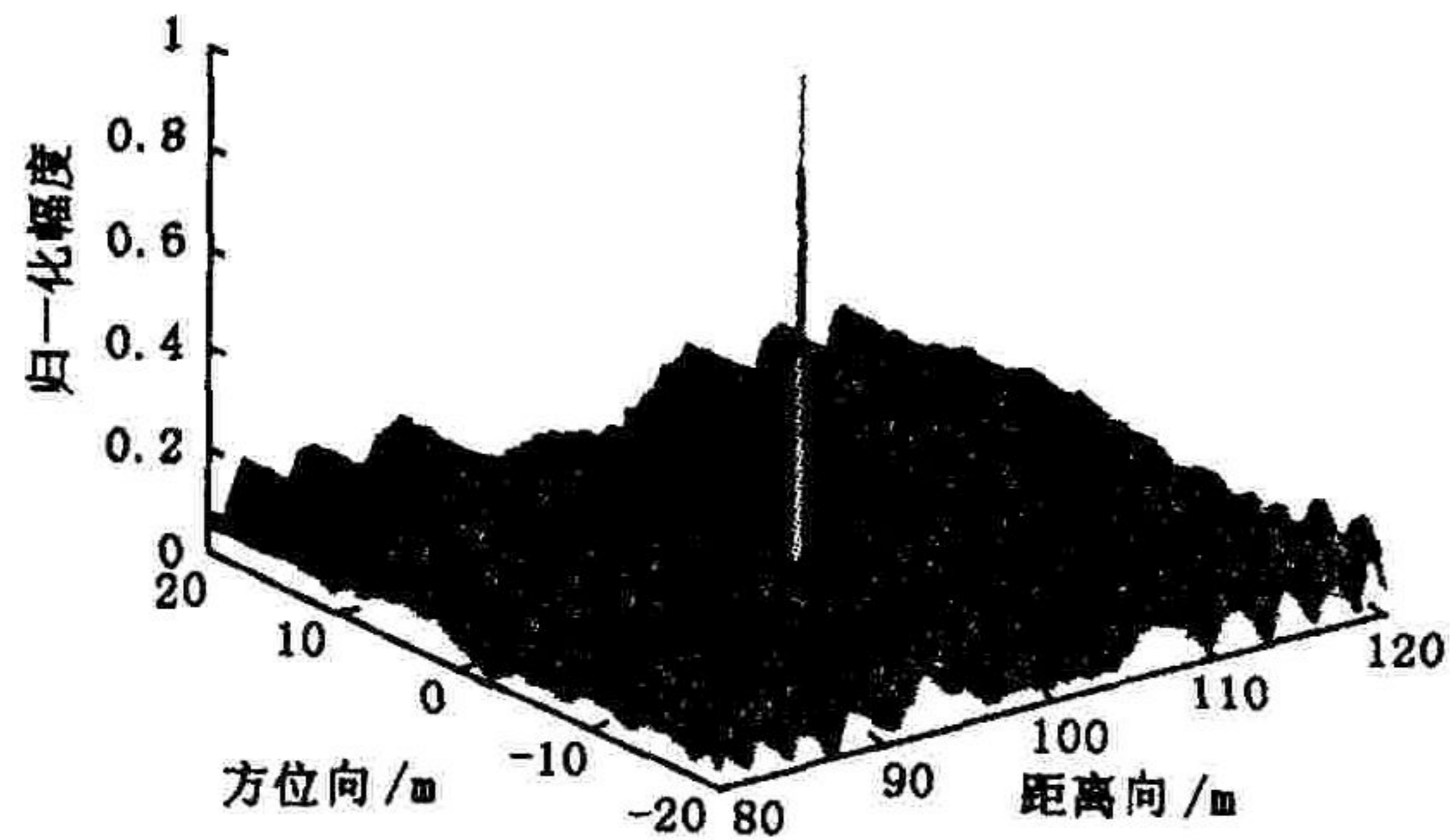


图5 BP 对点目标成像

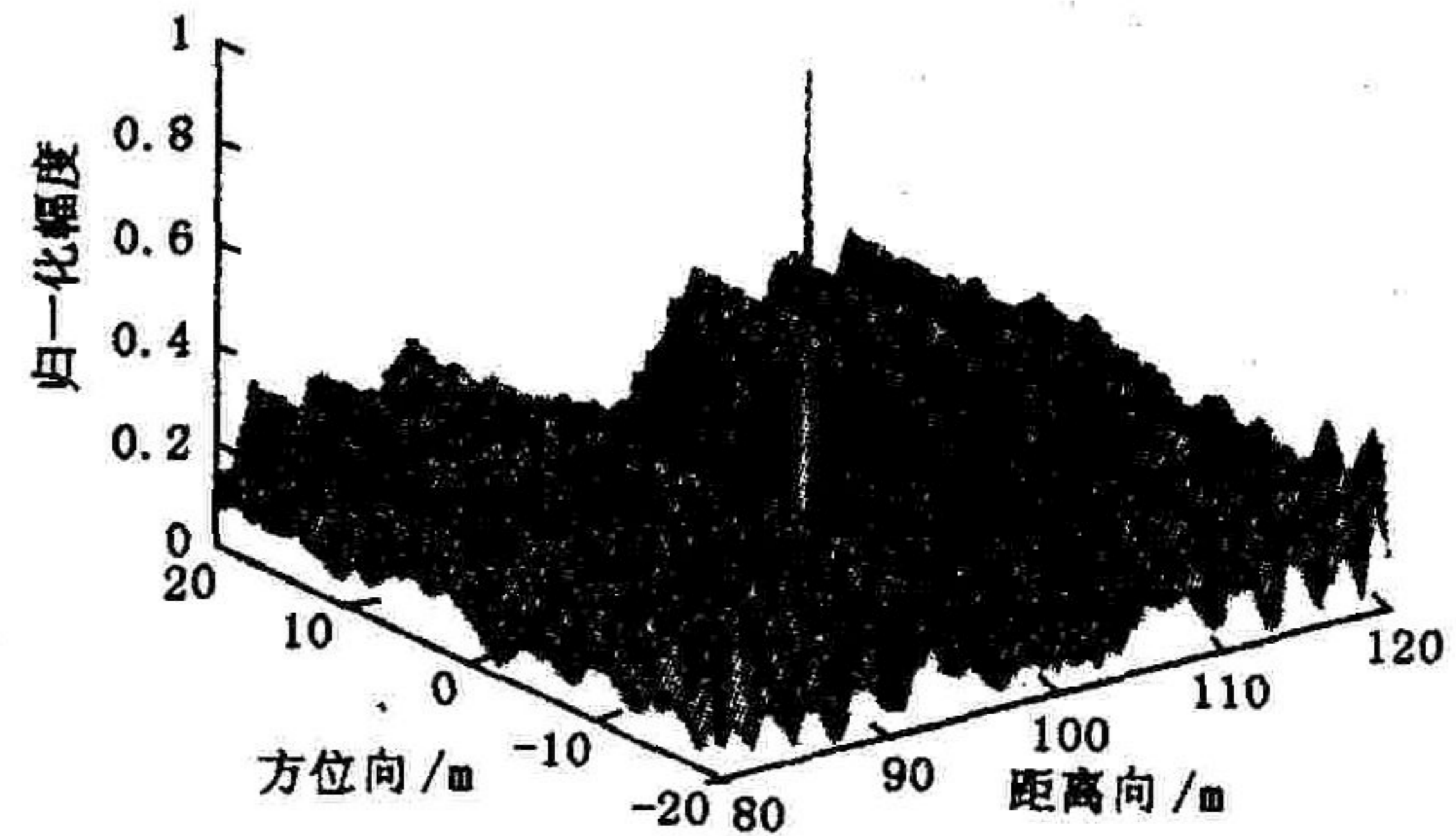


图6 FBP 对点目标成像

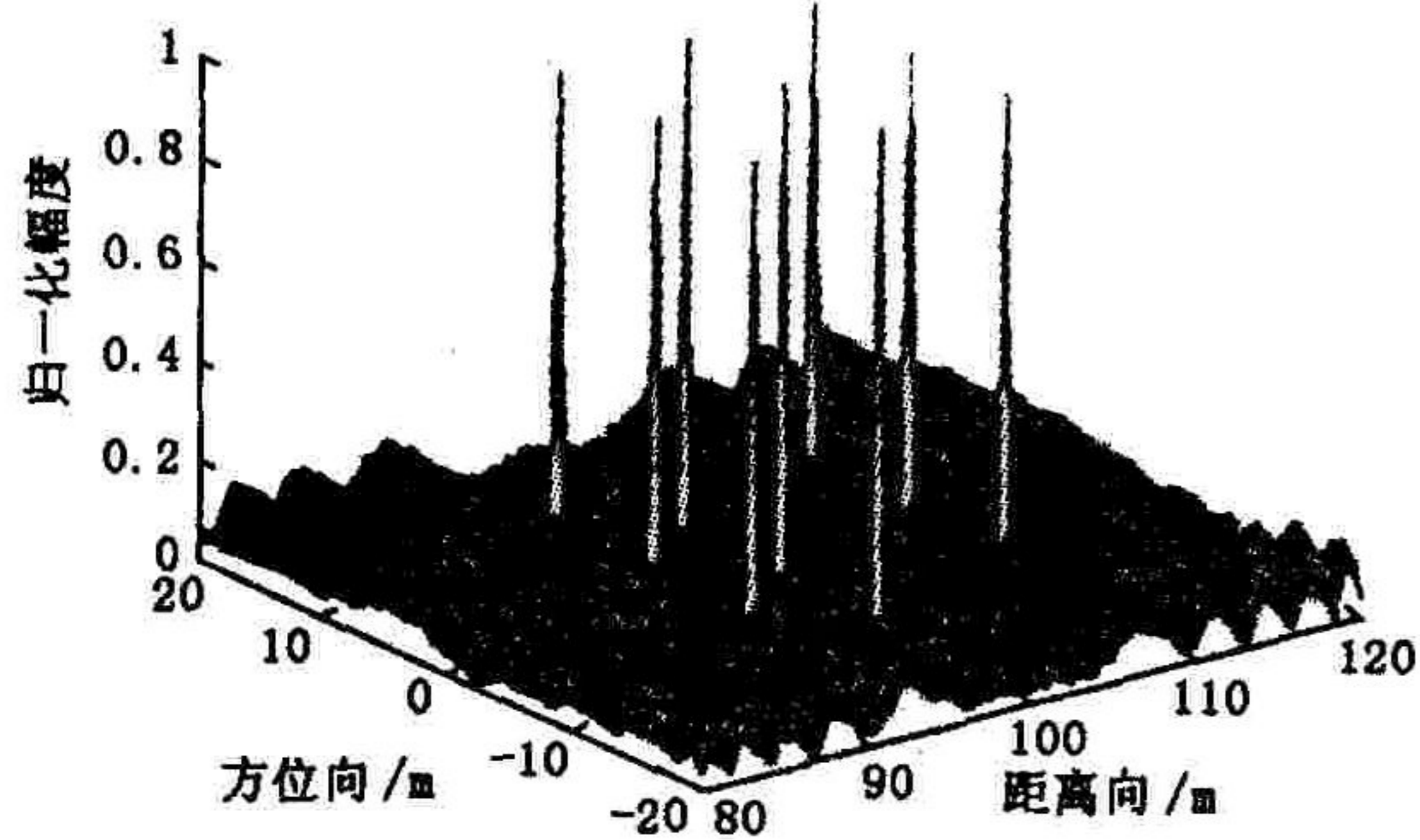


图7 BP 对多点目标成像

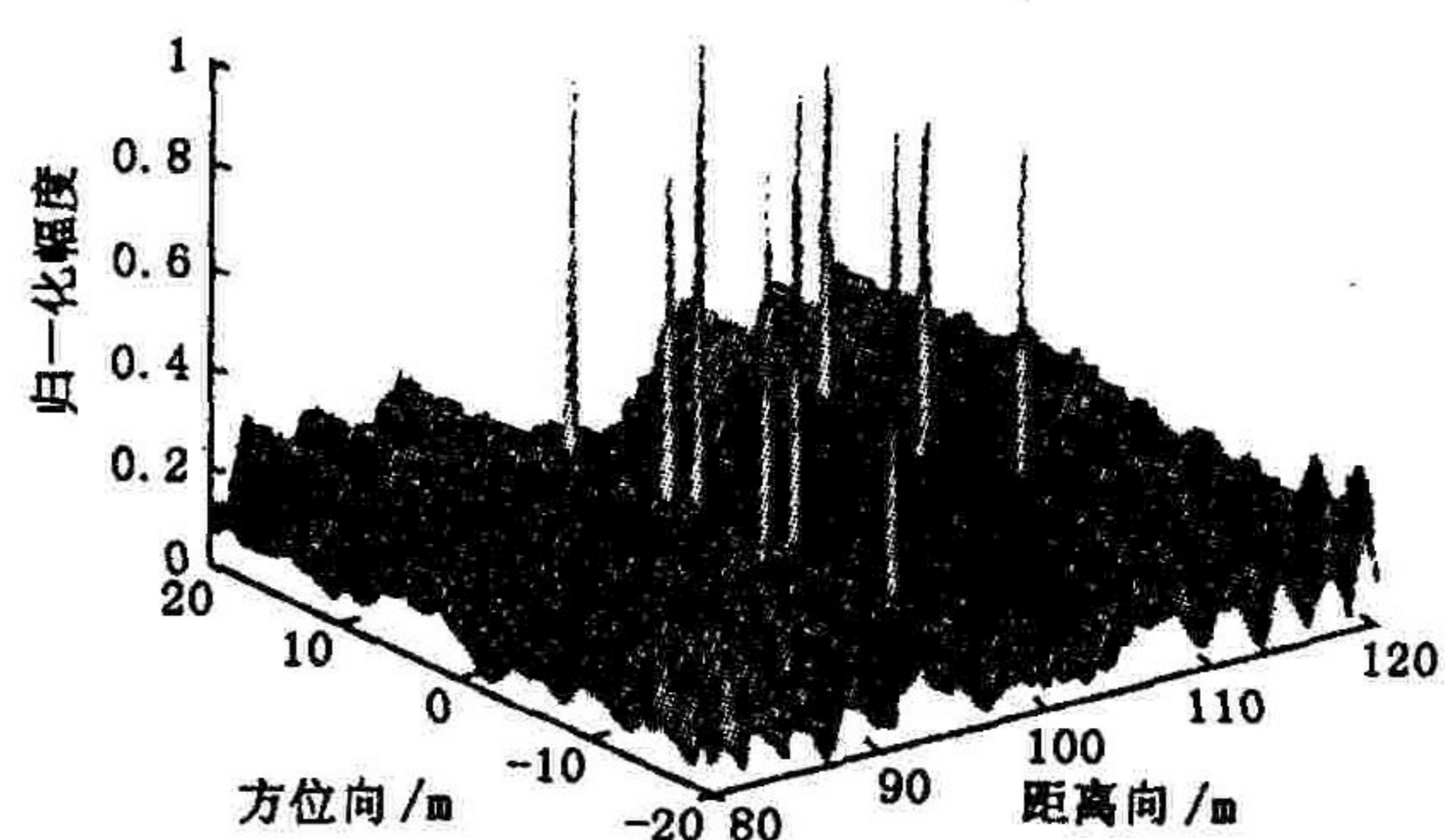


图8 FBP 对多点目标成像

综合考虑 FBP 算法和 BP 算法运算量的大小和成像质量,可以得到以下结论:①在对小区域进行成像时,BP 算法比 FBP 算法速度快、成像效果好;②在对大区域高分辨率 UWB SAR 成像时,应用 FBP 算法有较大的运算量优势,且仍可以得到较好的成像效果;③FBP 算法运算量减小,但旁瓣电平提高,说明 FBP 算法运算量的减小是有一定代价的。

#### 参考文献:

- [1] John W,McCorkle. Focusing of Synthetic Aperture Ultra Wideband Data[J]. Proc. IGARSS,Proceedings Vancouver,1989,19(4):1-5.
- [2] 刘光平. 超宽带合成孔径雷达高效成像算法[D]. 长沙:国防科学技术大学研究生院,2003.
- [3] Hellsten H,Ulander L,Gustavsson A. Development of VHF CABABAS II SAR[J]. Radar Sensor Thchnology, Proc. 1996,27(47):48-60.

(编辑:田新华)

UWB SAR Imaging Based on Fast Back Projection Algorithm

YU Hong - tao, TONG Ning - ning, TIAN Jian - feng

(The Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan, Shaanxi 713800, China)

Abstract:A fast back projection (FBP) algorithm is proposed based-on back projection (BP) algorithm, and the imaging results of spot target and multi - spot targets are received by applying both FBP algorithm and BP algorithm to UWB SAR. Through comparing the results, the speediness and validity of the fast back projection algorithm are testified.

Key words: UWB SAR; chip; fast back projection algorithm ; imaging