

关于Mason信号流图中环路收缩的研究

王曙钊, 李敬社, 刘丽

(空军工程大学理学院, 陕西西安 710051)

摘要: 提出了桥结点、环路相切概念, 从结点分裂的等价观点出发, 导出了信号流图中环路收缩的原理。为此, 提出了环路收缩的4条一般性规则。本结论对Mason信号流图理论进行了扩展, 为信号流图的化简提供了一种方法, 并采用实例说明了环路收缩的使用。

关键词: 信号流图; 桥结点; 结点分裂; 环路收缩规则

中图分类号: TP391 文献标识码: A 文章编号: 1009-3516(2005)05-0023-04

美国学者 Mason 在文献[1]、[2]中, 提出了描述分析线性系统的一种理论和方法——信号流图。他给出了信号流图的定义、术语、化简规则和计算系统增益的 Mason 公式。这一理论在随后的几十年中在系统分析领域起着重要的作用。但是有关信号流图的文献对环路收缩的研究较少。本文在 Mason 信号流图理论的基础上提出了关于环路收缩的一些新观点, 作为对信号流图理论的扩充和对信号流图化简方法的扩展。

文献[3~7]分别以各自的角度给出了信号流图中级联支路、并联支路、自环及结点的消除等简单规则。本文引入结点分裂、桥结点等概念, 并以这些简单规则为辅助, 导出环路收缩原理, 提出环路收缩的规则。

### 1 结点分裂等效

从计算系统增益的角度, 结点也可以分裂等效如图 1 所示。结点分裂的原则是保持被分裂结点的前后两组结点间的前向增益分别相等。图 1 所示是两种特殊的结点: 具有若干条入支路且仅有一条出支路(称聚型结点); 具有若干条出支路且仅有一条入支路(称散型结点)。同时具有若干条入支路和若干条出支路的结点(称聚散型结点)也可分裂, 不过问题将变得比较复杂了。与结点消除不同的是结点分裂后产生了新的结点变量, 新老结点变量之间的关系是:

在图 1(a)、(b)中:  $x_{31} + x_{32} = x_3$ , 但  $x_{31} \neq x_{32}$

在图 1(c)、(d)中:  $x_{21} + x_{22} = x_2$ , 但  $x_{21} \neq x_{22}$

虽然结点分裂使得图变得更复杂些而不常用, 但在下文中可以看到它能说明将大环路收缩为小环路进而收缩为自环的原理。

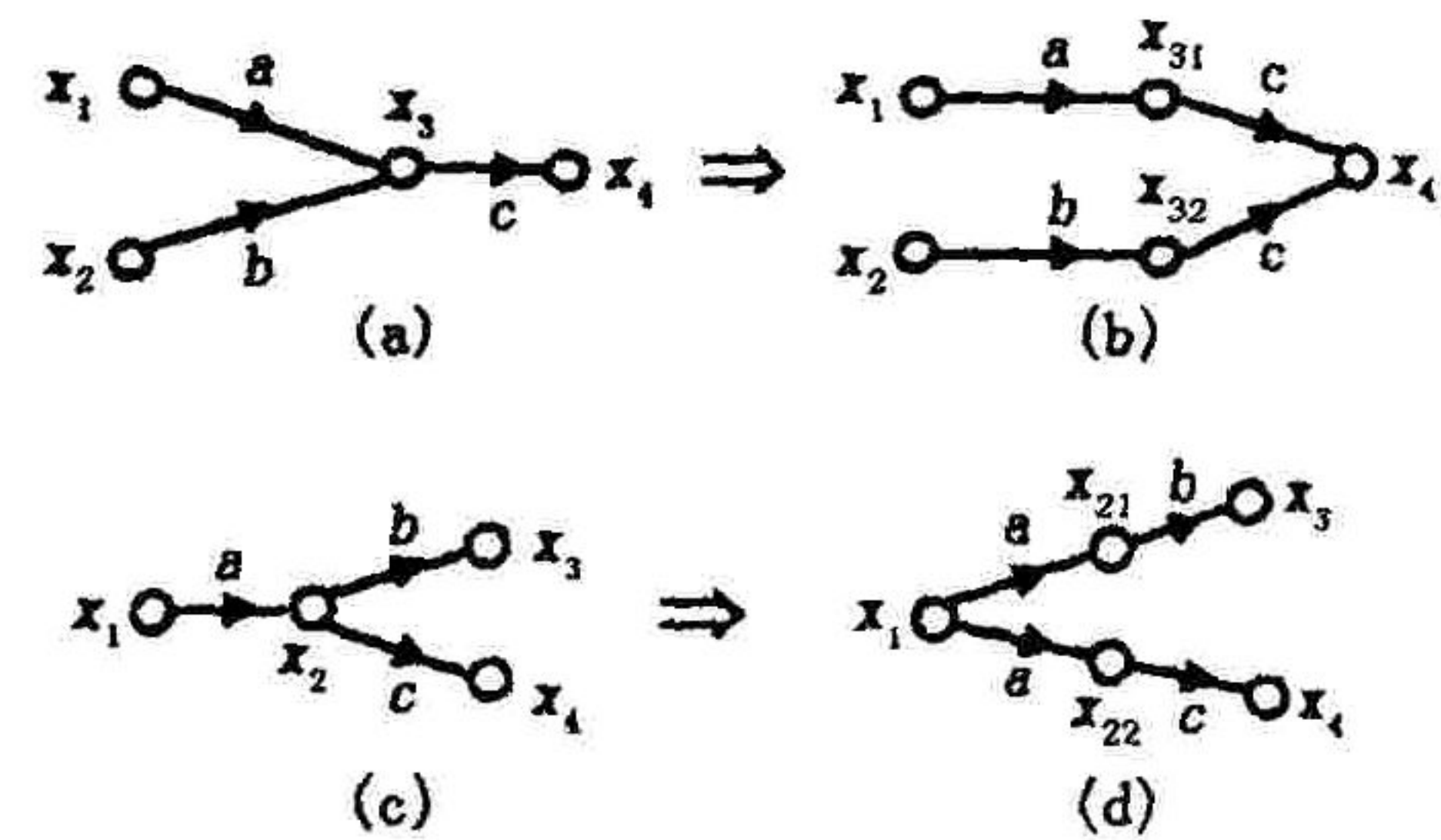


图 1 聚型结点和散型结点的分裂

### 2 桥结点、相切环路概念

#### 2.1 桥结点

在信号流图中, 若将某结点与连接于该结点的所有支路去掉, 原信号流图就变为几个互不连通的子图, 则该结点称为桥结点。图 2 示出了桥结点的例子。其中, 图 2(a)是一个信号流图, 从图 2(b)、(c)看出, 结



点  $x_1, x_4$  是桥结点,从图 2(d)、(e)看出,结点  $x_2, x_3$  不是桥结点。若上述桥结点是针对原始信号流图而言的,就称之为本征桥结点。如果信号流图经过某种等价变换后使一些原来不是桥结点的结点变成新的桥结点,这种桥结点称为等价桥结点。推论:信号流图中的源点和汇点是等价桥结点。因为对源点和汇点各扩展一条增益为 1 的支路形成扩展流图,该信号流图与原图的性质相同。显然扩展流图中原源点和原汇点符合等价桥结点的定义。

### 2.2 相切环路

信号流图中任意两个以上的环路如果具有公共结点或/和支路,则这些环路称为相切环路。图 3 示出了几个相切环路的例子。

在图 3(a)中,环路  $x_1 \rightarrow x_2 \rightarrow x_3 \rightarrow x_1$  与环路  $x_3 \rightarrow x_4 \rightarrow x_3$  相切于结点  $x_3$ 。这种在一组相切环路中各环路具有一个或几个相切点的情况叫做共点相切。在图 3(b)中,环路  $x_1 \rightarrow x_2 \rightarrow x_3 \rightarrow x_1$  与环路  $x_2 \rightarrow x_3 \rightarrow x_4 \rightarrow x_2$  相切于结点  $x_2$  和结点  $x_3$ ,增益为  $c$  的支路是它们的相切支路。这种在一组相切环路中各环路具有一条或几条共同支路的情况叫做共边相切。显然共边相切包含了共点相切。共点相切和共边相切是两种特殊相切情况,除此之外的任何相切我们都把它归为混合相切(或分别相切)。如图 3(c)属于分别共点相切,图 3(d)属于分别共边相切,图 3(e)中既有局部共边相切,又有局部共点相切。这些情况统称为混合相切。

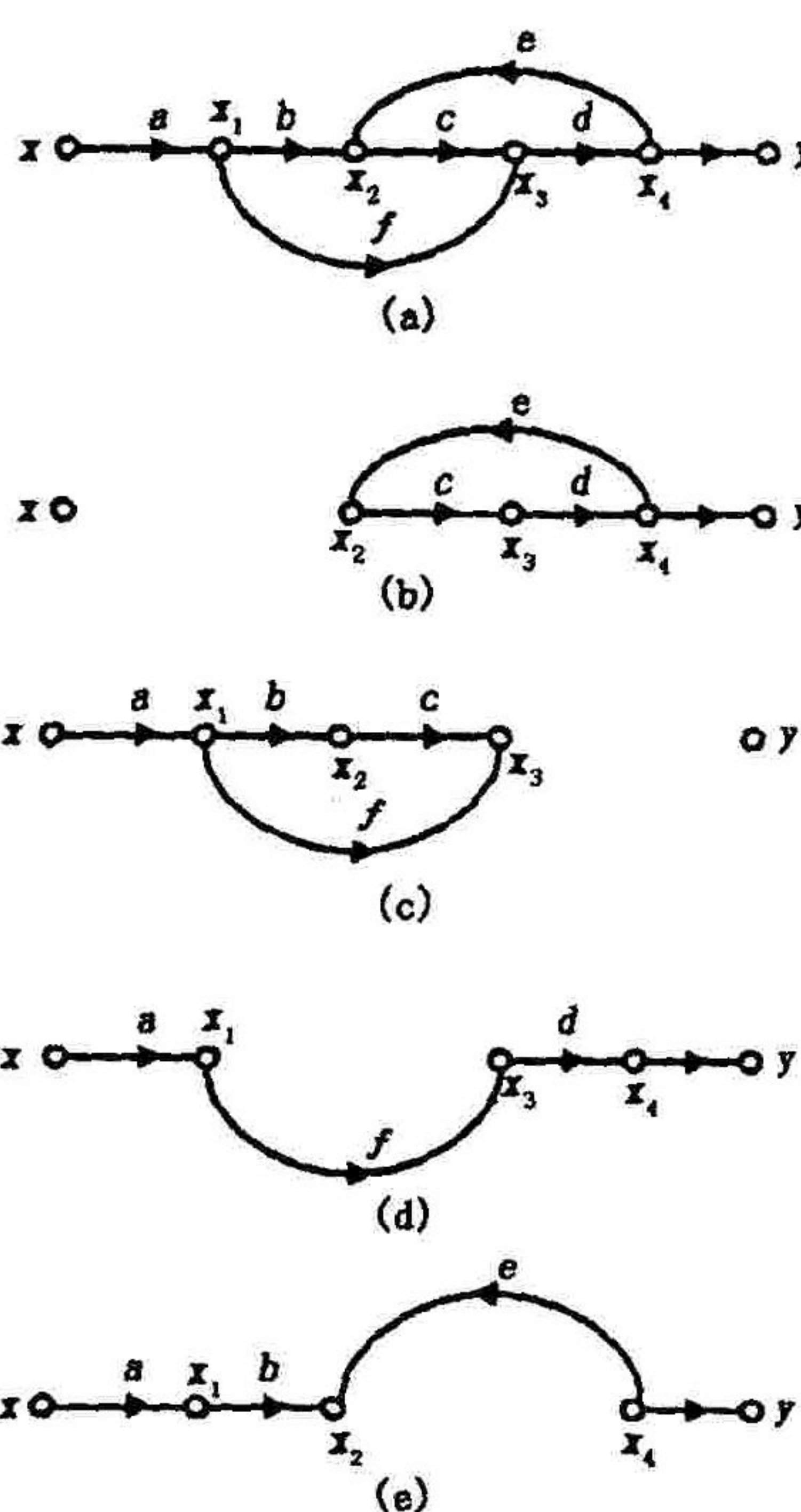


图 2 桥结点示例

### 3 环路收缩及规则

利用结点分裂等效可把大环路收缩为小环路,直至收缩为自环。在图 4(a)所示的流图中,分裂聚型结点  $x_1$  得到图 4(b),进而结点  $x_{12}$  可按照级联化简规则方便地消除,使反馈支路的增益变为  $bf$ 。对图 4(b)可进一步分裂聚型结点  $x_2$  和散型结点  $x_4$  形成图 4(c)所示的流图,这时的流图只剩下前向支路和自环了。注意自环所处的结点  $x_3$  原是一个本征桥结点。

对一般的信号流图只要将聚型结点和散型结点分别逐步分裂就可得到与此相似的结论,这是一个普遍存在的现象。在此结论的导引下,可以直接将环路收缩而不必逐步进行结点分裂。为此,有下述 4 条规则用于环路的收缩。

#### 3.1 规则 1

不与其他任何环路相切的单环路可收缩为自环,自环增益是环路的增益,自环的位置可在该环路上的任何一个本征桥结点上。

在图 5(a)所示流图中,仅有一个单环路  $x_2 \rightarrow x_3 \rightarrow x_4 \rightarrow x_2$ ,其增益为  $cde$ 。根据对图 2 的分析可知结点  $x_1, x_4$  是桥结点,结点  $x_2, x_3$  不是桥结点。因而该单环路只能收缩在结点  $x_4$  上,增益为  $cde$ ,如图 5(b)所示。此时流图中只剩下级联、并联支路和自环了,但应注意这时变量  $x_1, x_2, x_3, x_4$  与图 5(a)中相应变量不同,因为它们同时参与了变换。如果同时分裂聚型结点  $x_2$  和散型结点  $x_4$  也可以得到图 5(c)的情况。考察图 5(b)可以看出,原来不是本征桥结点的  $x_3$  现在变成了等价桥结点。从计算  $x \rightarrow y$  之间增益的观点来说,图 5(b)、图 5(c)都与图 5(a)等价。故而有下述推论。

推论:单环路收缩的自环亦可置于原环路的结点收缩以后形成的等价桥结点上。

由于结点  $x_2$  在收缩前后都不是桥结点,因而收缩后的自环绝不能置于该结点上。

#### 3.2 规则 2

共点相切环路可同时收缩为一个自环,自环的增益是所有相切环路各自增益的和,自环位置可置于相切

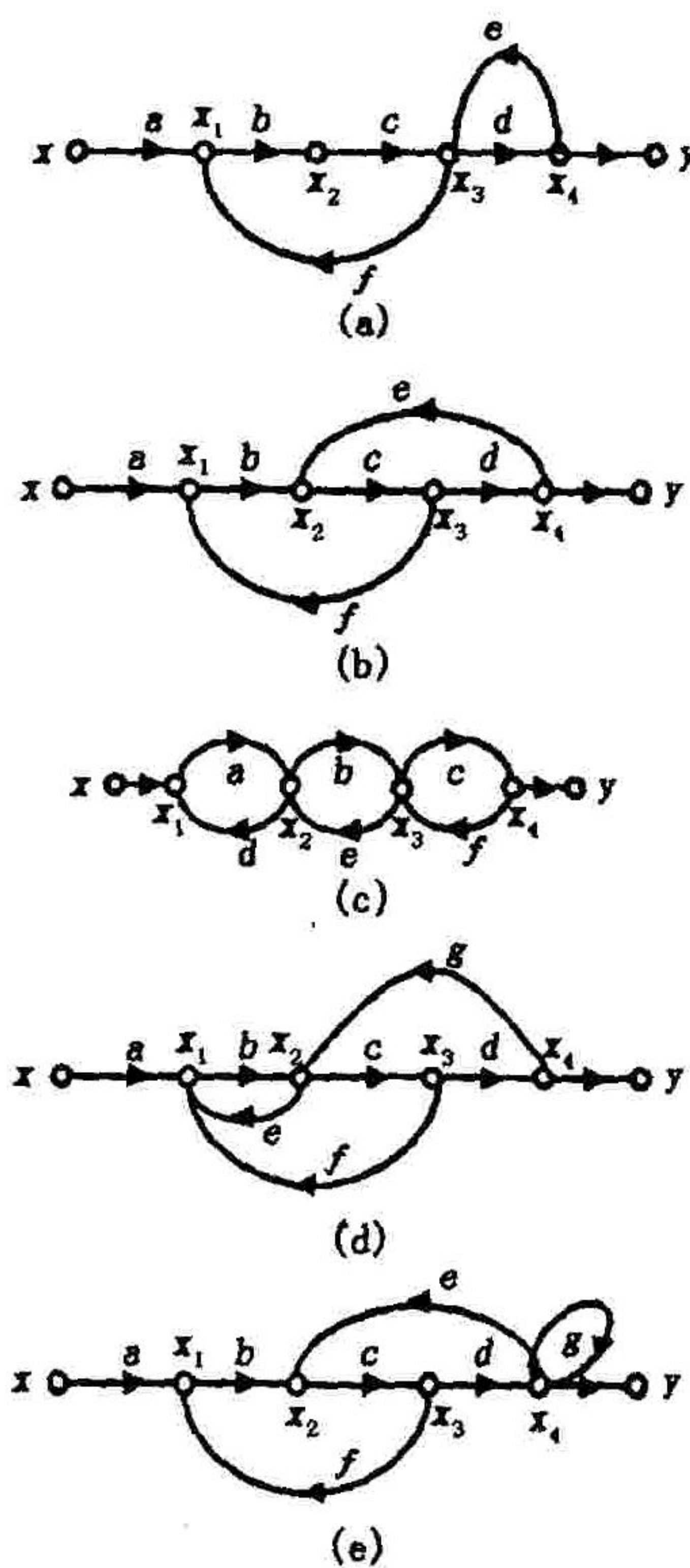


图 3 相切环路



公共结点之中的任何一个本征桥结点上或等价桥结点上。此结论可由图4(a)、(c)说明。

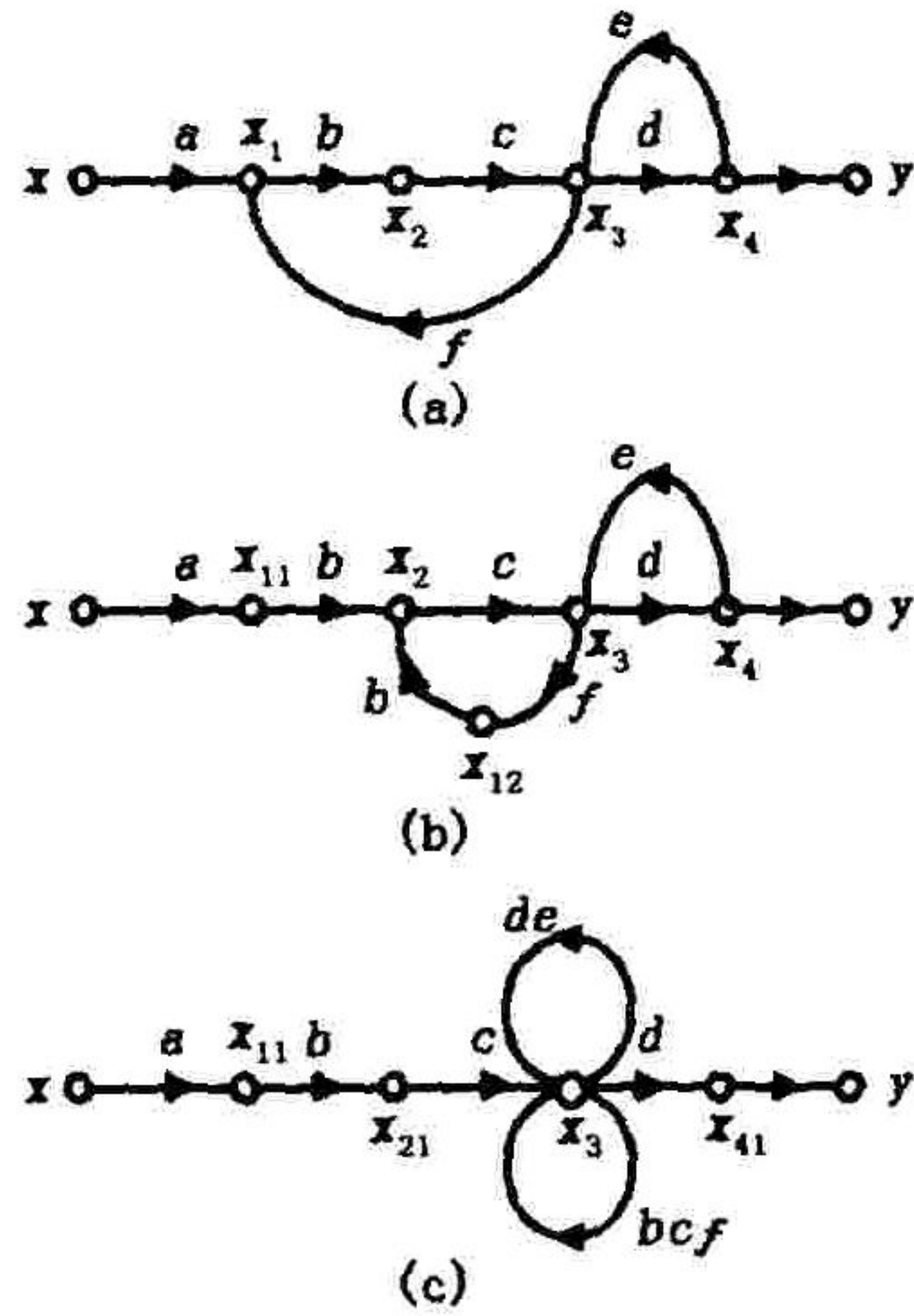


图4 环路收缩

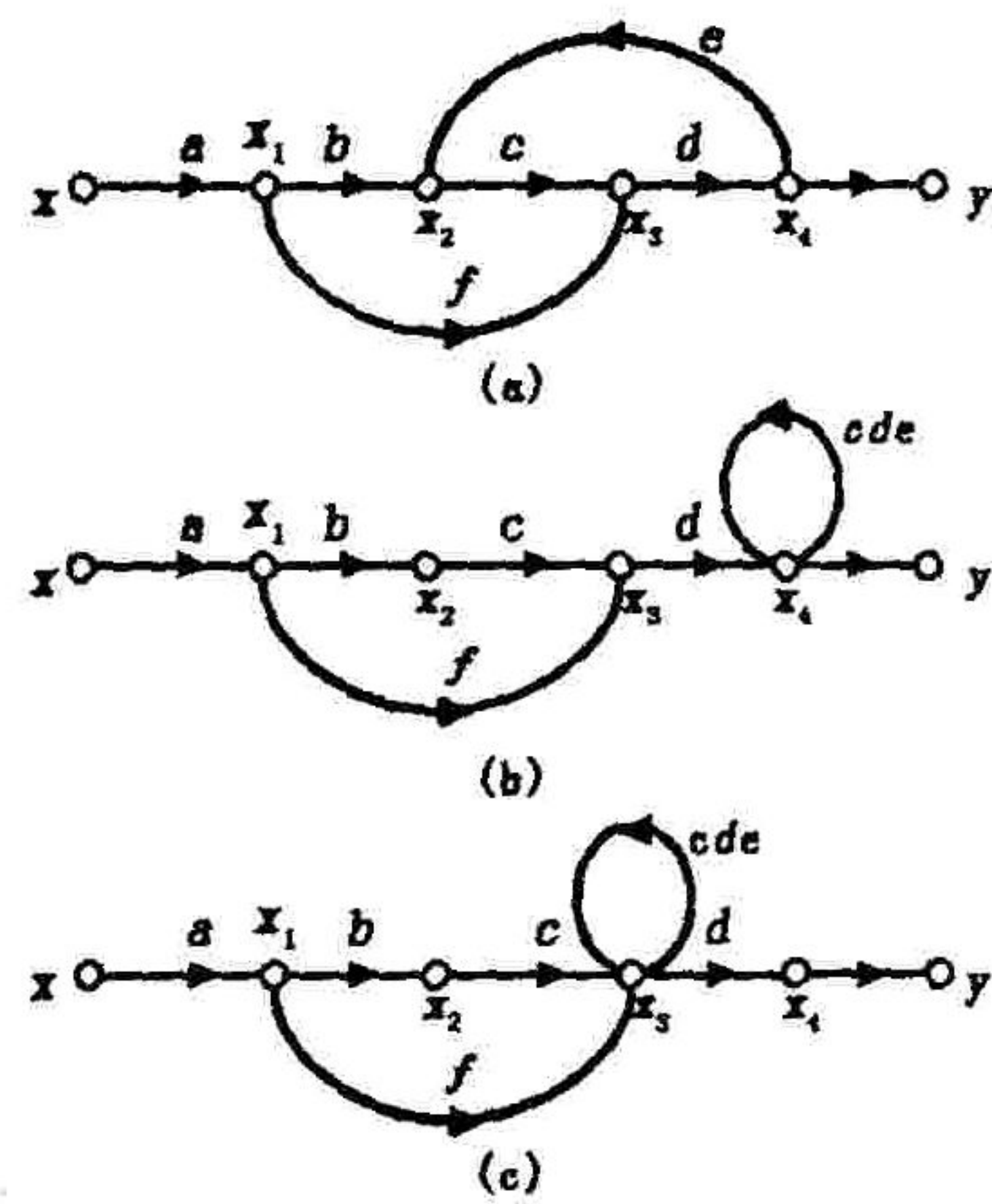


图5 单环路收缩

由于共边相切包含着共点相切,因而共边相切可按规则2处理,亦可按下述推论操作。

推论:共边相切环路可同时收缩为一个自环,自环的增益是所有相切环路各自增益的和,自环位置可置于相切公共边所在结点之中的任何一个本征桥结点上或等价桥结点上。图6是共边相切环路收缩为自环的例子。其中图6(b)收缩于本征桥结点  $x_1$  (亦可认为是共点相切的收缩),图6(c)收缩于等价桥结点  $x_2$ 。

从图5(b)、(c)和图6(b)、(c)我们可以得到下述关于自环转移的推论。

推论:位于局部仅有前向通路中的自环可以转移到该段通路中的任何一个结点上而保证系统总增益不变。

### 3.3 规则3

混合相切环路中的部分环路可分别收缩为自环,自环的增益是该环路的增益,自环的位置须放在保持原来环路之间相切关系不变的结点上。

如图7(a)中的环路是混合相切环路,其中自环  $ad$  收缩到结点  $x_2$ ,自环  $cf$  收缩到结点  $x_3$ ,保持原来的环路相切关系,如图7(b)所示。进而图7(b)中通过分裂结点  $x'_1$  和结点  $x'_4$  可将大环路收缩为小环路,仍保持环路相切关系不变,如图7(c)所示。虽说图7(c)已不能按上述3条规则进一步化简,但已比原图简单多了。利用基本化简规则就很容易求出整个信号流图的增益了。

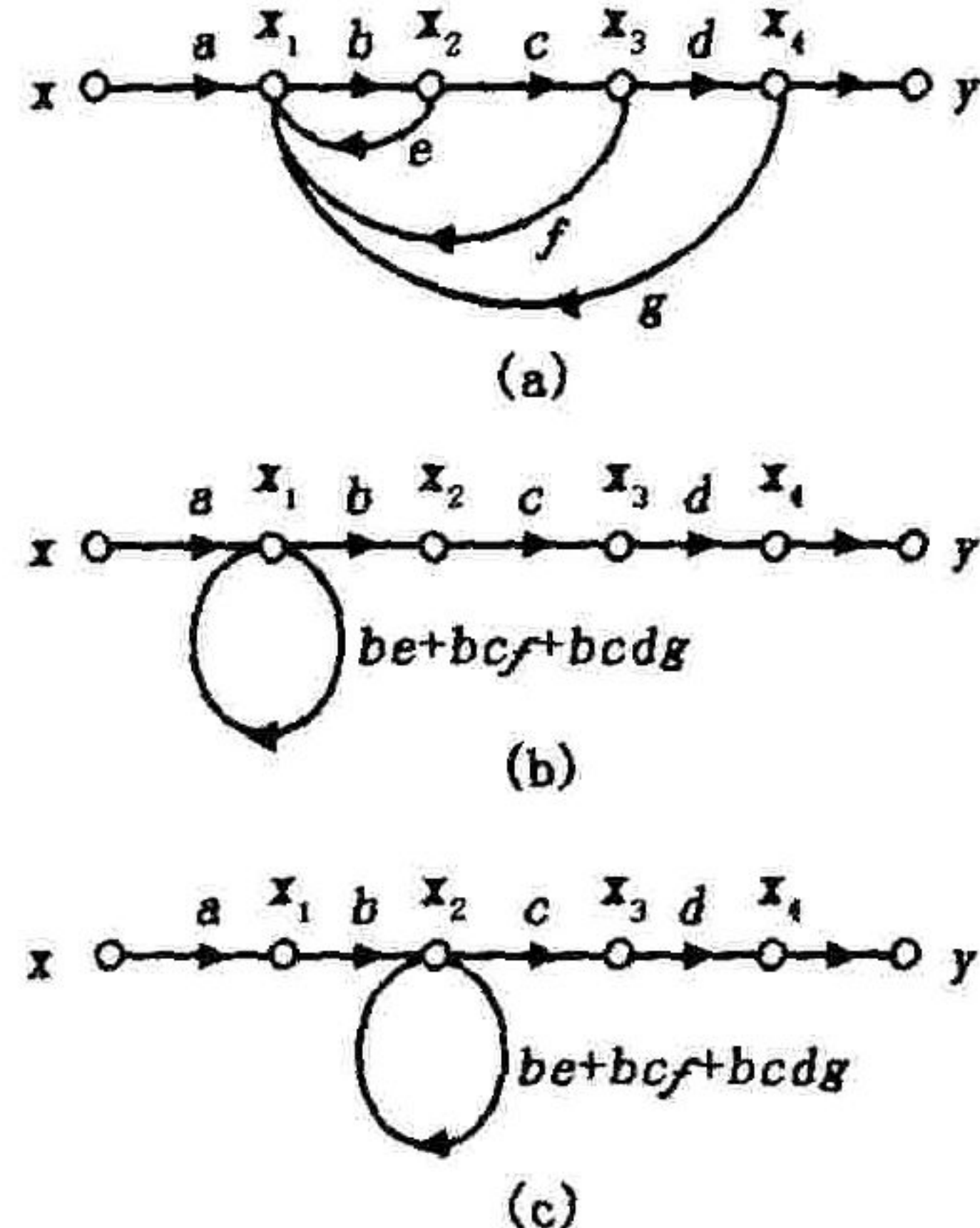


图6 共边(共点)相切环路的收缩

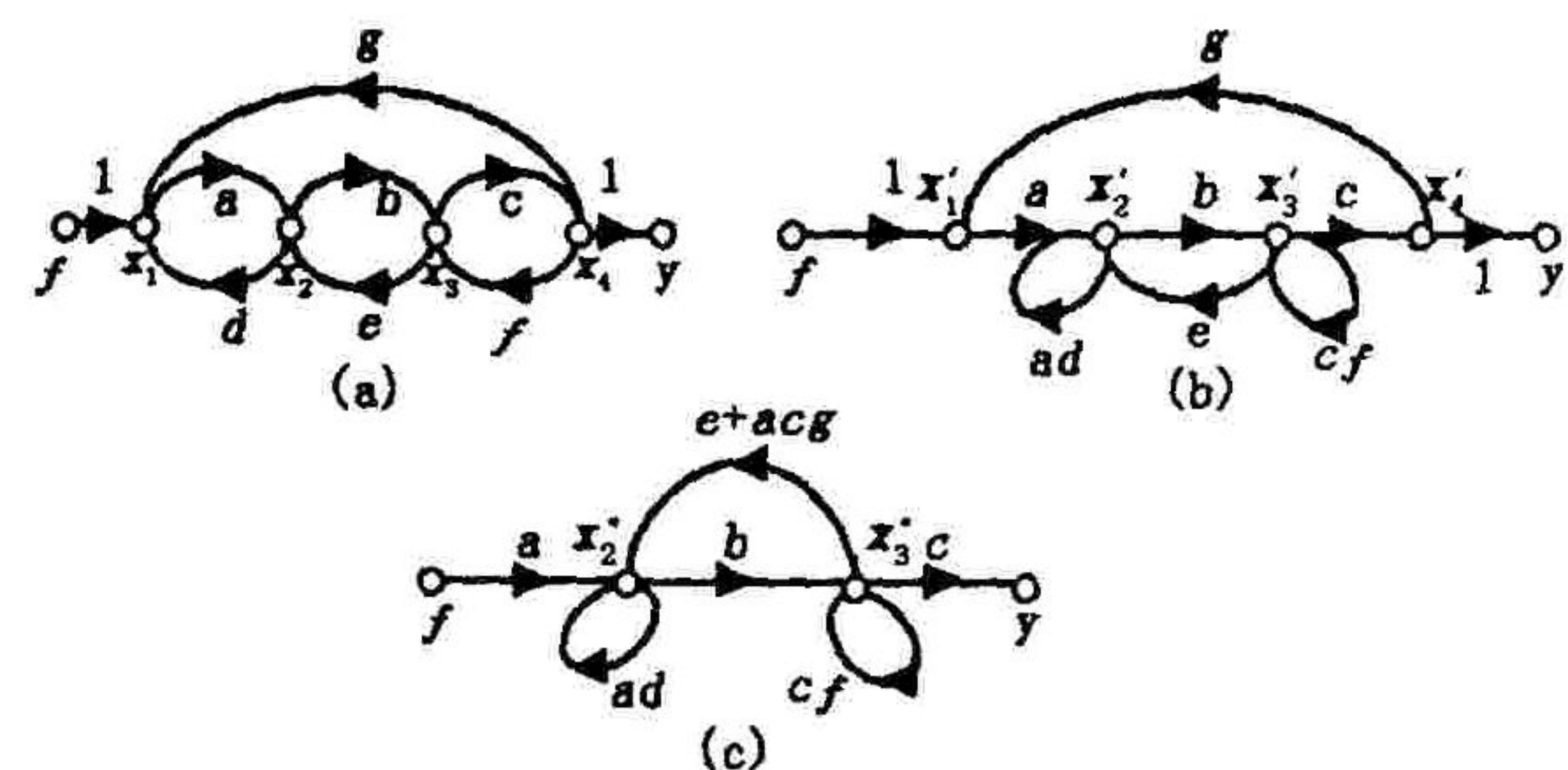


图7 混合相切环路收缩

### 3.4 规则4

任何破坏原来环路相切关系的环路收缩化简是不允许的。根据以上规则可知,任何环路收缩运算都保持前向支路增益不变和原环路增益不变。要保持系统增益不变,必然还要保证收缩前后环路相切关系不变。一旦相切关系改变,而保持前通路增益和收缩后的环路增益不变,必然导致变换后的子图行列式与原图行列式不同,故而导致系统增益错误。



环路收缩是对信号流图理论的扩充,但是作为一种化简方法还有几点需要着重指出:①遵从从简原则,从理论上来说,一个环路可收缩到它所在的任何一个结点上,但如果收缩至上述规则之外的结点上将导致环路增益和某些前向支路增益同时变化,使得化简过程变得更加复杂了;②环路收缩仅对系统增益而言化简,参与变换的结点变量在化简过程中发生了变化,因而若要对某些中间变量求解,在化简过程中要一直保持这些变量不参与变换;③利用环路收缩算法并不一定能一次性求出系统的增益,需与其它规则结合使用,有些复杂的流图需要进行多次收缩化简能转变成级联、并联、自环的简单形式。

## 4 结束语

本文研究了信号流图的基本理论,并从最基本化简规则出发,引入了结点分裂的等价观点,导出了信号流图中的环路可收缩化简的原理。同时,提出桥结点、环路相切的概念,分析了环路相切的类型,据此提出了信号流图中环路收缩的4条规则。这一研究对 Mason 信号流图理论进行了补充,为信号流图的化简提供了一种方法,文中同时用实例说明了信号流图中环路收缩的使用。

### 参考文献:

- [1] Mason S J. Feedback Theory: Some Properties of Signal Flow Graphs[J]. Proc IRE,1953,41:1114-1156.
- [2] Mason S J. Feedback Theory: Further Properties of Signal Flow Graphs[J]. Proc IRE,1956,44:920-926.
- [3] 吴大正. 信号与线性系统分析[M]. 北京:高等教育出版社,2002.
- [4] 邱关源. 网络理论分析[M]. 北京:科学出版社,1982.
- [5] 陈惠开,吴新余. 现代网络分析[M]. 北京:人民邮电出版社,1992.
- [6] 管致中,夏恭恪. 信号与线性系统[M]. 北京:高等教育出版社,2003.
- [7] 吴宁. 电网络分析与综合[M]. 北京:科学出版社,2003.

(编辑:田新华)

Research on the Shrinkage of the Loop in Mason Signal Flow Graph

WANG Shu - zhao, LI Jing - she, LIU Li

(The Science Institute, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710051, China)

Abstract: Concepts about bridge node and loop tangency are proposed. The principle of the loop shrinkage of the signal flow graphs is deduced from the point of view of the equivalence of node split. Four general shrinkage rules are discussed. The paper extends the Mason signal flow graph theory and provides a method for simplifying signal flow graph. At the same time, some examples are given.

Key words : signal flow graph; bridge node; node split; loop shrinkage rule