不协调决策表的属性约简模型及规则提取

安芹力， 李安平

(空军工程大学导弹学院，陕西三原 713800)

摘要：基于广义决策分布函数介绍了不协调决策表的属性约简模型，并对相关模型进行了研究，得出了相关结论；最后，给出了各种模型的规则提取方法。

关键词：粗糙集；决策表；属性约简；协调集；规则提取

中图分类号：O14　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1009-3516(2005)03-0088-04

粗糙集是一种新的处理模糊和不确定性知识的数学工具，粗糙集分析已被广泛应用于人工智能、认知科学等领域。知识约简已成为其研究的核心内容之一[1]。目前，信息系统的知识约简大多是在 Pawlak 粗糙集模型下进行的[1~3]。基于变精度粗糙集理论，文献[4~7]给出并研究了不协调决策表的 α 下近似约简。α 下近似约简保持有决策的对象总数不变，但所产生的决策规则与原决策表产生的规则有可能冲突。为此张文修在文献[8]中基于广义决策分布函数提出了几种知识约简方法。在文献[9]中提出了变精度的知识约简方法。本文基于广义决策分布函数，从不同的角度对不协调决策表的属性约简模型进行了分析，并提出了一些新的属性约简模型如：最小分布属性约简模型；并对一些特殊的决策表进行了分析，如：只有两个决策属性值的情况；并提出了各个属性约简模型的可辨识矩阵并与文献[9]中的可辨识矩阵进行了比较；最后给出了各个属性约简模型提取规则的方法。

1 决策表

决策表 $S=(U,A\cup\{d\})$ 是一特殊的信息系统，A 为条件属性集，$d\notin A$ 为决策属性，$r(d)$ 为决策属性 d 的秩，即决策属性 d 的不同属性值的个数；假设决策属性值集 $V_d=\{1,\cdots,r(d)\}$，其确定在论域 U 上的分划为 $\{D_1,\cdots D_{r(d)}\}$，其中 $D_k=\{u\in U|d(u)=k\}(1\leqslant k\leqslant r(d))$；任意条件属性子集 $B\subseteq A$，集合 $POS_B(\{d\}=\bigcup_{k=1}^{r(d)} BD_k$ 为 $\{d\}$ 的 B 正域；若 $POS_B(\{d\}=POS_A(\{d\})$，则称 B 为 A 的相对协调集；若 $\forall B'\subset B, POS_{B'}(\{d\})\neq POS_A(\{d\})$ 则称 B 为 A 的相对约简。定义函数 $\partial_B:U\rightarrow P(\{1,\cdots,r(d)\})$，其中 $\partial_B(u)=\{d(v)|(u,v)\in IND(B)\}$，$\partial_B$ 称为决策表 S 广义决策函数。若 $\mathrm{card}(\partial_A(u))=1(\forall u\in U)$，称决策表 S 是协调的，否则称决策表 S 不协调。对 $B\subseteq A$，$\forall u\in U(\partial_B(u)=\partial_A(u))$ 则称 B 为 A 的广义决策协调集，若 $\forall B'\subset B, \exists u\in U(\partial_{B'}(u)\neq\partial_A(u))$ 则称 B 为 A 的广义决策约简。

2 广义决策分布函数及相关约简定义

首先，定义 $\mu_k^B-\frac{|D_k\cap[u]_{IND(B)}|}{|[u]_{IND(B)}|}(1\leqslant k\leqslant r(d))$ 为 u 对决策类 D_k 的粗糙隶属函数。

定义函数 $\delta_B:U\rightarrow\{(\mu_1{}^B,\cdots,\mu_{r(d)}^B)\}$ 称为决策表 S 上广义决策分布函数，其中 $\delta_B(u)=(\mu_1{}^B(u),\cdots,\mu_{r(d)}^B(u))\}=(\mu_1{}^B(u),\cdots,\mu_{r(d)}^B(u))$；$\delta_{B_\alpha}(u)=\{1\leqslant k\leqslant r(d)|\mu_k^B(u)\geqslant\alpha\}$；$\delta_{B_{\alpha+}}(u)=\{1\leqslant k\leqslant r(d)|\mu_k^B(u)>\alpha\}$；

收稿日期：2004-09-02
作者简介：安芹力(1975-)，男，河北石家庄人，讲师，硕士生，主要从事人工智能及粗糙集理论研究；
李安平(1961-)，男，陕西周至人，教授，主要从事军事运筹和应用数学研究.

$\delta_{B_{\max}}(u)=\{k_0 \mid \mu_{k_0}^B(u)=\max\limits_{1\leqslant k\leqslant r(d)}(\mu_k^B(u))\}$;$\delta_{B_{\min}}(u)=\{k_0 \mid \mu_{k_0}^B(u)=\min\limits_{1\leqslant k\leqslant r(d)}(\mu_k^B(u))\}$。

定义 1　设一决策表 $S=(U,A\cup\{d\})$, $B\subseteq A$

1)若 $\forall u\in U(\delta_B(u)=\delta_A(u))$,则称 B 为 A 的分布协调集;若 $\forall B'\subset B,\exists u\in U(\delta_{B'}(u)\neq\delta_A(u))$,称 B 为 A 的分布约简。

2)若 $\forall u\in U(\delta_{B_\alpha}(u)=\delta_{A_\alpha}(u))$,则称 B 为 A 的 α 下分布协调集 ;若 $\forall B'\subset B,\exists u\in U(\delta_{B'_\alpha}(u)\neq\delta_{A_\alpha}(u))$,称 B 为 A 的 α 下分布约简 。

3)若 $\forall u\in U(\delta_{B_{(1-\alpha)+}}(u)=\delta_{A_{(1-\alpha)+}}(u))$,则称 B 为 A 的 α 上分布协调集,; 若 $\forall B'\subset B,\exists u\in U(\delta_{B'_{(1-\alpha)+}}(u)\neq\delta_{A_{(1-\alpha)+}}(u))$,称 B 为 A 的 α 上分布约简。

4) $\forall u\in U(\delta_{B_{(\alpha)}}(u)=\delta_{A_\alpha}(u),\delta_{B_{(1-\alpha)+}}(u)=\delta_{A_{(1-\alpha)+}}(u),\alpha>0.5)$,则称 B 为 A 的 α 分布协调集 ;若 $\forall B'\subset B,\exists u\in U(\delta_{B'_\alpha}(u)\neq\delta_{A_\alpha}(u)\vee\delta_{B'_{(1-\alpha)+}}(u)\neq\delta_{A_{(1-\alpha)+}}(u),\alpha>0.5)$,称 B 为 A 的 α 分布约简。

5)若 $\forall u\in U(\delta_{B_{\max}}(u)=\delta_{A_{\max}}(u))$,则称 B 为 A 的最大分布协调集 ; 若 $\forall B'\subset B,\exists u\in U(\delta_{B'_{\max}}(u)\neq\delta_{A_{\max}}(u))$,称 B 为 A 的最大分布约简。

6)若 $\forall u\in U(\delta_{B_{\min}}(u)=\delta_{A_{\min}}(u))$,则称 B 为 A 的最小分布协调集; 若 $\forall B'\subset B,\exists u\in U(\delta_{B'_{\min}}(u)\neq\delta_{A_{\min}}(u))$,称 B 为 A 的最小分布约简。

可以看出若决策表是协调的,几种约简是等价的。显然,分布协调集及约简都保持每个对象在每个决策类的粗糙隶属度不变。α 下分布协调集及约简都保持每个对象粗糙隶属度不小于 α 决策类不变。α 上分布协调集及约简保持每个对象粗糙隶属度不大于 $1-\alpha$ 决策类不变。最大分布协调集及约简都保持每个对象最大粗糙隶属度的决策类不变。最小分布协调集及约简保持每个对象最小粗糙隶属度的决策类不变。

定理 1　设一决策表 $S=(U,A\cup\{d\})$, $B\subseteq A$,若 B 为 A 的分布协调集,则 B 为 A 的 α 下分布协调集、α 上分布协调集、α 分布协调集、最大分布协调集、最小分布协调集。

证明　分布协调集保持每个对象在每个决策类的粗糙隶属度不变,故定理成立。

定理 2　设一决策表 $S=(U,A\cup\{d\})$, $B\subseteq A$,B 为 A 的 1 下分布协调集$\Leftrightarrow B$ 为 A 的相对协调集。

证明

$$u\notin POS_B(\{d\})\Leftrightarrow u\in\{u \mid |\delta_{B_1}(u)|=0\}\Leftrightarrow\delta_{B_1}(u)=\varnothing(u\in\{u \mid |\delta_{B_1}(u)|=0\})\qquad(1)$$

$$u\notin POS_B(\{d\})\Leftrightarrow u\in\{u \mid [u]_{IND(B)}\subseteq[u]_{IND(\{d\})}\}\Leftrightarrow u\in\{u \mid |\delta_{B_1}(u)|=0\}$$

若$\{u \mid |\delta_{B_1}(u)|=1\}=\{u \mid |\delta_{A_1}(u)|=1\}$,又 $\delta_{B_1}(u)\subseteq\delta_{A_1}(u)$,故 $\delta_{B_1}(u)=\delta_{A_1}(u)(|\delta_{B_1}(u)|=1)$　(2)

由式(1)、(2)定理得证。

定理 3　设一决策表 $S=(U,A\cup\{d\})$, $B\subseteq A$,B 为 A 的 1 上分布协调集$\Leftrightarrow B$ 为 A 的广义决策协调集。

证明　由定义易证。

定理 4　设一决策表 $S=(U,A\cup\{d\})$, $B\subseteq A$,B 为 A 的 1 上分布协调集$\Rightarrow B$ 为 A 的相对协调集。

证明　B 为 A 的 1 上分布协调集$\Rightarrow B$ 为 A 的 1 下分布协调集$\Leftrightarrow B$ 为 A 的相对协调集。定理得证。

定理 5　设一决策表 $S=(U,A\cup\{d\})$, $B\subseteq A$,B 为 A 的 1 分布协调集$\Leftrightarrow B$ 为 A 的广义决策协调集。

证明　由定理 2,定理 3,定理 4 易证。

3　$r(d)=2$ 情况讨论

显然,前面的任何一个定理对 $r(d)=2$ 都满足,下面主要对其特殊的性质进行讨论。

定理 6　设一决策表 $S=(U,A\cup\{d\})$,$r(d)=2$,$B\subseteq A$,则 B 为 A 的 0.5 下分布协调集$\Leftrightarrow B$ 为 A 的 0.5 上分布协调集$\Leftrightarrow B$ 为 A 的最大分布协调集$\Leftrightarrow B$ 为 A 的最小分布协调集; B 为 A 的 α 上分布协调集$\Leftrightarrow B$ 为 A 的 α 下分布协调集 $\Leftrightarrow B$ 为 A 的 α 分布协调集。

证明　由定义及 $r(d)=2$ 的特殊性易证。

4　可辨识矩阵

可辨识矩阵是由 Skowron 教授提出的,并在粗糙集理论中得到了广泛应用的一种方法,下面将构造一种

新的可辨识矩阵。

首先,对决策表 $S=(U,A\cup\{d\})$ 分布协调集及分布约简构造可辨识矩阵及可辨识函数如下:

$$M_A^{\delta}=(M_A^{\delta}(u_i,u_j))\text{其中 }M_A^{\delta}(u_i,u_j)=\begin{cases}\{a\mid a\in A\wedge a(u_i)\neq a(u_j)\} & \delta_A(u_i)\neq\delta_A(u_j)\\ \varnothing & \text{其它}\end{cases}$$

$$f_A^{\delta}=\wedge\{\vee M_A^{\delta}(u_i,u_j)\mid 1\leqslant i,j\leqslant n,M_A^{\delta}(u_i,u_j)\neq\varnothing\}$$

α 下分布协调集及 α 下分布约简构造可辨识矩阵及可辨识函数如下:

$$M_A^{\delta_\alpha}=(M_A^{\delta_\alpha}(u_i,u_j))\text{其中}(M_A^{\delta_\alpha}(u_i,u_j)=\begin{cases}\{a\mid a\in A\wedge a(u_i)\neq a(u_j)\} & \text{其它}\\ \varnothing & \delta_{A_\alpha}(u_i)\subseteq\delta_{A_\alpha}(u_j)\end{cases}$$

$$f_A^{\delta_\alpha}=\wedge\{\vee M_A^{\delta_\alpha}(u_i,u_j)\mid 1\leqslant i,j\leqslant n,M_A^{\delta_\alpha}(u_i,u_j)\neq\varnothing\}$$

α 上分布协调集及 α 上分布约简构造可辨识矩阵及可辨识函数如下:

$$M_A^{\delta(1-\alpha)+}=(M_A^{\delta(1-\alpha)+}(u_i,u_j))$$

$$M_A^{\delta(1-\alpha)+}(u_i,u_j)=\begin{cases}\{a\mid a\in A\wedge a(u_i)\neq a(u_j)\} & \text{其它}\\ \varnothing & \delta_{A(1-\alpha)+}(u_i)\supseteq\delta_{A(1-\alpha)+}(u_j)\end{cases}$$

$$f_a^{\delta(1-\alpha)+}=\wedge\{\vee M_A^{\delta(1-\alpha)+}(u_i,u_j)\mid 1\leqslant i,j\leqslant n,M_A^{\delta(1-\alpha)+}(u_i,u_j)\neq\varnothing\}$$

α 分布协调集及 α 分布约简构造可辨识矩阵及可辨识函数如下:

$$M_A^{\delta_\alpha^{(1-\alpha)+}}=(M_A^{\delta_\alpha^{(1-\alpha)+}}(u_i,u_j))$$

$$(M_A^{\delta_\alpha^{(1-\alpha)+}}(u_i,u_j))=\begin{cases}\{a\mid a\in A\wedge a(u_i)\neq a(u_j)\} & \text{其它}\\ \varnothing & \delta_{A_\alpha}(u_i)\subseteq\delta_{A_\alpha}(u_j)\wedge\delta_{A(1-\alpha)+}(u_i)\supseteq\delta_{A(1-\alpha)+}(u_j)\end{cases}$$

$$f_A^{\delta_\alpha^{(1-\alpha)+}}=\wedge\{\vee M_A^{\delta_\alpha^{(1-\alpha)+}}(u_i,u_j)\mid 1\leqslant i,j\leqslant n,M_A^{\delta_\alpha^{(1-\alpha)+}}(u_i,u_j)\neq\varnothing\}$$

最大分布协调集及最大分布约简构造可辨识矩阵及可辨识函数如下:

$$M_A^{\delta_{\max}}=(M_A^{\delta_{\max}}u_i,u_j))$$

$$M_A^{\delta_{\max}}u_i,u_j)=\begin{cases}\{a\mid a\in A\wedge a(u_i)\neq a(u_j)\} & \text{其它}\\ \varnothing & \delta_{A_{\max}}(u_i)=\delta_{A_{\max}}(u_j)\end{cases}$$

$$f_a^{\delta_{\max}}=\wedge\{\vee M_A^{\delta_{\max}}(u_i,u_j)\mid 1\leqslant i,j\leqslant n,M_A^{\delta_{\max}}(u_i,u_j)\neq\varnothing\}$$

最小分布协调集及最小分布约简构造可辨识矩阵及可辨识函数如下:

$$M_A^{\delta_{\min}}=(M_A^{\delta_{\min}}u_i,u_j))$$

$$M_A^{\delta_{\min}}u_i,u_j)=\begin{cases}\{a\mid a\in A\wedge a(u_i)\neq a(u_j)\} & \text{其它}\\ \varnothing & \delta_{A_{\min}}(u_i)=\delta_{A_{\min}}(u_j)\end{cases}$$

$$f_a^{\delta_{\min}}=\wedge\{\vee M_A^{\delta_{\min}}(u_i,u_j)\mid 1\leqslant i,j\leqslant n,M_A^{\delta_{\min}}(u_i,u_j)\neq\varnothing\}$$

文献[9]对 α 下(上)分布协调集及 α 下(上)分布约简提供的可辨识矩阵为

$$M_A^{\delta_\alpha}=(M_A^{\delta_\alpha}(u_i,u_j))$$

$$M_A^{\delta_\alpha}(u_i,u_j)=\begin{cases}\{a\mid a\in A\wedge a(u_i)\neq a(u_j)\} & \text{其它}\\ & \delta_{A_\alpha}(u_i)=\delta_{A_\alpha}(u_j)\end{cases}$$

$$M_A^{\delta(1-\alpha)+}=(M_A^{\delta(1-\alpha)+}(u_i,u_j))$$

$$M_A^{\delta(1-\alpha)+}(u_i,u_j)=\begin{cases}\{a\mid a\in A\wedge a(u_i)\neq a(u_j)\} & \text{其它}\\ \varnothing & \delta_{A(1-\alpha)+}(u_i)=\delta_{A(1-\alpha)+}(u_j)\end{cases}$$

这两种可辨识矩阵与本文提供的可辨识矩阵在求属性约简方面是等价的但是在提取规则方面,它们有所不同,本文提供的可辨识矩阵及可辨识函数对下分布协调集的确定性规则保持原有确定决策的存在性,而文献[9]的可辨识矩阵及可辨识函数对下分布协调集的确定性规则保持确定决策的一致性;本文提供的可辨识矩阵及可辨识函数对上分布协调集的可能性(负)规则保持原有可能(负)决策的可能性(存在性),而文献[9]提供的可辨识矩阵及可辨识函数对上分布协调集的可能性(负)规则保持原有可能(负)决策的一致性。显然本文的方法对提取小(条件属性少)规则有力,但文献[9]方法更强调了与决策表的一致性。

5 规则提取

公式 $\varphi\rightarrow\psi$ 的逻辑含义称为决策规则,φ 称为规则前件,ψ 称为规则后件,他们表达一种因果关系,其中,

φ 所包含的原子公式中只有决策表中的条件属性,ψ 所包含的原子公式中只有决策表中的决策属性。

设一决策表 $S=(U,A\cup\{d\})$,决策规则 $\varphi\to\psi$ 的可信度 $CF(\varphi\to\psi)=\dfrac{|\varphi|_s\cap|\psi|_s}{|\varphi|_s}$ 则可信度为 α 的决策规则记为 $\varphi\xrightarrow{\alpha}\psi$。

用一个决策表 S(表1)对1分布协调集及约简利用可辨识矩阵(表2、3)来说明如何实现规则提取。

表1 决策表

U/A	a	b	d	δ_{A_1}	δ
u_1	1	1	0	φ	$\{0,1\}$
u_2	0	0	0	$\{0\}$	$\{0\}$
u_3	0	1	2	φ	$\{0.2\}$
u_4	0	1	0	φ	$\{0,2\}$
u_5	1	1	1	φ	$\{0,1\}$

表2 可辨识矩阵(δ_{A_1})

U	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1					
u_2	ab		b	b	ab
u_3					
u_4					
u_5					

表3 可辨识矩阵($\delta_{A_{0+}}$)

U	$u1$	$u2$	$u3$	$u4$	$u5$
$u1$			a	a	
$u2$	ab		b	b	ab
$u3$	a				a
$u4$	a				a
$u5$			a	a	

从以上可得以下决策规则:

$$a_1\xrightarrow{0+}d_0\vee d_1(a_1\xrightarrow{1}d_2),b_0\xrightarrow{1}d_0a_0\xrightarrow{0+}d_0\vee d_2(a_0\xrightarrow{1}d_1)$$

参考文献:

[1] Pawlak Z. Rough Sets: Theoretical Aspects of Reasoning About Data [M]. Boston: Kluwer Academic Publishers,1991.
[2] 张文修,吴伟志,梁吉业,李德玉. 粗糙集理论与方法[M]. 北京科学出版社,2001.
[3] 王国胤,Rough 集理论与知识获取[M]. 西安:西安交通大学出版社,2001.
[4] Ziarko W. Variable Precision Rough Set Model[J]. Journal of Computer and System Sciences,1993,46(1):39 - 59.
[5] Kryszkiewicz M. Comparative Studies of Alternative Type of Knowledge Reduction in Inconsistent Systems[J]. International Journal of Intelligent Systems, 2001, 16: 105 - 120.
[6] Quafatou M. α - RST: a Generalization of Rough Set Theory [J]. Information Sciences, 2000, 124: 301 - 316.
[7] Beynon M. Reducts Within the Variable Precision Rough Sets Model: a Further Investigation [J]. European Journal of Operational Research, 2001, 134: 592 - 605.
[8] 张文修,米据生,吴伟志. 不协调目标信息系统的知识约简[J]. 计算机学报,2002,26(1):12 - 18.
[9] 米据生,吴伟志,张文修. 基于变精度粗糙集理论的知识约简办法[J]. 系统工程理论与实践. 2004,1(1):76 - 82.

(编辑:田新华)

Attribute Reduction Models of Inconsistent Decision Table and Rule Extraction

AN Qin - li, LI An - ping

(The Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan, Shaanxi 713800, China)

Abstract: The attribute reduction models of inconsistent decision table, based on generalized decision distribution function, are introduced and investigated. Rule extraction methods are given in the end.

Key words: rough set; decision table; attribute reduction; consistent set; role extraction