

## 基于正交小波包遥感图像融合算法研究

林 卉<sup>1</sup>, 肖剑平<sup>2</sup>, 杜培军<sup>3</sup>

(1. 徐州师范大学国土信息与测绘工程系, 江苏徐州 221116; 2. 武汉市勘测设计研究院, 湖北武汉 430022; 3. 中国矿业大学地理信息科学系, 江苏徐州 221008)

**摘要:** 正交小波包分析能够将信号(图像)频带进行多层次划分, 对多分辨分析没有细分的高频部分进一步分解, 从而提高了频率分辨率, 能有效地提取特定的频率成分。首先推导了小波包分析的基本原理, 并给出了基于正交小波包分析的遥感图像融合算法, 最后, 通过实例说明正交小波包分析的有效性和优越性。

**关键词:** 小波变换; 正交小波包变换; 图像融合

**中图分类号:** TP393    **文献标识码:** A    **文章编号:** 1009-3516(2005)02-0069-04

信息融合可以获得比各个独立信息源所提供的信息更加全面、更少冗余, 也更加实用的分析处理结果, 图像融合作为信息融合的一个重要分支同样得到了人们的广泛关注。图像融合中采用的方法很多, 目前最新的技术大多采用小波变换方法, 将二维图像信息进行小波变换, 得到图像小波系数图, 然后根据一组融合规则产生决策融合图, 再由源图像的小波系数根据融合决策图构造融合后的小波系数图, 最后, 经小波逆变换得到融合后的图像。通常小波分析是把信号分解成低频和高频两部分。在分解中, 低频中失去的信息由高频捕获。在下一层的分解中又将上层的低频部分分解成低频和高频两部分, 同样, 在这一层低频中失去的信息由高频捕获, 以此类推, 可以进行更深层次的分解。一般认为, 图像的低频信息代表了图像的轮廓, 而高频信息则含有细节的信息, 因此, 采用小波分解的融合技术无疑丢掉了这部分细节。然而在小波包分解中, 对低频部分与高频部分同时进行小波分解, 能够将变宽的频谱窗进一步分割变细, 提高频率分辨率, 从而能够对信号进行更精细的分解, 具有更好的时频特性。利用小波包分解, 可以更好地分离光谱信息与空间细节信息, 更有利于进行融合。

## 1 小波包分析的基本原理

由于正交多分辨率分析的尺度是按二进制变化的, 所以在高频频段频率分辨率较差, 而在低频频段其时间分辨率较差, 即对图像函数频带的划分具有等带宽比结构, 这种“高频低分辨”现象正是正交小波基的一大缺陷。正交小波包分析能够为图像函数提供一种更加精细的分析方法, 将频带进行多层次划分, 对多分辨分析没有细分的高频部分进一步分解, 从而提高了高频段的频率分辨率, 克服了正交小波变换的不足。

正交小波包递推分解关系为

$$f_{j+1}^{(l)}(t) = f_j^{(2l)}(t) + f_j^{(2l+1)}(t) \quad (1)$$

$$f_j^{(2l)}(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} d_{j,k}^{(2l)} \mu_{j,k,2l}(t) \quad (2)$$

$$f_j^{(2l+1)}(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} d_{j,k}^{(2l)} \mu_{j,k,2l+1}(t) \quad (3)$$

$$d_{j,k}^{(2l)}(t) = \sum_{m \in \mathbb{Z}} \bar{h}_{m-2n} d_{j+1,m}^l(t) \quad (4)$$

收稿日期: 2004-11-19

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(49971055); 江苏省教育厅自然科学基金资助项目(04KJD420193)

作者简介: 林 卉(1973-), 男, 湖南武岗人, 讲师, 硕士, 主要从事摄影测量与遥感图像处理研究。



$$d_{j,k}^{(2l+1)}(t) = \sum_{m \in \mathbf{Z}} \bar{g}_{m-2^l k} d_{j+1,m}^l(t) \quad (5)$$

其中:  $\mu_{j,k,2l+1}(t) = 2^{j/2} \mu_l(2^j t - k)$  表示尺度为  $2^j$ , 时间中心为  $2^j k$ , 振荡次数(过零点次数)为  $l$  的小波图像函数;  $f_j^{(2l)}(t)$  为图像函数在小波包空间  $\text{Closespan}\{\mu_{j,k,2l}(t); k \in \mathbf{Z}\}$  上的正交投影,  $f_j^{(2l+1)}(t)$  为图像函数在  $\text{Closespan}\{\mu_{j,k,2l+1}(t); k \in \mathbf{Z}\}$  上的正交投影; 数列  $\{d_{j,k}^{(2l)}; k \in \mathbf{Z}\}$  为  $f_j^{(2l)}(t)$  在小波基  $\{\mu_{j,k,2l}(t); k \in \mathbf{Z}\}$  下的展开系数; 数列  $\{d_{j,k}^{(2l+1)}(t); k \in \mathbf{Z}\}$  为  $f_j^{(2l+1)}(t)$  在小波基  $\{\mu_{j,k,2l+1}(t); k \in \mathbf{Z}\}$  下的展开系数。

设原图像函数为  $f_j^{(0)}(t)$ , 经过  $p$  级分解有

$$f_j^{(0)}(t) = f_{j-p}^{(0)}(t) + f_{j-p}^{(1)}(t) + f_{j-p}^{(2)}(t) + \cdots + f_{j-p}^{(2^p-1)}(t) \quad (6)$$

在同一尺度下, 各个正交投影  $\{f_{j-p}^{(l)}(t); l = 0, 1, \dots, 2^p-1\}$  具有相同的带宽。即对于同一层次的正交小波包分解具有相同的频率分辨率。图像函数的正交小波包离散递推重建算法为

$$d_{j+1,m}^{(l)}(t) = \sum_{k \in \mathbf{Z}} (h_{m-2k}) d_{j,k}^{(2l)}(t) + g_{m-2k} d_{j,k}^{(2l+1)}(t) \quad (7)$$

合成的结果  $\{d_{j+1}^{(l)}(t); m \in \mathbf{Z}\}$  实际上是  $f(t)$  小波包空间  $\text{Closespan}\{\mu_{j+1,k}(t); k \in \mathbf{Z}\}$  上的正交投影  $f_{j+1}^{(l)}(t)$  按小波包基  $\{\mu_{j,k,l}(t); k \in \mathbf{Z}\}$  展开的系数。

## 2 基于正交小波包的图像融合算法

对于图像融合而言, 在频率域进行融合比在空间域进行更为有效, 传统的融合方法多是直接在空间域对图像进行算术运算, 没有考虑在对图像处理时相应的频率域的变化。小波变换作为一种新的数学工具, 是介于图像函数的空间域和频率域之间的一种表示方法。它是将原始图像分别分解到一系列频率通道中, 然后只对其中的低频分量进行分解, 而高频分量往往包含着原图像的重要信息, 所以有必要对其继续进行分解, 小波包就是这种能够对各个频率通道继续分解的一种时频分析工具。

来自不同传感器的信息首先经匹配处理。匹配处理的目的是使来自不同传感器的信息具有相似的概率分布, 即完成像素的匹配。对于一个信号进行小波包分解, 可以采用很多小波包分解, 可以采用很多小波包基, 根据分析信号的要求, 从中选择最好的一个小波包基, 即最佳基(最优基), 最佳基的选择标准可以采用熵标准。可使用最小熵标准来寻求最佳的小波包基, 本文选用 Shannon 熵作为标准, 可由下式表达:

$$EL(s) = - \sum_i s_i^2 \log s_i^2$$

其中  $s_i$  代表输入信号  $s$  在一个正交小波包基上的投影系数, 约定  $0 \log 0 = 0$ 。

找最佳小波包基相当于找最佳二进树, 而找最佳二进树的方法为: ① 当  $N_1$  和  $N_2$  的熵之和小于  $N$  的熵时, 结点  $N$  可以被分解为两个结点  $N_1$  与  $N_2$ ; ② 从初始树开始, 用上述原则可以递归的找到二进最佳子树。

这里以两幅图像为例, 对于多幅图像的融合算法可以类推。设图 1 为两幅原始图像, 并假设它们已经经过校准, 图像的大小也相同。其融合的基本思路是首先对原始图像进行小波包分解, 然后在小波变换域内对每个频率(节点)依据一定的融合规则, 提取有效的信号信息, 合成新的节点, 最后进行小波包重构, 便可得到融合后的图像。其基本步骤如下:

1) 对图像分别进行小波包分解, 假设分解的层数是  $J$ , 一般情况下  $J = 3 \sim 5$ 。

2) 在两幅图像的小波包分解域内, 对由 1) 所得到的各个节点进行融合。其融合规则是: ① 对于分解后的第  $J$  层的第一个节点  $[J, 0]$ , 由于其属于低频分量, 因此它包含着图像的大部分信息, 对图像融合的质量影响很大, 本文采用下式进行融合:

$$G_j = (A_j + B_j) \times a + |A_j - B_j| \times b \quad (8)$$

其中:  $A_j, B_j$  表示节点  $[J, 0]$  的逼近系数;  $a, b$  为加权因子;  $(A_j + B_j) \times a$  表示两幅图像的加权均值, 对图像的亮度起着决定性的作用;  $|A_j - B_j| \times b$  表示两幅图像的加权差值的绝对值, 包含两幅图像的模糊信息。随着因子  $a$  的增大图像加亮, 因子  $b$  增大时图像的边缘得到加强。对于不同的图像, 适当调节  $a, b$  可以消减模糊边缘, 并确保在消减时不过度丧失边缘信息。② 对于别的节点, 属于边缘分量, 对应着小波包分解中的高频分量, 取两幅图像中对应节点的系数矩阵中绝对值较大的元素, 作为新的矩阵元素组成新的节点。

3) 对由 2) 所得的新的节点系数矩阵进行小波包重构, 便得到融合后的图像。



### 3 实验结果与结论

根据前面给出的算法,对图1一组图像进行了实例验证,并与空间域直接融合进行了对照。图2是在空间域直接融合的结果。图3是通过小波变换融合的结果,图4是根据本文给出的算法的融合结果(这里按经验取  $J = 3, a = 0.5, b = 0.2$ )。

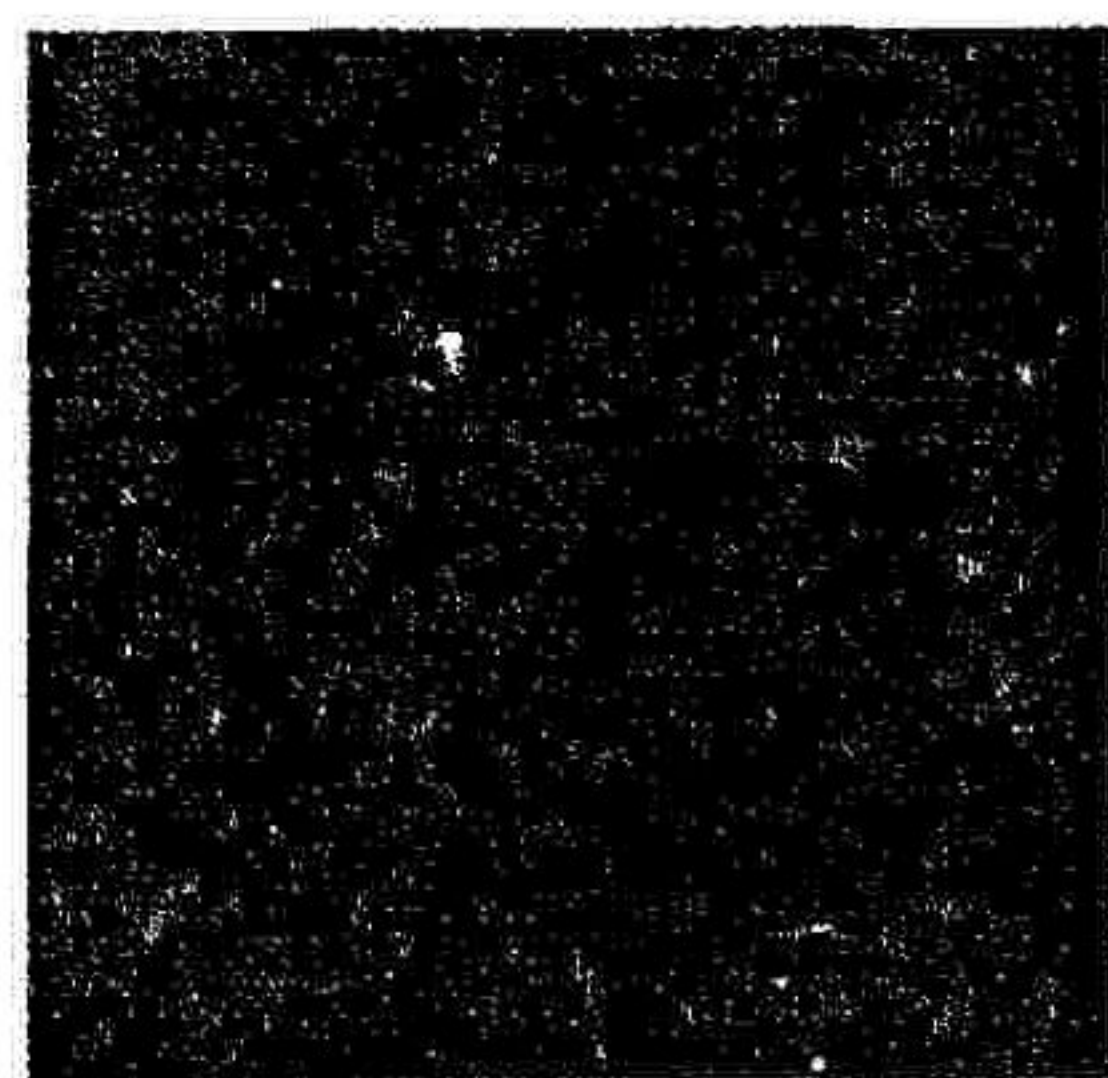
从人眼的视觉效果上看,可以清楚的看到图4融合效果远优于图2,也优于图3。从客观的角度评价,采用图像的均方差和平均梯度来评价。

1) 均方差的计算公式为  $MSE = \frac{1}{M \times N} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (f_{i,j}(t) - f'_{i,j}(t))^2$ , 其中  $f_{i,j}(t)$  和  $f'_{i,j}(t)$  分别为原始标准图像和融合后的图像,评价标准均方差的值越小说明融合效果越好,越大说明融合效果越差。

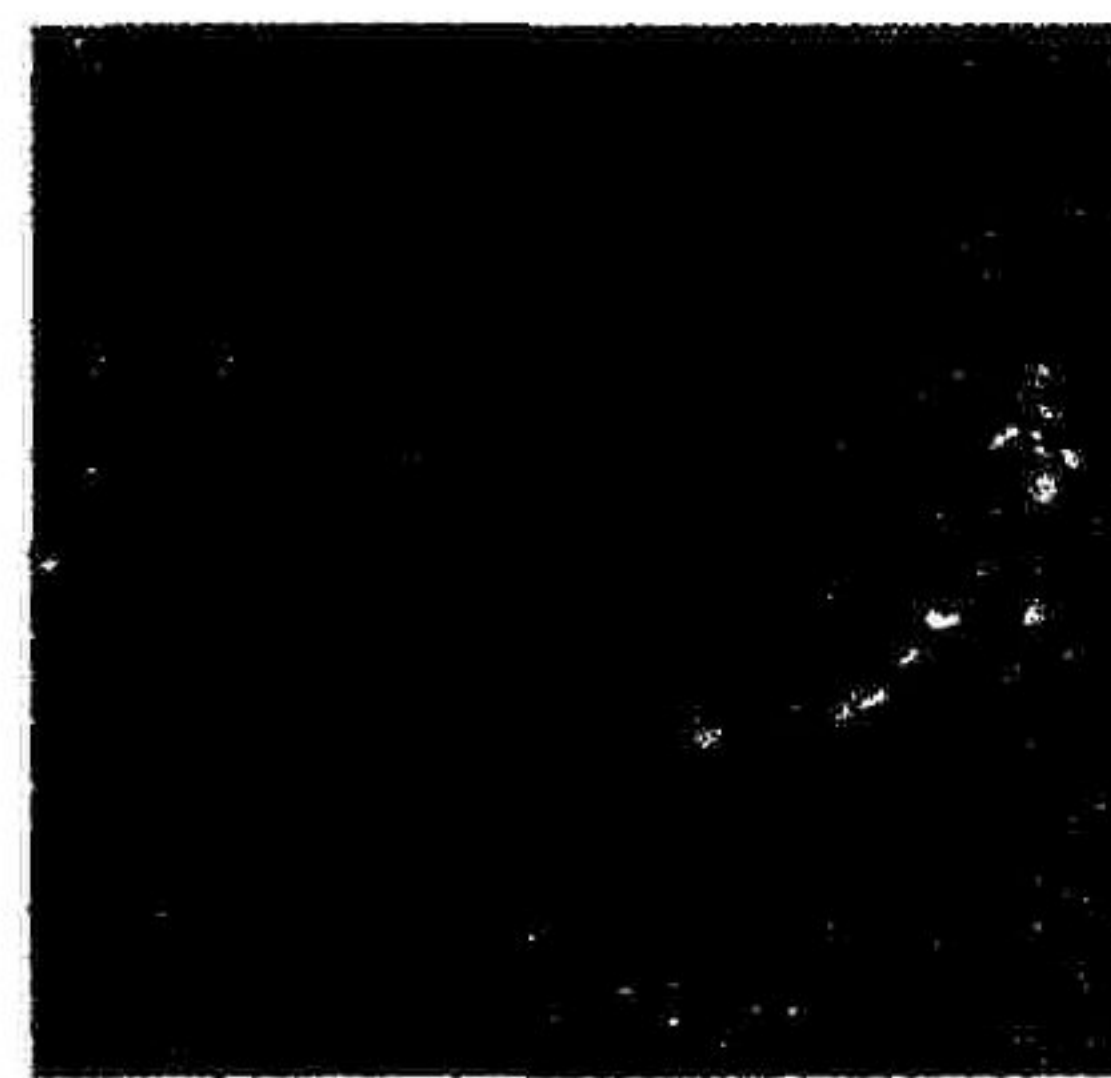
2) 平均梯度是敏感反映图像对微小细节反差和纹理变化特征表达的能力,同时也反映了图像的清晰度,其计算公式为

$$g = \frac{1}{(M-1)(N-1)} \sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=1}^{N-1} \sqrt{\left(\left|\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}\right|^2 + \left|\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}\right|^2\right)/2}$$

一般  $g$  越大,图像层次越多,融合后图像越清晰,融合达到了提高空间分辨率的目的。



(a) A 原始影像



(b) B 原始影像

图1 两幅原始图像



图2 空间域直接融合影像图

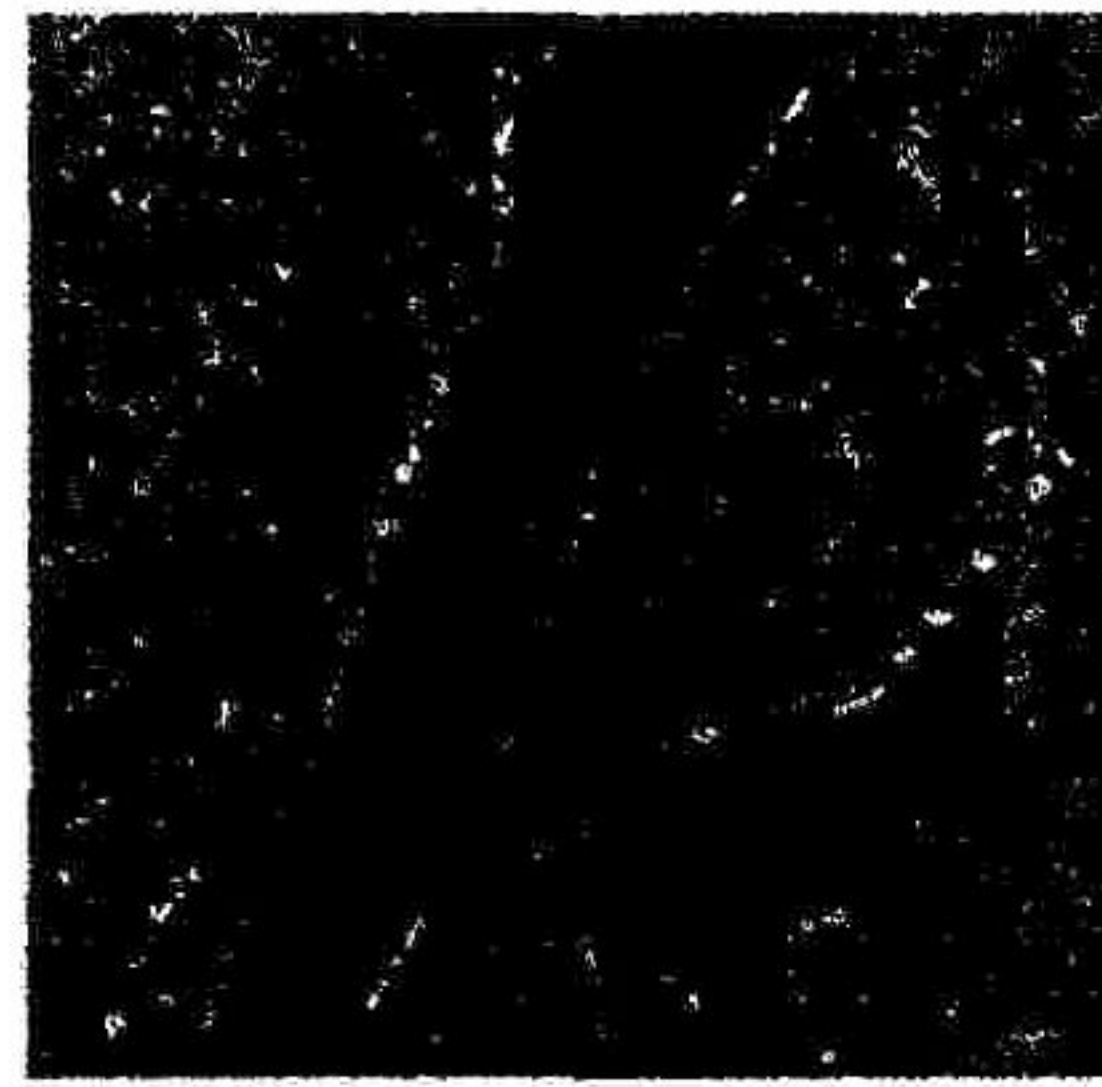


图3 小波变换融合影像图

经计算得出图2、图3、图4的均方差分别为 325.425 0、185.654 2 和 99.104 4;平均梯度分别为  $1.404 2 \times 10^{-4}$ 、 $1.264 3 \times 10^{-4}$  和  $1.081 8 \times 10^{-4}$ 。这表明了图4的均方差和平均梯度比图2、图3都小得多,说明图像对微小细节反差和纹理变化特征的表达能力增强,同时图像的清晰度大大得到提高,融合效果远优于图2和图3的融合效果,这说明小波包变换比小波变换更为有效。实验结果表明:本文给出的融合方法是有效和实用的,充分体现了小波包方法的优越性。



图4 小波包融合影像图

#### 参考文献:

[ 1 ] Ehlers M. Multisensor Image Fusion Techniques in Remote Sensing[J]. ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, 1991, 46(6): 19 - 30.  
 [ 2 ] Chavez P S, Sides S C, Anderson J A. Comparison of Three Different Methods to Merge Multiresolution and Multispectral Da-



- ta, Landsat TM and SPOT Panchromatic[J]. PE&RS, 1991, 57(3): 265 - 303.
- [ 3 ] Li H, Manjunath B S, Mitra S K. Multisensor Image Fusion Using the Wavelet Transform[J]. Graphical Models and Image Processing, 1995, 27(3): 235 - 244.
- [ 4 ] Yocky D A. Image Merging and Data Fusion by Means of the Discrete Two Dimensional Wavelet Transform[J]. Jopt SocAm A, 1995, 12(9): 1834 - 1841.
- [ 5 ] Eryong Yu, Runsheng Wang. Fusion and Enhancement of the Multispectral Image with Wavelet Transform[J]. Computer Engineering & Science, 2001, 23(1): 47 - 50.
- [ 6 ] Nunez J. Multiresolution - Based Image Fusion with Additive Wavelet Decomposition[J]. IEEE Trans on Geosciences and Remote Sensing, 1999, 37(3): 1204 - 1211.
- [ 7 ] 程正兴. 小波分析算法与应用[M]. 西安:西安交通大学出版社,1998.
- [ 8 ] Ramchandran K, Vetterli M. Best Packet Bases in A Rate-distortion Sense[J]. IEEE Trans Image Processing, 1993, 2 ( 2 ): 160 - 176.
- [ 9 ] Coifman R R, Wickerhauser M V. Entropy Based Algorithm for Best Basis Selection[J]. IEEE Trans Information Theory, 1992, 38(2): 713 - 718.
- [ 10 ] Daubechies I. Orthonormal Bases of Compactly Supported Wavelets[J]. Commun Pure Appl Math, 1988, 41(5): 909 - 996.
- [ 11 ] Mallat S. A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: The Wavelet Representation[J]. IEEE Trans Pattern Anal Mach Intell, 1989, 11 ( 7 ): 674 - 693.
- [ 12 ] 赵 华,刘荣林,于艳红. 小波包分析在电机信号消噪处理中的应用[J]. 中国民航学院学报,2004,22(2):13 - 16.
- [ 13 ] 邢如义,梅树立. 基于正交小波包变换的工程图纸降噪方法[J]. 中国农业大学学报. 2003. 8(6):62 - 65.
- [ 14 ] 冉启文,冯英浚. 正交小波包及其在数字信号压缩中的应用[J]. 数理统计与管理,1999,18(5):53 - 56.

(编辑:田新华)

Research on Remote Sensing Image Fusion Algorithm Based on  
Orthogonal Wavelet Packet Transform

LIN Hui<sup>1</sup>, XIAO Jian-ping<sup>2</sup>, DU Pei-jun<sup>3</sup>

( 1. Department of Territory Information and Surveying Engineering of Xuzhou Normal University, Xuzhou, Jiangsu 221116, China; 2. Wuhan Design and Research Institute of Exploration and Surveying, Wuhan, Hubei 430022, China; 3. College of Environment and Spatial Informaties, China University of Mining and Technology, Xuzhou, Jiangsu 221008, China)

Abstract.. Orthogonal wavelet packet transform can divide signals ( images ) into multi - levels and further decompose the high - frequency part that isnt subdivided by multi - resolution analysis, thus improving the resolution of frequency and then effectively extracting the specific frequency component. This paper deduces the basic principle of wavelet packet transform, provides remote sensing image fusion algorithm based on orthogonal wavelet packet transform. Finally, an instance is given, which proves the validity and superiority of orthogonal wavelet packet transform.

Key words : wavelet transform ; orthogonal wavelet packet transform ; image fusion ; high - frequency and low - resolution