

# 小波包基的一种选择方法

冯有前<sup>1,2</sup>

(1. 西安电子科技大学, 陕西 西安 710071; 2. 空军工程大学 理学院, 陕西 西安 710051)

**摘要:**小波包库包含了很多小波包基,这些基能够处理信号的不同分量。因此,选择合适的小波包基,就可以提取信号的特征。在遗传算法和散度分类准则的基础上,提出了小波包基的选择方法,并且给出了实例。通过实例验证,本文提出的方法是可行的。

**关键词:**遗传算法;小波包基;散度分类准则

**中图分类号:**TP18 **文献标识码:**A **文章编号:**1009-3516(2005)01-0063-03

小波分解是一种实用的信号分析技术,它通过把信号在小波基上展开后,将其分解到不同的频带上。由于信号的小波分解,即小波级数是一个无限和式,实际应用上往往将这个和式截取到某个期望尺度上而得到信号的一个近似表示,在小波基为正交基的情况下,这个信号的近似优劣完全依赖于分析小波的选择。由于在许多实际应用中,如语音处理、自适应信号编码、特征提取<sup>[1-2]</sup>、匹配滤波以及目标识别等,对信号的近似质量一般有较高的要求,因此,如何选择合适的分析小波以获得信号的最佳近似是非常必要的。

## 1 遗传算法介绍

基本遗传算法<sup>[3]</sup>SGA(标准遗传算法或简单遗传算法, Simple Genetic Algorithm)是一种群体型操作,该操作以群体中的所有个体为对象,只使用基本遗传算子(Genetic operator):选择算子(Reproduction operator)、交叉算子(Crossover operator)和变异算子(Mutation operator),其遗传进化操作过程简单,容易理解,是其它一些遗传算法的基础,它不仅给各种遗传算法提供了一个基本框架,同时也具有一定的应用价值。选择、交叉和变异是遗传算法的3个主要操作算子,它们构成了所谓的遗传操作,使遗传算法具有了其它传统方法没有的特点。基本遗传算法可表示为

$$SGA = (C, E, P_0, M, \Phi, \Gamma, \Psi, T) \quad (1)$$

式中: $C$ 为个体的编码方法; $E$ 为个体适应度评价函数; $P_0$ 为初始种群; $M$ 为种群大小; $\Phi$ 为选择算子; $\Gamma$ 为交叉算子; $\Psi$ 为变异算子; $T$ 为遗传运算终止条件。

## 2 散度分类准则

通常根据分类错误概率寻找特征提取的方法存在一定的困难,而散度用来度量两类模式概率分布之间的不一致性,提供了模式类间可分性信息,在模式为正态分布的情况下,贝叶斯分类错误概率与散度有明确的关系表达式,分类错误概率是散度的单调下降函数。为此,可以根据散度的大小选择小波包基提取特征。定义<sup>[2]</sup>两类模式 $\omega_i$ 和 $\omega_j$ 的概率分布之间的散度 $J_{ij}$ 为

$$J_{ij} = \int_{\mathcal{X}} [p(x/\omega_i) - p(x/\omega_j)] \ln \frac{p(x/\omega_i)}{p(x/\omega_j)} dx \quad (2)$$

如果模式特征矢量 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ 的各分量互不相关,则 $J_{ij}$ 为

收稿日期:2004-11-10

作者简介:冯有前(1960-),男,陕西富平人,教授,博士生,主要从事小波理论及其应用研究。

$$J_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{l=1}^m \left[ \frac{(\mu_{il} - \mu_{jl})^2}{\sigma_{il}} + \frac{(\mu_{il} - \mu_{jl})^2}{\sigma_{jl}} + \frac{(\sigma_{il} - \sigma_{jl})^2}{\sigma_{jl}} - \frac{(\sigma_{il} - \sigma_{jl})^2}{\sigma_{il}} \right] = \frac{1}{2} \sum_{l=1}^m [J_{il(l)}] \quad (3)$$

式中,  $\mu_{il} = E_i[x_l] \sigma_{il} = E_i[(x_l - \mu_{il})^2]$ 。

使  $J_{ij}$  最大的特征子集作为模式特征对分离  $\omega_i$  和  $\omega_j$  更有利。对于多类模式  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_c$  则定义散度为

$$J = \sum_{i=1}^c \sum_{j=i+1}^c J_{ij} \quad (4)$$

### 3 小波包基选择

假定训练样本的小波包系数间是互不相关的(小波变换具有较好的去相关性),以离散准则和遗传算法为基础选择小波包基。具体算法为

1) 小波分解<sup>[5-7]</sup>。对多种信号进行提取、预处理,即对得到的信号进行能量归一化,目的是消除由于缺陷程度所导致的影响。处理后设  $c$  个模式类  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_c$  的训练样本集为  $\{\xi^{(i,k)}, i = 1, 2, \dots, c, k = 1, 2, \dots, N_i\}$ ,  $\xi^{(i,k)} = (\xi_1^{(i,k)}, \xi_2^{(i,k)}, \dots, \xi_m^{(i,k)})^T$  为  $\omega_i$  中第  $k$  个  $m$  维样本矢量,  $N_i$  为  $\omega_i$  类的样本数。对  $\xi^{(i,k)}$  进行小波分解,分解级数  $j = 1, 2, \dots, L$ 。第  $j$  级中第  $n$  个小波包子空间为  $U_j^n (j = 1, 2, \dots, L, n = 0, 1, \dots, 2^{j-1})$ ,  $U_j^n$  中的小波包系数为  $\{x_p^{(i,k)}, p = 1, 2, \dots, p_j\}$ 。有时将频率  $j$  称为小波分解的深度。

2) 创建初始种群(每个个体为一个矩阵)。对小波包分解树的深度  $j$  和频率参数  $n$  进行二进制编码,构成一个二进制矩阵,矩阵元素为 1 或 0。如果元素  $(j, n) = 1$ ,表示第  $j$  级中第  $n$  个小波包被选中,作为小波包基的一部分。限制此矩阵,当  $n > 2^{j-1}$  时,  $(j, n) = 0$ 。

3) 计算个体的适应度。按式(4)计算  $(j, n) = 1$  对应的  $U_j^n$  中第  $p$  个小波包系数  $x_p^{(i,k)}$  对应的  $J_{Ap} \circ J_{Ap}$  越大,对应的该特征分量可分性越好,如果  $U_j^n$  中所有  $J_{Ap} (p = 1, 2, \dots, p_j)$  的平均值越大,则该子空间对分类越有利。 $(j, n) = 1$  对应的  $U_j^n$  中所有  $J_{Ap} (p = 1, 2, \dots, p_j)$  的平均值为

$$J_{j,n} = \frac{1}{p_j} \sum_{p=0}^{p_j} J_{Ap} \quad (5)$$

计算  $(j, n) = 1$  对应的所有  $J_{j,n}$  的和  $\sum_{j,n} J_{j,n}$ , 将  $\sum_{j,n} J_{j,n}$  作为个体的适应度值。

4) 进行选择、交叉、变异操作。① 选择运算使用比例选择算子;② 交叉运算使用单点交叉算子;③ 变异运算使用基本位变异算子或均匀变异算子。

5) 解码。找出  $\sum_{j,n} J_{j,n}$  为最大值的个体(矩阵),矩阵中不为零的元素对应的小波包基,即最优基。

6) 信号处理。对待分类或识别的模式按所选择的最优基进行 WPT,该小波包基中所有  $m$  个小波包系数对应的  $J_{Al}$  值为  $J_{A1}, J_{A2}, \dots, J_{Am}$ , 其对应的一组小波包系数作为特征矢量。

### 4 实例

为了验证上述方法的可行性,我们使用了飞机飞行声信号做实验。实验数据来自于在某机场的 4 类飞机的声音信号,利用示波器采样,见图 1、图 2。将 300 个样本数据分别作为相应的 4 个模式类。应用 'db3' 小波进行 4 级小波包分解,个体的长度为 30 位二进制,迭代次数为 50 次。

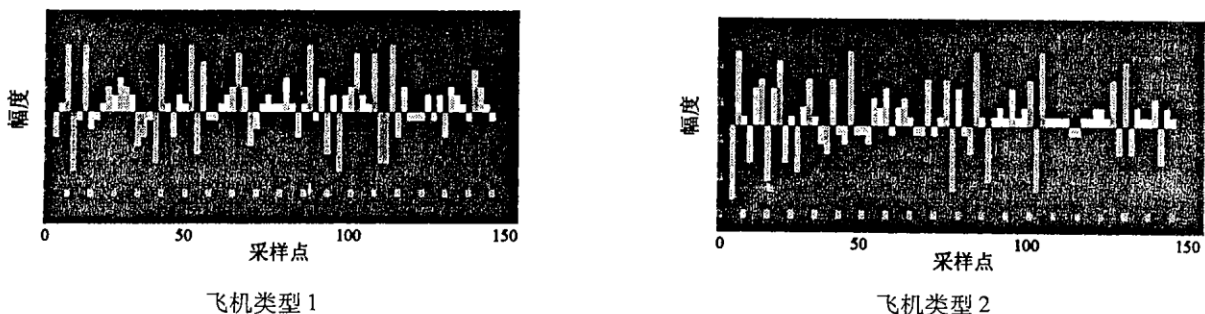


图 1 飞机类型 1,2 声信号波形

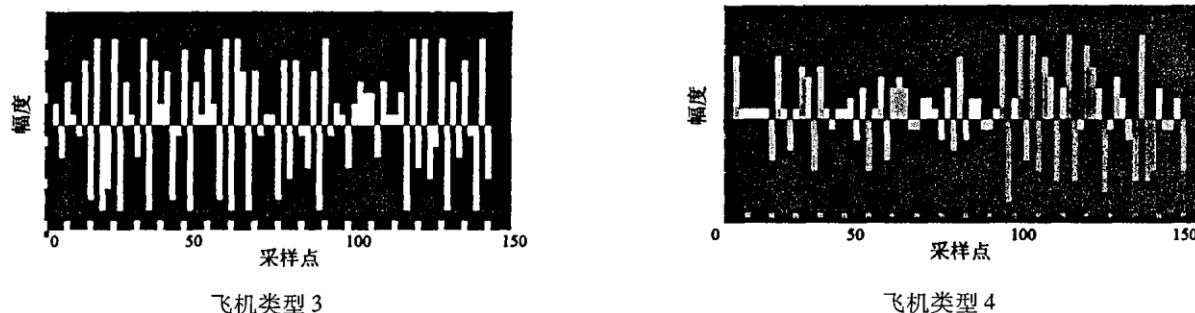


图2 飞机类型3,4 声信号波形

利用上述提出的3种方法进行小波包基选择。图3为应用本文提出的方法得到的最优基与小波基对应的特征向量分布。

## 5 结论

本文基于小波包性质和离散分类准则,提出了一种小波包的选择方法。对飞机声信号样本进行多分辨分析,利用离散准则和遗传算法,得到最佳小波包基,提取目标信号的特征向量,能够反映目标的特征,由此可以进行目标识别。

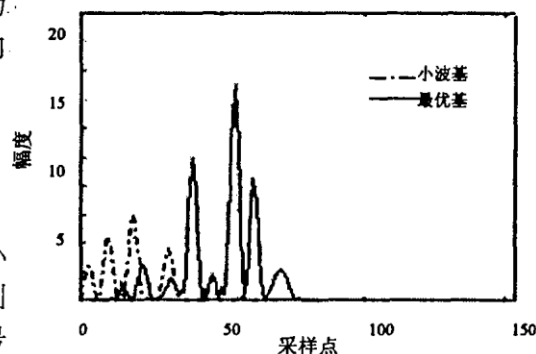


图3 最优基与小波基对应的特征向量分布

## 参考文献:

- [1] 姜卫东. 基于一维距离像的目标识别方法[J]. 现代雷达, 1999, 20(1): 19 - 22.
- [2] 许稼. 一种基于小波变换的雷达目标多重变换特征提取方法[J]. 空军雷达学院学报, 1999, 13(1): 11 - 16.
- [3] 王小平, 曹立明. 遗传算法——理论、应用与软件实现[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2003.
- [4] 王首勇, 朱光喜, 唐远炎. 应用最优小波包变换的特征提取方法[J]. 电子学报, 2003, 31(7): 1035 - 1038.
- [5] 李晓春, 陈鲸. 一种基于小波变换的图象融合新方法[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2003, 4(2): 55 - 57.
- [6] Zwicke P E, Kiss I. A New Implementation of Mellin Transform and Its Application to Radar Classification of Ships[J]. IEEE Trans on PAMI, 1983, 5(2): 191 - 199.
- [7] Mallat S, H wang W L. Singularity Detection and Processing with Wavelet[J]. IEEE Trans IT, 1992, 38(2): 617 - 643.

(编辑: 田新华)

## A Selecting Method of Wavelet Packet Bases

FENG You - qian<sup>1,2</sup>

(1. Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China; 2. The Science Institute, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710077, China)

**Abstract:** Wavelet packet library contains many wavelet packet bases, which can handle the different components of signal. Therefore, by selecting suitable bases, the effective features of signal can be extracted. Based on divergence criterion and genetic algorithm, a method of selecting the best base is presented. The experiments using the sound signals of four kinds of aircraft are performed and the result demonstrates that the method is effective and feasible.

**Key words:** genetic algorithm; wavelet packet bases; divergence criterion