

外信息在 Turbo 迭代译码中的使用研究

闫涛, 杜兴民

(空军工程大学 工程学院, 陕西 西安 710038)

摘要:以易于工程实现的 Log-MAP 算法为基础,深入研究了两种不同的外信息使用方式:Berrou 方案及 Robertson 方案,指出两种外信息使用方式具有统一性,不同的是迭代译码过程中对外信息使用权重的处理;在相同约束条件下对基于两种外信息使用方式的 Turbo 码性能进行蒙特卡罗仿真,结果表明 Robertson 方案从整体上要略优于 Berrou 方案。

关键词:Turbo 码; 迭代译码; Log-MAP 算法; 外信息

中图分类号:TN911.22 **文献标识码:**A **文章编号:**1009-3516(2004)05-0072-04

Turbo 码^[1]自提出以来一直受到广泛而持续的关注。Turbo 码低信噪比下优异的性能使其在许多通信系统中具有非常大的应用潜力,主要应用于深空通信、卫星通信、无线移动通信及多媒体通信等领域。

软输入软输出(SISO)迭代译码是 Turbo 译码器的最大特点,在反馈迭代译码过程中,两个成员译码器通过外信息的交换来提高译码性能,因此外信息对于迭代译码性能起着关键的作用。对于外信息的使用通常采用两种不同的方式,C. Berrou 等人在原始文献中将外信息作为独立的高斯随机变量处理^[1],而 P. Robertson 把外信息用来更新成员译码器的先验信息^[2]。

Turbo 码采用改进的 BCJR 算法^[3]即最大后验概率(MAP)算法,由于算法本身具有大量的指数与对数运算,给实现带来了极大的困难,基于此,工程中通常采用两种简化算法^[4]:Log-MAP 算法与 Max-Log-MAP 算法。在低信噪比(0 dB ~ 0.2 dB)下,相对于 Max-Log-MAP 算法,Log-MAP 算法能获得 0.5 dB 的增益^[5],因此 Log-MAP 算法在工程实现中得到了广泛的应用。

1 Turbo 码的迭代译码与 MAP 算法

Turbo 码采用串行级联迭代译码结构^[1],两个成员译码器 DEC1 与 DEC2 均采用逐比特最优译码算法即最大后验概率(MAP)算法。本文采用两个相同的 SISO 成员译码器,译码结构如图 1 所示,假设编码输出采用 BPSK 调制方式, x_k, y_k 为解调器输出的受噪声污染的信息比特与校验比特, $z_k(z_n)$ 表示从另一个译码器经过解交织(交织)后得到的外信息。每个成员译码器有两个输出端口,分别输出信息比特的对数似然比 LLR ($L_1(a_k), L_2(a_n)$) 及被另一个成员译码器使用的外信息 w_{1k}, w_{2k} , 经过若干次迭代和两个成员译码器的外信息交换,对信息比特的对数似然比进行硬判决即可完成 Turbo 码的译码。

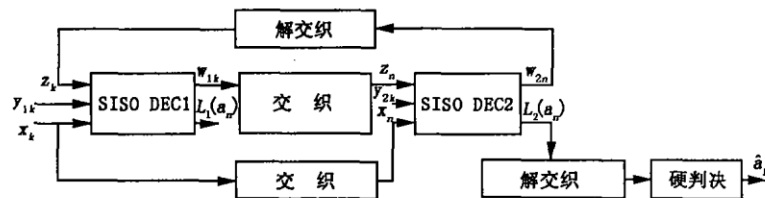


图1 Turbo 码的反馈迭代译码结构

收稿日期:2004-04-30

基金项目:军队科研基金资助项目

作者简介:闫涛(1979-),男,河南民权人,硕士生,主要从事保密通信与抗干扰技术研究;
杜兴民(1941-),男,安徽涡阳人,教授,主要从事信息安全与抗干扰技术研究。

MAP 算法与 Viterbi 算法不同,该算法得到的是每一信息比特的后验概率 APP(a posteriori probability),而不是某一长度信息序列的判决信息。设 M 表示编码器总的状态数目($M=2^v$, v 为编码器的编码存储), S_k 为时刻 k 时的编码器状态, a_k 是编码器由状态 S_{k-1} 转移到状态 S_k 得到的双极性译码比特。对于离散无记忆高斯信道,MAP 算法生成的 LLR 可以表示为^[1]

$$L(a_k) = \ln \frac{\sum_m \sum_{m'} \gamma_k(+1, m', m) \alpha_{k-1}(m') \beta_k(m)}{\sum_m \sum_{m'} \gamma_k(-1, m', m) \alpha_{k-1}(m') \beta_k(m)} \quad (1)$$

式中 $m', m \in 0, 1, \dots, M-1$, $\gamma_k(i, m', m)$ 定义为分支度量($u = \pm 1$):

$$\gamma_k(i, m', m) = p(R_k | a_k = i, S_k = m, S_{k-1} = m') P\{a_k = i | S_k = m, S_{k-1} = m'\} P_i\{S_k = m | S_{k-1} = m'\} \quad (2)$$

这里 R_k 表示 k 时刻输入成员译码器的信息,在迭代译码过程中,对于不同的外信息使用方式, R_k 的含义有所不同。 $P\{a_k = i | S_k = m, S_{k-1} = m'\}$ 为 1 或 0,表示信息比特 a_k 与编码器状态 S_{k-1} 、 S_k 是否相关。 $P_i\{S_k = m | S_{k-1} = m'\}$ 为该状态转移条件下 $a_k = i$ 的先验信息。 $\alpha_k(m)$ 与 $\beta_k(m)$ 分别为前向状态度量与后向状态度量,可以由 RSC 码的性质递推算出^[6]:

$$\alpha_k(m) = \sum_{m'} \gamma_k(i, m', m) \alpha_{k-1}(m) \quad (3) \quad \beta_k(m') = \sum_m \gamma_k(i, m', m) \beta_k(m) \quad (4)$$

对上述二式的递推需要知道编码器的初始和终止状态,即在迭代译码过程中必须进行栅格终止,本文采用 Berrou 在文献[7]中的处理方法。

2 两种不同的外信息使用方式

外信息在迭代译码过程中通常采用两种使用方式^[1-2],外信息使用方式的不同只影响 MAP 译码算法中的分支度量 $\gamma_k(i, m', m)$ 与对数似然比 $L(a_k)$ 的表达。MAP 算法中含有大量的指数与对数运算,Log-MAP 算法将运算在对数域中进行,达到简化处理的目的,易于工程实现,故笔者从对数域的角度对两种外信息使用方式下的迭代译码算法进行深入剖析。

2.1 Berrou 方案

Turbo 码的发明者 C. Berrou 等人把外信息作为高斯分布的随机变量处理^[1],在这种情况下,认为输入的二进制符号 0、1 是等概分布的,即

$$Pr(a_k = i) = P_i\{S_k = m | S_{k-1} = m'\} = 1/2 \quad (5)$$

式中外信息 z_k 与原始信息 x_k 、校验信息 y_k 共同参与条件概率 $p(R_k | a_k = i)$ 计算,即 $R_k = (x_k, y_k, z_k)$ 。在离散无记忆高斯信道下,认为三者是独立的,即

$$p(R_k | a_k = i) = p(x_k | a_k = i) p(y_k | a_k = i) p(z_k | a_k = i) \quad (6)$$

忽略常数尺度,该条件下对数域的分支度量可以表示为

$$\tilde{\gamma}_k(i, m', m) = \frac{1}{2} L_c i x_k + \frac{1}{2} L_c i y_k + \frac{\mu_z}{\sigma_z^2} i z_k \quad (7)$$

对数似然比为

$$L(a_k) = \ln \frac{p(x_k | a_k = +1)}{p(x_k | a_k = -1)} + \ln \frac{p(z_k | a_k = +1)}{p(z_k | a_k = -1)} + \ln \frac{\sum_m \sum_{m'} \tilde{\gamma}_k(+1, m', m) \tilde{\alpha}_{k-1}(m') \tilde{\beta}_{k-1}(m')}{\sum_m \sum_{m'} \tilde{\gamma}_k(-1, m', m) \tilde{\alpha}_{k-1}(m') \tilde{\beta}_{k-1}(m')} = L_c i x_k + \frac{\mu_z}{\sigma_z^2} z_k + w_k \quad (8)$$

式中: $L_c = 4E_s/N_0$ 为离散无记忆高斯信道的信道可信度值; μ_z 与 σ_z^2 分别表示外信息 z_k 的均值和方差, $\mu_z = |E\{z_k | a_k\}|$,可见 Berrou 方案需要对外信息进行实时估计; $\tilde{\alpha}_k(m)$ 、 $\tilde{\beta}_k(m)$ 分别为 $\alpha_k(m)$ 与 $\beta_k(m)$ 的对数域表示; w_k 为传递给另一个成员译码器的外信息,这里 $\tilde{\gamma}'_k(i, m', m)$ 为 $R_k = y_k$ 时 $\tilde{\gamma}_k(i, m', m)$ 的值。

2.2 Robertson 方案

P. Robertson 在文献[2]中将外信息用来更新另一个成员译码器的先验信息,即认为

$$z_k \approx \ln \frac{Pr(a_k = +1)}{Pr(a_k = -1)} = \ln \frac{P_{+1}\{S_k = m | S_{k-1} = m'\}}{P_{-1}\{S_k = m | S_{k-1} = m'\}} \quad (9)$$

因此

$$Pr(a_k = +1) \approx e^{z_k}/(1 + e^{z_k}) \quad (10)$$

$$Pr(a_k = -1) \approx (1 + e^{z_k})^{-1} \quad (11)$$

考察式(10)、(11)得

$$Pr(a_k = \pm 1) \approx \frac{e^{z_k}}{1 + e^{z_k}} = \left(\frac{e^{z_k/2}}{1 + e^{z_k/2}} \right) e^{z_k/2} = A_k e^{z_k/2} \quad (12)$$

式(11)中 A_k 是与待译码比特无关的变量,即对于 $a_k = +1$ 与 $a_k = -1$, A_k 的值是相同的。由式(1)知,若把 A_k 略去不影响最终的对数似然比,此时 $R_k = (x_k, y_k)$, 离散无记忆高斯信道下,对数域的分支度量为

$$\tilde{\gamma}_k(i, m', m) = L_c i x_k / 2 + L_c i y_k / 2 + \mu_z i z_k / \sigma_z^2 \quad (13)$$

对数似然比

$$L(a_k) = \ln \frac{p(x_k | a_k = +1)}{p(x_k | a_k = -1)} + \ln \frac{p(z_k | a_k = +1)}{p(z_k | a_k = -1)} + \ln \frac{\sum_m \sum_{m'} \tilde{\gamma}_k(+1, m', m) \bar{\alpha}_{k-1}(m') \bar{\beta}_{k-1}(m')}{\sum_m \sum_{m'} \tilde{\gamma}_k(-1, m', m) \bar{\alpha}_{k-1}(m') \bar{\beta}_{k-1}(m')} = L_c i x_k + \frac{\mu_z}{\sigma_z^2} z_k + w_k \quad (14)$$

式(14)中的参数与式(8)意义相同。

2.3 两种方案的统一性

综合式(7)、(8)、(13)、(14)可以看出,在对数域中,两种不同外信息使用方式下的迭代译码算法是统一的,二者都是将外信息作为参考与受污染的信息比特、校验比特共同参与分支度量和对数似然比的计算,迭代过程以相加的形式得到了体现,不同之处在于成员译码器对外信息使用的权重,在 Berrou 方案中为 μ_z/σ_z^2 和 $2\mu_z/\sigma_z^2$,是一个动态依赖过程;而 Robertson 方案中为 1/2 和 1,即对外信息的依赖是静态的。

为进一步探求两种迭代译码算法的一致性,对 μ_z/σ_z^2 在迭代译码过程中的变化进行研究。在一定的条件下进行仿真,选取分量编码器为(13,15),码率 1/2,帧长为 1 024,使用伪随机交织器,在不同的信噪比下 μ_z/σ_z^2 的平均值随迭代次数 n 的变化如图 2 所示(这里选取成员译码器 DEC1 输出的外信息作为研究对象)。

可见,随着迭代次数的增加,不同 SNR 下的 μ_z/σ_z^2 分别趋近于某一常数,即在 Berrou 方案下,经过若干次迭代译码后,成员译码器对外信息的依赖逐步稳定,从这个角度讲,Robertson 外信息使用方式是 Berrou 方式的一种特殊情况,在整个迭代译码过程中它对外信息的使用始终是固定不变的。

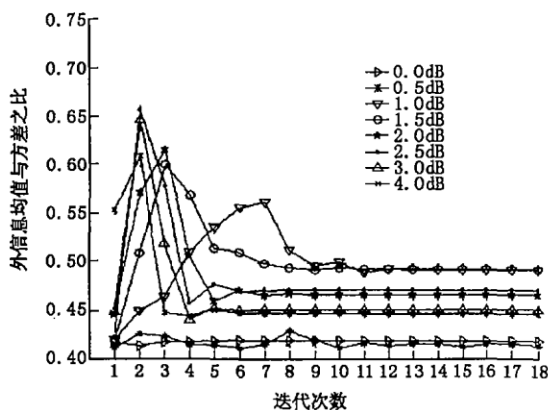


图 2 μ_z/σ_z^2 的平均值随迭代次数的变化情况

3 BER 性能仿真与分析比较

考虑到 Turbo 码的码率,对信道可信度值进行修正 $L_c = 4rE_s/N_0$,并在接收端对受污染的比特序列进行信道可信度处理,建立接收结构如图 3,图中 S_k 为时刻 k 经过 BPSK 调制后的信号, $s'_k = (x_k, y_{1k}, y_{2k})$ 表示受噪声污染后的解调器输出信号, n_k 为离散的高斯白噪声。

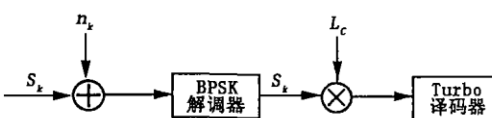


图 3 AWGN 信道中 Turbo 码接收结构

对两种不同外信息处理方式下的迭代译码算法性能进行蒙特卡罗仿真,选取 3GPP 中建议的八状态卷积码(13,15)作为 Turbo 码的分量编码器,码率为 1/2,使用伪随机交织器,信息帧长度分别选取 256 和 1 024,仿真过程中没有对数据进行量化,即数据按浮点型进行处理,两种方案下的 Turbo 码 BER 曲线见图 4、图 5。

由 BER 曲线可以看出,在迭代译码过程中,Robertson 外信息使用方案在整体上要略优于 Berrou 方案,其原因是:①Berrou 方案中,每次迭代开始都认为 0、1 信息符号是等概发生的,而在实际过程中随着迭代译码的进行,两种符号的统计概率要有一定的变化,不可能完全相同,而 Robertson 方案的处理具有一定的优点;②Berrou 方案将外信息作为独立分布的高斯变量考虑,而外信息并不是真正的高斯分布,造成了一定的估计偏差。

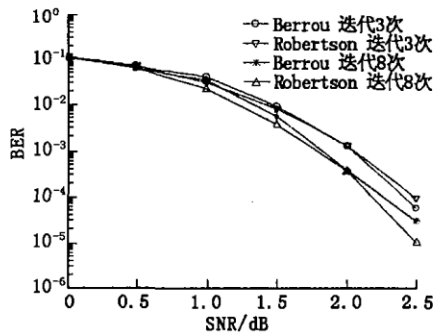


图4 信息帧长为 256 的 BER 性能比较

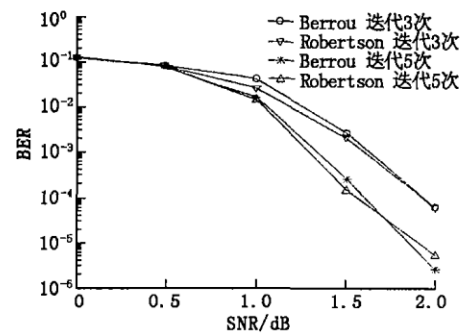


图5 信息帧长为 1024 的 BER 性能比较

4 结束语

Turbo 码在复杂恶劣的信道下具有非常大的应用前景,目前对于 Turbo 码的研究已进入实际应用阶段。本文从工程实现的角度深入研究了两种外信息使用方式,指出二者在本质上是统一的,并对两种方式下的 Turbo 码性能进行了仿真。由于 Berrou 外信息使用方案引入了对外信息的实时估计,增加了实现的复杂度,而从本文的仿真结果看,该方式并不比 Robertson 方案优越,故建议在实现中采用 Robertson 方案。

参考文献:

- [1] Berrou C, Glavieux A, Thitimajshima P. Near Shannon Limit Error - Correcting Coding and Decoding: Turbo - codes [A]. IEEE International Conference on Communication, Geneva, Switzerland, mag 1993, 1064 - 1070.
- [2] Robertson P. Illuminating The Structure of Code and Decoder of Parallel Concatenated Recursive Systematic (turbo) codes [A]. Proc. IEEE Global Commun Conf (GLOBECOM94), San Francisco, CA, 1994, 1298 - 1303.
- [3] Bahl L R, Cocke J, Jelinek F, et al. Optimal Decoding of Linear Codes for Minimizing Symbol Error Rate [J]. IEEE Trans. Inform Theory, 1974, 20: 284 - 284.
- [4] Robertson P, Hoehner P, Villebrum E. Optimal and Sub - Optimal Maximum A Posteriori Algorithms Suitable for Turbo Decoding [J]. European Trans On Telecomm, 1997, 8: 19 - 125.
- [5] Benedetto S, Divsalar D, Montorsi G, et al. Soft - Output Decoding Algorithms in Iterative Decoding of Turbo Codes [R]. JPL TDA Progress Report, 42 - 127, 1996.
- [6] Hagenauer J, Offer E, Papke L. Iterative Decoding of Block and Convolutional Codes [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1996, 42: 429 - 445.
- [7] Berrou C, Glavieux A. Near Optimum Error Correcting Coding and Decoding: Turbo - Codes [J]. IEEE Transactions on Communications, 1996, 44(10): 1261 - 1271.

(编辑:姚树峰)

Research on Using Extrinsic Information in Iterative Decoding of Turbo Codes

YAN Tao, DU Xing - min

(The Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710038, China)

Abstract: Based on Log - MAP algorithm of easy engineering implementation, the two different methods of using extrinsic information, the Berrou and Robertson schemes, are studied deeply in the paper. The study points out that the two methods are consistent, and the only difference lies in the treatment to the scale of weight applied to the extrinsic information in iterative decoding. Under the same constraint condition, by Monte Carlo means the performances of Turbo codes with extrinsic information in different fashions are simulated, and the result shows that Robertson method is better than Berrou method from the overview.

Key words: Turbo codes; iterative decoding; Log - MAP algorithm; extrinsic information