

一种基于离散小波变换的自适应滤波新算法

冯存前, 张永顺, 童宁宁
(空军工程大学 导弹学院, 陕西 三原 713800)

摘要:将小波变换、变换域自适应算法和变步长自适应算法相结合,得出了一种基于离散小波变换的自适应滤波新算法(NDWT-LMS),该算法可以有效地降低输入信号的自相关程度,克服固定步长因子所导致算法在快的收敛速度和较低的稳态误差之间存在的矛盾。计算机仿真结果表明该算法与LMS算法相比具有更快的收敛速度和更小的失调噪声,可以很好地应用于自适应系统中。

关键词:自适应滤波;小波变换;LMS算法;变换域自适应算法;变步长自适应算法

中图分类号:TN911.1 **文献标识码:**A **文章编号:**1009-3516(2004)05-0050-04

自适应滤波是现代信号处理技术的重要研究领域,最小均方(LMS)算法则是应用最为广泛的典型算法。该算法简单,运算量少,易于实现。但它的收敛速度对输入的自相关函数矩阵特征值的分布敏感,如果分布太散,即最大值与最小值差异太大,收敛速度就会很慢。为了改进此算法,一般通过对输入到自适应滤波器的信号进行正交化,可以减小自相关函数矩阵特征值的分布,提高收敛速度^[1]。早期的正交化方法有采用格型结构滤波器, Gram-Schmidt 正交化和离散 Fourier 变换。近年来小波变换也被引入自适应滤波器^[2-4],用小波变换的方法对自适应滤波器的输入进行正交变换,将输入信号向量正交分解到多尺度空间,利用小波的时频局部特性,减小了自适应滤波器输入向量自相关矩阵特征值的分散程度,大大增加了算法的收敛步长,提高了LMS算法的收敛速度和稳定性。另外,固定步长的LMS自适应算法在收敛速率、跟踪速率及权失调噪声之间的要求是相互矛盾的,为了克服这一矛盾,改进的主要方法是在LMS算法的权系数递推中采用时变步长代替标准LMS算法中的固定步长,一般称之为变步长LMS算法^[5]。

本文在小波变换域自适应算法的基础之上,对自适应滤波器的各个权系数采用归一化的收敛因子,使各个权系数都获得最佳的收敛速率,同时又采用变步长技术控制全局收敛步长因子,推导了一种基于离散小波变换的LMS自适应滤波新算法。

1 基于离散小波变换的自适应滤波新算法

1.1 小波变换域自适应滤波

基于离散小波变换的自适应滤波器 DWTAFA Discrete Wavelet Transforms Adaptive Filter 结构如图1所示。

由小波变换理论可知,信号 $x(n)$ 的小波级数重构可用如下形式的有限和替代:

$$x(n) = \sum_{j=0}^{J-1} \sum_{k \in z} c_{j,k} \Psi_{j,k}(n) \quad (1)$$

式(1)相当于将输入信号 $x(n)$ 投影到对应于不同尺度的正交子空间中,从而可在不同分辨率平

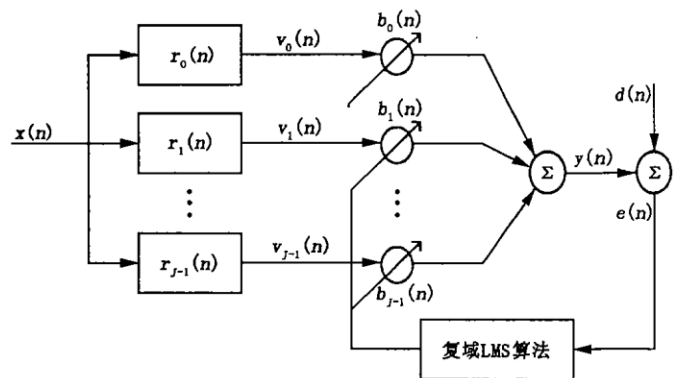


图1 基于离散小波变换的自适应滤波器原理图

收稿日期:2004-01-04

作者简介:冯存前(1975-),男,陕西富平人,讲师,博士生,主要从事防空武器系统电子对抗和雷达信号处理研究。

上重现信号。

令 $x_j(n) = x(n) \sum_{k \in z} c_{j,k} \Psi_{j,k}(n)$ 是信号 $x(n)$ 在小波子空间中投影的离散形式, DWTAf 的目的就是生成 $x_j(n) (j = 0, 1, \dots, J - 1)$ 的离散重构。

令 $v_j(n)$ (见图 1) 是投影 x_j 的逼近:

$$v_j(n) = \sum_{k \in z} \hat{c}_{j,k} \Psi_{j,k}(n) \quad (2)$$

其中 $\hat{c}_{j,k}$ 是小波系数 $c_{j,k}$ 的离散逼近

$$\hat{c}_{j,k} = \sum_l x(l) \bar{\Psi}_{j,k}(l) \quad (3)$$

将式(3)代入式(2)得:

$$v_j(n) = \sum_l x(l) \bar{\Psi}_{j,k}(l, n) \quad (4)$$

其中 $r_j(l, n) = \sum_{k \in z} \bar{\Psi}_{j,k}(l, n) \Psi_{j,k}(n)$ 。

式(4)即为 $x_j(n)$ 的逼近公式。它是输入信号 $x(n)$ 与滤波器 $r_j(l, n)$ 的离散卷积形式, 这些滤波器是由小波 $\Psi(t)$ 膨胀和采样后的卷积构成的, 它们是具有常值带宽/中心频率比的带通滤波器(常 Q 滤波器), 用来实现输入信号在多分辨空间的重构。

通常上述滤波器不是时不变的, 而且信号 $x(n)$ 在尺度 j 时投影的离散逼近不是正交的, 但是, 可以通过充分高速率的采样近似获得时不变性和正交性。

在时不变和正交性的假设下, 有

$$r_j(l, n) = r_j(l - n) \quad (5) \quad r_j(m) = r_0(2^j m) \quad (6) \quad v_j(n) = \sum_l x(l) r_j(l - n) \quad (7)$$

以上讨论是基于离散小波变换的信号表示, 下面来具体推导基于离散小波变换的自适应 LMS 算法。

令

$$\mathbf{V}(n) = [v_0(n), v_1(n), \dots, v_{J-1}(n)]^T \quad (8) \quad \mathbf{x}(n) = [x(n), x(n-1), x(n-2), \dots, x(n-N+1)]^T \quad (9)$$

$$[\mathbf{W}]_{jm} = r_j(m), j = 0, 1, \dots, J-1, m = 0, 1, \dots, N-1 \quad (10) \quad \mathbf{B}(n) = [b_0(n), b_1(n), \dots, b_{J-1}(n)]^T \quad (11)$$

有

$$\mathbf{V}(n) = \mathbf{W}\mathbf{x}(n) \quad (12)$$

其中 \mathbf{W} 为 $J \times N$ 的小波变换矩阵, $\mathbf{V}(n)$ 为经过离散小波变换滤波后的输入信号。

在图 1 的 DWTAf 结构中, 滤波器 $r_j(n) (j = 0, 1, \dots, J - 1)$ 与多组延迟线权值 $b_j(n) (j = 0, 1, \dots, J - 1)$ 构成了期望信号 $d(n)$ 的预测器。预测是基于输入 $x(n)$ 的 J 个连续值的线性组合。自适应滤波输出信号和误差信号分别为

$$y(n) = \mathbf{V}^T(n) \mathbf{B}(n) = \sum_{j=0}^{J-1} v_j(n) b_j(n) = \sum_{j=0}^{J-1} \sum_{i=0}^{N-1} x(n-i) r_j(i) b_j(n) = \sum_{j=0}^{J-1} \alpha_j x(n-i) \quad (13)$$

其中 $\alpha_j = \sum_{i=0}^{N-1} r_j(i) b_j(n)$ 。

$$e(n) = d(n) - y(n) \quad (14)$$

权系数迭代公式为

$$\mathbf{B}(n+1) = \mathbf{B}(n) + 2\mu e(n) \mathbf{V}(n) \quad (15)$$

算法收敛条件为

$$0 < \mu < \frac{1}{\lambda_{V_{\max}}} \quad (16)$$

这里定义 \mathbf{R}_{VV} 是 $\mathbf{V}(n)$ 的自相关矩阵, \mathbf{R}_{Vd} 是 $\mathbf{V}(n)$ 与期望信号 $d(n)$ 的互相关矩阵, 则式(16)中的 $\lambda_{V_{\max}}$ 是 \mathbf{R}_{VV} 的最大特征值。

以上式(8) ~ (16)即为基于离散小波变换的 LMS 自适应滤波算法(DWT - LMS)。

1.2 对 DWT - LMS 算法的改进

1.2.1 采用功率归一化收敛步长因子

为了提高收敛速度, 将变换域 LMS 算法的功率归一化处理引入 DWT - LMS 算法, 则此时算法的权系数

修正公式为

$$\mathbf{B}(n+1) = \mathbf{B}(n) + 2\mu e(n) \mathbf{D}_w^{-1} \mathbf{V}(n) \quad (17)$$

其中 $\mathbf{D}_w = \text{diag}(\sigma_j^2)$, 它的第 (i, i) 个元素为第 i 个 DWT 输出 $v_i(n)$ 的功率估计, 该估计值可以用指数平均来计算, 即:

$$\sigma_j^2(n+1) = \beta \sigma_j^2(n) + (1-\beta) |v_j(n)|^2 \quad j=0, 1, \dots, N-1 \quad (18)$$

这里 β 为遗忘因子, 是一个接近但小于 1 的正数, 通常取值为 0.99 ~ 0.999。

于是第 j 个系数的权值修正公式为

$$b_j(n+1) = b_j(n) + \frac{2\mu}{\sigma_j^2} v_j(n) e(n) \quad (19)$$

算法收敛条件变为

$$0 < \mu < 1 \quad (20)$$

1.2.2 采用时变全局收敛步长因子

由式(19)可得, 第 i 个权系数的步长值为

$$\mu_i(n) = \mu / \sigma_j^2(n) \quad (21)$$

则由上式可以发现, 在前面的改进措施中, 实际上是采用功率归一化技术实现了变步长算法, 这样就减少了收敛速度对输入信号功率的依赖性, 进一步提高了算法的收敛速度。而且, 由式(21)还可以得出, 改进措施之一仅仅是采用功率归一化技术对每个权系数采用不同的收敛步长因子, 而对整个算法的收敛步长因子 μ 则没有采取任何措施, 也就是说, 只有 $\mu_i(n)$ 是时变的, 而 μ 是固定的。那么我们可以设想, 如果依据变步长 LMS 算法对步长因子进行调整的原则, 对 μ 进行有效的控制, 就一定能够得到比原来算法更好的结果。

现在针对固定的全局步长因子 μ 作出改进, 将其改为时变值 $\mu(n)$, 引入一个新的基于 S 型函数的变步长算法, 即使得 $\mu(n)$ 的变化依据 S 型函数进行, 该函数由下式给出

$$\mu(n) = \gamma \{1 - \exp[\alpha |e(n)|^m]\} \quad (22)$$

式中, 参数 $\gamma > 0$, 用来控制函数的取值范围, 在满足算法收敛的条件下适当地增大 β 可提高收敛速度; 参数 $\alpha < 0$ 和参数 $m > 1$ 用来控制函数曲线的形状, 合理选取 α 值可减小稳态误差。对于新引入的变量 m 来说, 一般情况下可根据算法的应用情况和计算量的大小进行选择, 但 m 不宜选择过大, 因为, 如果选择较大的 m 值, 不但计算量增加, 而且会引起 $\mu(n) \sim e(n)$ 曲线过早地进入 $\mu(n)$ 很小的缓慢变化区域, 从而导致算法的收敛结果变差。根据式(22)所得出的可变步长因子 $\mu(i)$ 与误差 $e(i)$ 的函数曲线如图 2 所示。

由图 2 可知, 在各参数值选择适当的情况下, 当权系数偏离最佳值越远, 即误差越大时, 相应的步长也越大, 收敛速度越快; 随着权系数逼近最佳值, 误差下降, 步长减小, 收敛速度减慢; 当进入稳态后, 误差达到最小值, 步长也逼近最小值, 权系数只是进行微小而缓慢的变化, 因此稳态误差随步长减小而减小; 理想情况下, 误差为零, 步长不再变化, 稳态误差为零。

将这两种改进措施相结合, 就得到了本文所提出的基于离散小波变换的自适应滤波新算法 (NDWT-LMS)。

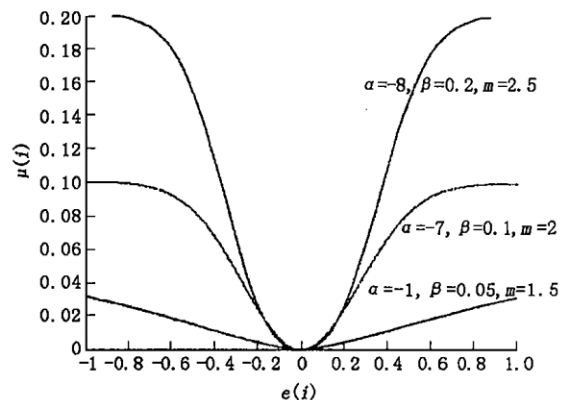


图 2 由式(22)所确定的 $\mu(i) \sim e(i)$ 曲线

2 计算机仿真验证

为了验证本文提出的 NDWT-LMS 算法的性能, 我们将该算法与 LMS 算法应用于电子干扰机的自适应收发隔离系统^[5]中, 利用计算机仿真进行比较。

在仿真中, 假设侦察天线接收到的雷达信号为单频正弦连续波雷达信号, 为了检验 3 种算法处理相关输入信号的性能, 设干扰机施放的是遮盖性强相关色噪声干扰; 为了加快标准 LMS 算法收敛速度, 将其步长选为 $\mu = 0.01$; NDWT-LMS 算法的参数为: $\alpha = -6, \gamma = 0.3, m = 1.5, \beta = 0.99$ 。自适应滤波器阶数为 $N = 2$, 每种算法分别作了 200 次独立仿真, 然后求其统计平均, 得出仿真结果如图 3 所示。

由图 3 可以看出,虽然仿真时为了加快收敛速度而将标准 LMS 算法的步长选择得比较大,但是它直到第 3 000 次迭代时才逐渐收敛,而 NDWT - LMS 算法约到第 200 次迭代时收敛,显然其收敛速度比标准 LMS 算法有很大的提高。其次,从两种算法收敛之后的结果可以看出,NDWT - LMS 算法的稳态误差非常小,收敛之后的信号波形很好。另外,计算收发隔离度提高的程度,可知应用 LMS 算法将收发隔离度提高了约 24 dB,而应用 NDWT - LMS 算法将其提高了约 41 dB,显然应用后者对收发隔离度有较大幅度的改善。

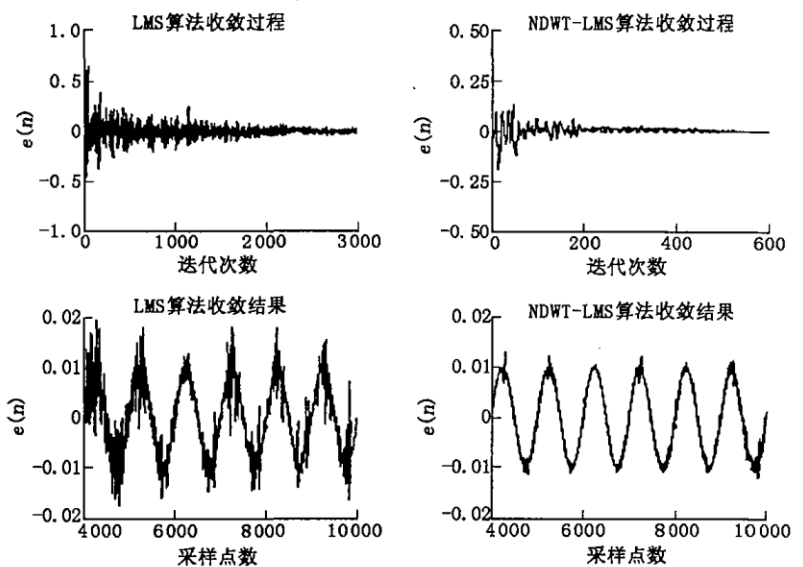


图 3 LMS 算法和 NDWT - LMS 算法的仿真比较

3 结论

本文算法使得当自适应输入信号高度相关时该算法仍具有很快的收敛速度和较好的稳态效果,较之时域 LMS 算法的性能有了很大的提高。计算机仿真和计算结果与理论分析一致,充分说明本算法的优越性能。

参考文献:

- [1] Beaufays F, Widrow B. Transform - Domain Adaptive Filters: An Analytical Approach. IEEE Transactions on Signal Processing [J]. 1995, 43(2): 422 - 431.
- [2] Erdol N, Basbug F. Wavelet transform based adaptive filters: analysis and new results. IEEE Trans, Signal Processing [J]. 1996, 44(6): 1156 - 1167 .
- [3] Hosur S, Tewfik H. Wavelet domain adaptive FIR filtering. IEEE Trans. Signal Processing [J]. 1997, 45(3): 617 - 630.
- [4] Aboulnasr T, Mayyas K. A robust variable step - size LMS - type algorithm: analysis and simulation [J]. IEEE Trans. Signal processing, 2000, 45(3): 631 - 639.
- [5] 刘昌云, 陈长兴, 贾 贵. 多尺度小波变换在自适应滤波中的应用 [J]. 空军工程大学学报 (自然科学版), 2002, 3 (2): 50 - 52.
- [6] 冯存前, 张永顺. 基于变步长 LMS 算法的干扰机自适应收发隔离技术 [A]. 第十三届电子对抗学术年会论文集 [C]. 桂林: 2003. 453 - 457.

(编辑: 田新华)

A New Adaptive Filtering Algorithm Based on Discrete Wavelet Transforms

FENG Cun - qian, ZHANG Yong - shun, TONG Ning - ning

(The Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan, Shaanxi 713800, China)

Abstract: The wavelet transforms are integrated with transform domain LMS algorithm and variable step - size LMS algorithm, from which a new adaptive filtering algorithm is presented based on discrete wavelet transforms (NDWT - LMS). The algorithm can reduce the cross - correlation of input signals effectively and can overcome the conflict between high convergence rate and low steady - state maladjustment in LMS algorithm which is caused by the fixed step - size factors. The computer simulation results indicate that the higher convergence rate and lower maladjustment noise are obtained by using this algorithm in comparison with LMS algorithm, and the new algorithm is effectively applicable to the adaptive systems.

Key words: adaptive filtering; transform domain adaptive algorithm; variable step - size adaptive algorithm