

# 非定常气动力状态空间模型及其在气动伺服弹性建模中的应用

陈刚，徐敏，陈士橹

(西北工业大学 航天学院, 陕西 西安 710072)

**摘要:**研究了一种基于 CFD/CSD 耦合计算的气动伺服弹性系统建模的一般方法。该方法将气动伺服弹性系统看作气动、结构、控制三个相互耦合的环节, 分别建立各个环节状态方程再组装成完整的气动伺服弹性系统模型。着重讨论了非定常气动力状态空间模型建立的系统辨识方法, 并对非定常气动力脉冲响应计算进行了深入的探讨。通过将 CFD/CSD 耦合直接计算与状态方程计算的结果进行对比, 表明该方法得到的模型精度好、效率高、易于使用、可扩展性好。

**关键词:**CFD/CSD; 非定常气动力; 系统辨识; ERA 算法; 气动伺服弹性

**中图分类号:**V24   **文献标识码:**A   **文章编号:**1009-3516(2004)05-0001-04

研究气动伺服弹性系统时,首先要解决的问题就是建立便于主动控制系统设计的低阶模型。在模型建立过程中,最关键的技术是结构做任意运动时非定常气动力的确定。传统的方法是在频域内计算多个缩减频率下的调和非定常气动力,然后用有理函数对这些结果进行拟合,最后变换到时域,再建立状态空间模型。该方法比较成熟,对于线性非定常气动力作用下的气动伺服弹性系统可以得到较好的结果,并且可以方便地运用于结构/控制优化设计中。不足之处在于直接用于跨音速等非线性状态效果不好,在高超声速情况下,也未见有比较满意结果的文献报道。随着 CFD 技术的发展,开始直接求解 NS 方程来确定非定常气动力,进一步发展为采用 CFD/CSD 耦合计算直接模拟气动弹性系统的响应来预测非定常气动力<sup>[1]</sup>。该技术可以直接在时域预测飞行器任意运动下的线性、非线性非定常气动力,避免了有理函数逼近所需的频域到时域的变换和不能很好描述非线性响应的不足。但是,直接利用 CFD/CSD 技术在时域进行系统分析与综合也产生了一些问题。主要是 CFD/CSD 预测任意运动的非定常气动力时间耗费太大。特别是对于需要反复迭代修改的多学科优化初步设计阶段,其计算量更为巨大,很不便于应用。为了解决这个问题,国外从 20 世纪 90 年代中后期开始研究基于 CFD/CSD 技术的非定常气动力低阶模型,即找到一种简单的数学模型,即可以较好的反映原系统的主要力学特性,计算量不太大,又便于系统设计应用。

## 1 Volterra 级数理论

研究气动弹性系统时,NS 方程描述的非定常气动力系统可用二阶 Volterra 系统近似<sup>[2~3]</sup>, 即

$$y[n] = h_0 + \sum_{k=0}^n h_1[n-k]u[k] + \sum_{k_1=0}^n \sum_{k_2=0}^n h_2[n-k_1, n-k_2]u[k_1]u[k_2] \quad (1)$$

式中: $h_0$  为定常状态的响应(对于非定常响应研究可以假定为零);  $h_1, h_2$  为 Volterra 一阶核、二阶核, 分别表示一维和二维脉冲作用下系统的响应。其求解公式为

收稿日期:2004-03-17

基金项目:国家自然科学基金资助项目(10272090)

作者简介:陈刚(1979-)男,湖北公安人,博士生,主要从事飞行器飞行动力学与控制研究;

徐敏(1956-)女,江苏连云港人,教授,主要从事飞行器飞行动力学与控制,空气动力学研究;

陈士橹(1920-)男,浙江东阳人,教授,博士生导师,工程院院士,主要从事飞行器飞行动力学与控制研究。

$$h_2[n - k_1, n - k_2] = \frac{(y_1[n] - y_0[n - k_1]y_0[n - k_2])}{2} \quad (2) \quad h_1[n] = 2y_0[n] - \frac{y_2[n]}{2} \text{ 或 } h_1[n] = y_0[n] \quad (3)$$

式中:  $y_0, y_1, y_2$  分别表示一维、二维脉冲、两倍单脉冲作用下系统的响应。 $h_1[n]$  是时间  $n$  的一维函数, 二阶核是时间  $n$  和时移  $k_1 - k_2$  的二维函数序列, 二阶核的不同分量需要作用于不同时移  $k_1, k_2$  的双脉冲响应通过式(2)求出。一旦 Volterra 核求出, 任意输入  $u(n)$  下的输出  $y[n]$  就可以通过式(1)求得。

## 2 CFD/CSD 耦合计算

从上面的讨论可以看出, 为了预测某一马赫数下任意运动时的非定常气动力, 只需计算出各阶 Volterra 核即可。对于结构做小变形运动情况下的非定常气动力系统, 通常只需要利用 Volterra 一阶核就可以很准确地描述, 而且可以反映一定的非线性非定常气动力<sup>[2~3]</sup>。如果是结构做大变形等非线性非常严重的情况下, 可以考虑加上二阶核的影响。

在求解非定常流场的时候, 先计算出定常流场状态, 然后以此为初始条件计算非定常流场, 认为非定常流是对定常流的一种扰动, 即通常所说的非线性非定常气动力的动力学线化方法。本文采用 CFD/CSD 耦合方法<sup>[1]</sup>利用离散单位脉冲信号来求解 Volterra 核。脉冲信号通过结构变形作为边界条件引入 CFD 求解器, 通过记录结构上非定常气动力的响应利用式(3)来计算 Volterra 核。流场控制方程采用雷诺平均 NS 方程, 利用中心有限体积法进行空间离散, 采用 LU-SSOR 隐式时间推进格式进行求解。在 CFD/CSD 耦合求解时, 动网格技术和气动、结构网格间的信息交换是需要仔细考虑的问题。Silva<sup>[2]</sup> 采用嵌套网格技术进行。Volterra 核求解, 气动、结构网格间的信息交换进行了简化处理, 没有深入探讨。本文采用史忠军<sup>[4]</sup>等人一种动网格快速生成技术模拟结构变形, 采用徐敏改进的 CVT 方法处理气动、结构网格的信息交换<sup>[5~6]</sup>。以便更精确地模拟真实的物理现象。

## 3 非定常气动力状态方程

对于大部分结构做小变形运动的气动弹性系统, 结构运动产生的非定常气动力, 二阶核要比一阶核小一个量级, 而且很快衰减为零。即使对于非线性情况比较严重的情况, 一阶核也能反映一定的非线性<sup>[2~3]</sup>。如果需要特别考虑非线性效应, 可以适当增加二阶核来建立双线性模型。

本文重点研究直接从 Volterra 一阶核建立非定常气动力的状态空间方程。一阶核表征的是系统的离散单位脉冲响应, 因此可以采用结构模态识别技术中的特征结构辨识(ERA)算法<sup>[7]</sup>来构造状态空间方程。

设非定常气动力的离散状态方程为  $x_a(k+1) = A_a x_a(k) + B_a(k); y_a(k+1) = C_a x_a(k)$ 。设系统的脉冲响应阵为  $h(k)$  为  $M \times L$  阶, 也即 Volterra 一阶核。构造广义 Hankel 阵:

$$H(k-1) = \begin{bmatrix} h(k) & h(k+1) & h(k+2) & \cdots & h(k+\beta-1) \\ h(k+1) & h(k+2) & h(k+3) & \cdots & h(k+\beta) \\ h(k+2) & h(k+3) & h(k+4) & \cdots & h(k+\beta+1) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ h(k+\alpha-1) & h(k+\alpha) & h(k+\alpha+1) & \cdots & h(k+\alpha+\beta+1) \end{bmatrix}$$

式中:  $\alpha, \beta$  为所选的整数使得  $H(k-1)$  的秩不变且最小。令  $k=1$  可得  $H(0)$ 。做奇异值分解可得  $H(0) = U \sum V^T$ 。再设  $E_M^T = [I_M \ 0_M \ \cdots \ 0_M] (M \times \alpha M); E_L^T = [I_L \ 0_L \ \cdots \ 0_L] (L \times \beta L)$ 。则系统一个最小实现为  $A_a = \sum^{-1/2} U^T H(1) V \sum^{-1/2}; B_a = \sum^{1/2} V^T E_L; C_a = E_M^T U \sum^{1/2}$ 。该算法有较好鲁棒性, 并且可以处理多输入多输出的问题。关键的一步是广义 Hankel 矩阵的构造, 也即  $H(k-1)$  中每个 Markov 参数的识别。

## 4 气动伺服弹性模型

将气动伺服弹性系统看作是气动、结构、控制器 3 个环节的耦合, 根据图 1 所示的方框图可以写出完整的气动伺服弹性模型。

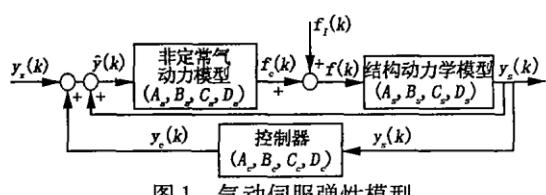


图 1 气动伺服弹性模型

服弹性模型。从图1可以看到有2个主要的回路。内回路表示气动弹性系统,为被控对象;外回路则构成完整的气动伺服弹性系统。需要注意的是,结构动力学方程也要写成状态空间方程。由于ERA算法起初就是运用于结构模态识别,所以很容易通过试验得到其离散状态方程的一个实现( $A_s, B_s, C_s$ )。如果只是研究内回路气动弹性稳定性和响应问题,结构模型还可以直接将有限元方程写成状态方程得到。

内回路即气动弹性系统状态方程为

$$\begin{bmatrix} x_s(k+1) \\ x_a(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_s - B_s(I + D_a D_s)^{-1} D_a C_s & -B_s(I + D_a D_s)^{-1} D_a C_s \\ B_a C_s - B_a D_s(I + D_a D_s)^{-1} D_a C_s & A_a - B_a D_s(I + D_a D_s)^{-1} C_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s(k) \\ x_a(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -B_s(I + D_a D_s)^{-1} \\ B_a D_s(I + D_a D_s)^{-1} \end{bmatrix} f_c(k)$$

$$y_s(k+1) = C_s - D_s(I + D_a D_s)^{-1} D_a C_s - D_s(I + D_a D_s)^{-1} D_a \begin{bmatrix} x_s(k) \\ x_a(k) \end{bmatrix} - D_s(I + D_a D_s)^{-1} f_c(k)$$

可以写作  $x_{ae}(k+1) = A_{ae}x_{ae}(k) + B_{ae}f_c(k); y_{ae}(k+1) = C_{ae}x_{ae}(k) + D_{ae}f_c(k)$ 。式中下标 a、s、c、ae 分别表示气动力、结构控制和气动弹性系统。

将设计好的控制器加入系统中则气动伺服弹性状态空间模型为

$$\begin{bmatrix} x_{ae}(k+1) \\ x_c(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{ae} & B_{ae}C_c \\ 0 & A_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{ae}(k) \\ x_c(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{ae}D_c \\ B_c \end{bmatrix} \delta(k); y(k+1) = [C_{ae} \quad D_{ae}C_c] \begin{bmatrix} x_{ae}(k) \\ x_c(k) \end{bmatrix} + D_{ae}D_c\delta(k)$$

式中  $\delta(k)$  为舵偏。

## 5 算例与结果分析

气动伺服弹性系统模型好坏关键在于非定常气动力模型的质量,本文重点对其建模方法进行讨论。

### 5.1 多输入多输出系统

首先用一个简单的算例来说明本文所提出的方法。为了说明该方法可以处理多输入多输出系统,特选用了一个两输入两输出的系统。该算例的传递函数为

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 0.572s + 0.6108} \begin{bmatrix} 1.9691s + 5.0395 & 10.9295s - 0.9297 \\ 0.4534s + 1.6919 & 3.877s + 0.0124 \end{bmatrix}$$

图2是该系统的脉冲响应,也即一阶Volterra核。可以看出,很快就衰减为零。图3是在输入  $u_1 = 2\sin 5t$  和  $u_2 = \sin 10t$  下系统的输出响应对比。图3中第一列为系统的理论响应,第二列为采用ERA算法辨识出的离散模型仿真结果。两者吻合很好,说明该方法能够正确处理多输入多输出系统。

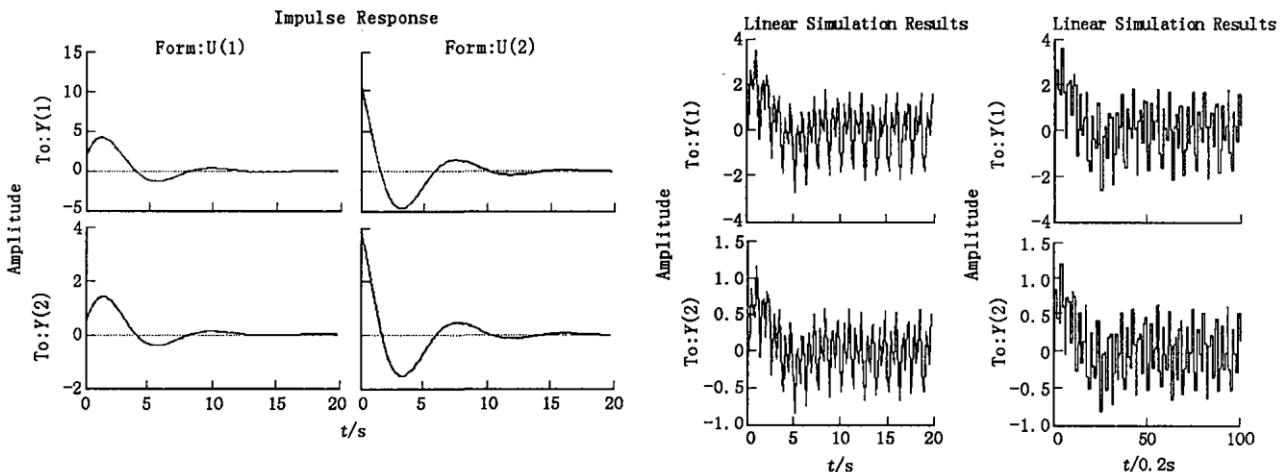


图2 系统的脉冲响应

图3 系统仿真结果对比

### 5.2 RAE2822翼型

算例采用RAE2822翼型,来流马赫数为0.75,研究翼型沉浮运动产生的非定常气动力,采用无量纲振幅为0.05(相对于弦长),时间步长为0.0005。对于该翼型,定常流场法向力系数为0.2954。图4是采用式(3)利用CFD/CSD耦合计算得出的Volterra一阶核。Volterra一阶核很快衰减为零,这一特点对于Volterra核的辨识十分有利,无需进行大量的CFD/CSD迭代。图5是采用Volterra一阶核通过ERA算法辨识出的14阶状态空间模型的非定常气动力响应和实际的CFD/CSD耦合计算响应的对比。该响应的输入为缩减频率

为 0.67 的沉浮运动。可以看到,二者的结果除了在最大幅值处有一些细微的差距外,吻合的很好。这充分说明该方法的有效性。计算该状态的 CFD/CSD 结果要花几个小时,而采用状态方程则只需数秒。其显著的优点是,一旦非定常气动力系统的模型辨识出来,该马赫数下结构一般运动时的非定常气动力响应可以快速的给出,并可以获得比较准确的结果。根据气动伺服弹性模型精度的需要,非定常气动力系统状态空间模型还可以进行降阶,本文不再进一步讨论。

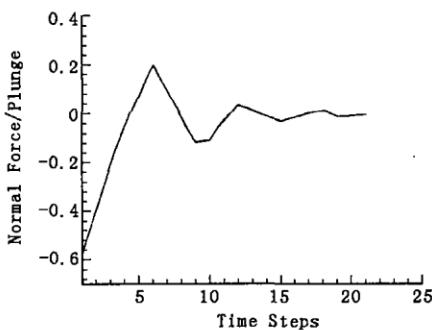


图 4 Volterra 一阶核

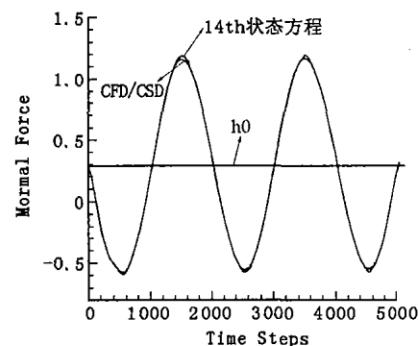


图 5 两种方法结果对比

## 6 结论

本文发展了一种利用 CFD/CSD 耦合模拟技术进行低阶气动伺服弹性系统建模的一般方法。该方法具有严格的理论基础,同时仿真结果表明该方法:①精度好、效率高、可用性强,便于多学科优化设计;②可扩展性好,可以很容易同控制理论和不同的数值模拟方法进行集成;③能够描述一定的非线性行为,对于非线性比较严重的情况,可以增加二阶核,建立系统的双线性模型。

### 参考文献:

- [1] 徐敏,陈士橹. CFD/CSD 耦合计算研究[J]. 应用力学学报, 2004, 21(2): 33–36.
- [2] Silva W A. Discrete – Time Linear and Nonlinear Aerodynamic Impulse Responses for Efficient CFD Analysis[D]. PH. D dissertation, College of William& Mary, December 1997.
- [3] 陈刚. 非定常气动力降阶模型及其应用研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2004.
- [4] 史忠军, 徐敏, 陈士橹. 动网格生成技术[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2003, 4(1): 61–64.
- [5] 徐敏, 史忠军, 陈士橹. 一种流体–结构耦合计算问题的网格数据交换方法[J]. 西北工业大学学报, 2003, 21(5): 532–535.
- [6] Xu Min, Chen Zhimin, Chen Gang, Chen Silu. Study coupling interface mapping for numerical nonlinear aeroelasticity[A]. 中俄第七届空气动力学与第六届结构强度技术交流会议论文集[C]. 莫斯科, 2003.
- [7] 曹树谦. 振动结构模态分析 – 理论、实验与应用[M]. 天津: 天津大学出版社, 2001.

(编辑:姚树峰)

## State Space Model of Unsteady Aerodynamics and Its Application to Aero – servo – elasticity

CHEN Gang, XU Min, CHEN Shi – lu

(The College of Astronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an, Shaanxi 710072, China)

**Abstract:** A general aeroservoelastic model construction method based on CFD / CSD couple simulation is investigated. The aeroservoelastic system is divided into three parts including aerodynamic, structure and control subsystems whose state equations are built separately and then are integrated into an integral aeroservoelastic system model. The system identification method of the state equation of the unsteady aerodynamics is investigated, especially the identification of the impulse response. A simple moving mesh generation method and an improved CVT method exchanging data between aerodynamic grid and structure grid are applied in the CFD / CSD program. The comparison between the results of the state equation and the direct simulation indicates that the model obtained by this method is good in accuracy, easy in usability and high in efficiency.

**Key words:** CFD / CSD; unsteady aerodynamics; system identification; ERA algorithm; aeroservoelasticity