

一种基于特征子空间扩展的自适应波束保形方法

韩英臣, 张永顺

(空军工程大学 导弹学院, 陕西 三原 713800)

摘要:基于特征空间(ESB)自适应波束形成算法,提出了一种扩展信号子空间的自适应波束保形方法(SES),该方法通过扩展信号子空间、舍弃噪声子空间,克服了当干扰信号和期望信号同时存在时,期望信号大范围的变化造成波束畸变这一缺陷,计算机仿真和分析证明该方法运算量小,具有良好的波束保形能力和稳健性。

关键词:特征空间;信号子空间,自适应波束形成;扩展算法

中图分类号:TN957.52 **文献标识码:**A **文章编号:**1009-3516(2004)04-0053-04

自适应天线技术是一种天线设计的新理念,是利用算法对天线波束实现自适应的控制。自适应天线抗干扰技术就是在保证大增益接收期望信号的前提下,自适应地使天线方向图零陷对准干扰方向,从而抑制掉干扰或者降低干扰信号的强度。在阵列信号处理自适应数字波束形成(ADBF)技术中,线性约束最小方差准则(LCMV)是比较常用的一种方法^[1],它在保证对期望信号方向增益一定值的条件下,计算最优权矢量使阵列输出功率最小。基于线性约束最小方差准则的协方差直接求逆算法(SMI)是经典的自适应波束形成算法,该算法不考虑期望信号。由于在实际系统中期望信号是存在的,特别当期望信号较大时,有可能在期望信号方向形成零陷,导致期望信号相消,为此,人们提出了一种基于特征空间波束形成算法(ESB)^[2]及其改进算法(MESB)^[3],其权矢量是由 LCMV 波束形成器的最优权矢量向信号相关矩阵特征空间作投影得到的,该算法比 LCMV 算法有较好的性能,具有较快的收敛速度和较强的稳健性。ESB 算法完全舍弃噪声子空间,只保留了信号子空间的分量^[4]。当数据协方差矩阵 \hat{R} 中含有较强的期望信号时,该方法非常有效,但是当期望信号相对干扰信号较小时,直接舍弃权矢量在噪声子空间的分量会有较大的误差,特别是当 \hat{R} 中不含有期望信号时,权矢量在噪声子空间的分量不为零。此时利用 ESB 算法得到的权值不是最优权值,它将导致输出的 SINR 性能下降,波束畸变,抗干扰的能力下降。本文提出了一种基于特征空间的信号子空间扩展算法(Super-ESB),克服了 ESB 的缺陷,具有良好的波束保形能力,并且算法实现简单。

1 阵列模型及理论分析

考虑 N 元窄带天线阵,远场平面波包括不相关的 P 个干扰信号,则阵列接收信号可表示为

$$\mathbf{X} = [x_1(t), \dots, x_N(t)]^T = \mathbf{A}\mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t) \quad (1)$$

式中: $\mathbf{S}(t) = [s_1(t), \dots, s_N(t)]^T$ 表示干扰信号的复包络; $\mathbf{N}(t) = [n_1(t), \dots, n_N(t)]^T$ 为背景噪声,假设它为白噪声且与干扰信号不相关,而方向矩阵 $\mathbf{A} = [a(\theta_1), a(\theta_2), \dots, a(\theta_p)]$,波束形成就是对各阵元的接收信号进行加权求和, $\mathbf{Y} = \mathbf{W}^H \mathbf{X}$ 。最优波束形成就是使用适当的加权以使与特定空域信号 $\mathbf{a}(\theta_0)$ (约束导向矢量)相匹配的信号的输出信号干扰噪声比(SINR)最大,其结果为

$$\mathbf{W}_{opt} = \mu \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(\theta_0) \quad (2)$$

式中: μ 为任一常数; $\mathbf{R} = E[\mathbf{X}\mathbf{X}^H] = \mathbf{A}\mathbf{R}_A\mathbf{A}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}$, \mathbf{R} 为阵列接收信号的协方差矩阵,其中 \mathbf{R}_A 为干扰协方差

收稿日期:2003-06-03

作者简介:韩英臣(1976-),男,山东菏泽人,博士生,主要从事电子对抗技术研究;

张永顺(1961-),男,陕西咸阳人,教授,博士生导师,主要从事雷达及电子对抗研究。

矩阵。实际计算中 \mathbf{R} 用其 K 次采样信号得到的估计值 $\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \mathbf{X}(t_i) \mathbf{X}(t_i)^H$ 代替,则有

$$\hat{\mathbf{W}}_{opt} = \mu \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{a}(\theta_0) \quad (3)$$

该方法就是最初的 SMI 算法。分别对 \mathbf{R} 和 $\hat{\mathbf{R}}$ 作特征值分解,得到

$$\mathbf{R} = \sum_{i=1}^P \lambda_i \mathbf{u}_i \mathbf{u}_i^H + \sigma_n^2 \sum_{i=P+1}^N \mathbf{u}_i \mathbf{u}_i^H \quad (4)$$

$$\hat{\mathbf{R}}^{-1} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\hat{\lambda}_i} \hat{\mathbf{u}}_i \hat{\mathbf{u}}_i^H \quad (5)$$

式中: $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p \geq \lambda_{p+1} = \dots = \lambda_N = \sigma_n^2$ 是 \mathbf{R} 相应的 N 个特征值,其对应特征向量为 \mathbf{u}_i ; $\hat{\lambda}_i$ 和 $\hat{\mathbf{u}}_i$ 分别为 $\hat{\mathbf{R}}$ 的特征值及对应的特征向量。设已知干扰源数目为 P ,有一个期望信号,则 $P+1$ 个大的特征向量张成干扰信号子空间 $\mathbf{E}_s = [\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_{p+1}]$, 而其余 $N-P-1$ 个小特征向量张成噪声子空间 $\mathbf{E}_n = [\mathbf{u}_{p+2}, \dots, \mathbf{u}_N]$, $\mathbf{D}_s = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_{p+1})$, $\mathbf{D}_n = \text{diag}(\lambda_{p+2}, \dots, \lambda_N)$ 代入式(3)可得

$$\mathbf{W} = \frac{\mu}{\sigma_n^2} \left[1 - \sum_{i=1}^{P+1} \frac{\lambda_i - \sigma_n^2}{\lambda_i} \mathbf{u}_i \mathbf{u}_i^H \right] \mathbf{a}(\theta_0) \quad (6)$$

$$\hat{\mathbf{W}} = \frac{\mu}{\hat{\lambda}_N^2} \left[1 - \sum_{i=1}^{N-1} \frac{\hat{\lambda}_i - \hat{\lambda}_N}{\hat{\lambda}_i} \hat{\mathbf{u}}_i \hat{\mathbf{u}}_i^H \right] \mathbf{a}(\theta_0) \quad (7)$$

方向图函数可定义为 $G(\mathbf{W}, \theta) = \mathbf{W}^H \mathbf{a}(\theta)$, 则由式(7)可以得到方向图函数为

$$G(\hat{\mathbf{W}}, \theta) = G_0(\hat{\mathbf{W}}, \theta) - G_n(\hat{\mathbf{W}}, \theta) \quad (8)$$

其中

$$G_0(\hat{\mathbf{W}}, \theta) = G(\mathbf{a}_q, \theta) - \sum_{i=1}^{P+1} \left(\frac{\hat{\lambda}_i - \hat{\lambda}_N}{\hat{\lambda}_i} \mathbf{a}_q^H \right) G(\hat{\mathbf{u}}_i, \theta) \quad (9)$$

$$G_n(\hat{\mathbf{W}}, \theta) = \sum_{i=p+2}^N \left(\frac{\hat{\lambda}_i - \hat{\lambda}_N}{\hat{\lambda}_i} \mathbf{a}_q^H \right) G(\hat{\mathbf{u}}_i, \theta) \quad (10)$$

称 $G_0(\hat{\mathbf{W}}, \theta)$ 为干扰抑制波束, $G_n(\hat{\mathbf{W}}, \theta)$ 为噪声波束,在快拍数趋于无穷大时 $\hat{\mathbf{R}}$ 收敛于 \mathbf{R} , 所以 $G_0(\hat{\mathbf{W}}, \theta)$ 和 $G_n(\hat{\mathbf{W}}, \theta)$ 分别收敛于 $G(\mathbf{W}, \theta)$ 和 0。然而由于有限次快拍下,大特征值对应的特征向量能快速收敛,使得 $G_0(\hat{\mathbf{W}}, \theta)$ 能快速收敛到 $G(\mathbf{W}, \theta)$, 然而噪声向量对应的特征值分散使得 $\frac{\hat{\lambda}_i - \hat{\lambda}_N}{\hat{\lambda}_i} (i = P+2, \dots, N)$ 不能快速

收敛到 0, 这样就造成自适应波束畸变和副瓣电平升高。从这里可以看到, SMI 算法波束畸变是由噪声子空间及其相应的特征值引起的。ESB 算法就是舍弃权矢量在噪声子空间中的分量而仅保留在信号子空间中的分量, 式(7)可以写为

$$\hat{\mathbf{W}} = \mu \mathbf{E}_s \mathbf{D}_s^{-1} \mathbf{E}_s^H \mathbf{a}(\theta_0) + \mu \mathbf{E}_n \mathbf{D}_n^{-1} \mathbf{E}_n^H \mathbf{a}(\theta_0) \quad (11)$$

\mathbf{E}_s 是由大特征值对应的特征向量组成的列满秩矩阵, 当期望信号较大时, 其位于信号子空间, 假设其对应的特征矢量为 \mathbf{u}_j , 可以证明

$$\mathbf{u}_j \approx \gamma \mathbf{a}(\theta_0) \quad (12)$$

γ 为一常数, 所以 $\mathbf{E}_n^H \mathbf{a}(\theta_0) = 0$ 。此时

$$\hat{\mathbf{W}} = \mu \mathbf{E}_s \mathbf{D}_s^{-1} \mathbf{E}_s^H \mathbf{a}(\theta_0) = \mathbf{E}_s \mathbf{E}_s^H \hat{\mathbf{W}} \quad (13)$$

$\hat{\mathbf{W}}$ 如式(7)定义。式(12)是在假设期望信号位于信号子空间的前提条件下得出的, 但是当期望信号较小时, 就不能满足 $\mathbf{E}_n^H \mathbf{a}(\theta_0) = 0$, 会带来很大的误差, 其原因是由于期望信号较小, 其特征值淹没在噪声对应的特征值中, 信号子空间 \mathbf{E}_s 中不含有期望信号, 基于这一点, 可以通过对信号子空间进行扩展来弥补由于小期望信号带来信号子空间矩阵的降维, 即

$$\mathbf{E}'_s = [\gamma \mathbf{a}(\theta_0), \mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_{p+1}] \quad (14)$$

由式(14)可知, 通过扩展信号子空间, 可以克服期望信号较小时, 期望信号不在信号子空间的不足, 同时当

期望信号较大时,并没有改变特征信号子空间的维数,此时可得权值的近似最优解为

$$\hat{W}_p = E' E'^H \hat{W} \tag{15}$$

此处 γ 的选择取决于协方差矩阵 R 的最大特征值对应特征向量的模值,可以稍大或者稍小,本文直接取其模值。

2 计算机仿真

假设阵列为 12 个阵元的等距线阵(ULA),阵元间距为半波长,两个非相关的窄带干扰信号来自 -18° 和 $+18^\circ$,干噪比为 20 dB,约束方向 $\theta_0 = 0^\circ$,协方差矩阵由采样信号估计得到,每一个仿真结果都由 50 次独立实验结果平均得到。

仿真一:验证在大期望信号和小期望信号下,本文提出的算法的优越性。假设期望信号从 $\theta_0 = 0^\circ$ 加入,图 1 为当输入信噪比为 0 dB 时,SMI、ESB 和 SESB 方法合成的静态方向图,在这种情况下,由于期望信号较小,ESB 方法失去了效果,此时 SMI 和 SESB 方法具有良好的波束成形能力,在干扰方向具有较深的零陷。图 2 为当输入信噪比为 25 dB 时,SMI、ESB 和 SESB 合成的静态方向图,从图中可以看到,大期望信号较大时,SMI 波束发生严重畸变,ESB 和 SESB 合成的静态方向图基本吻合,抗干扰的效果明显。

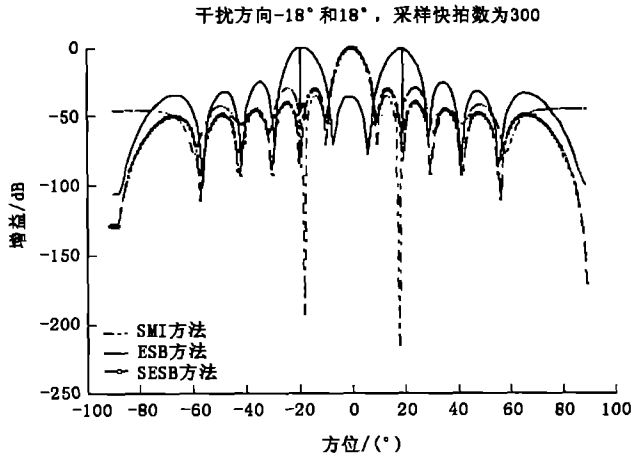


图1 小期望信号的合成静态方向图

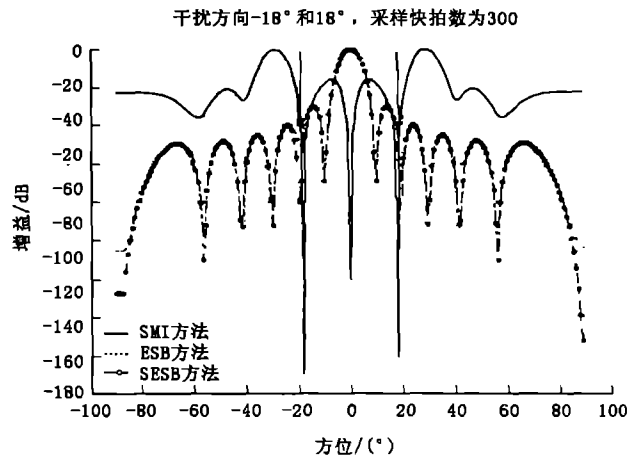


图2 大期望信号的合成静态方向图

仿真二:验证 SESB 方法的有效性和稳健性。假设期望信号从 $\theta_0 = 0^\circ$ 加入,当输入信噪比为 25 dB 时,可以对得到的采样协方差矩阵进行特征值分解,由于干扰和期望信号不相干,那么协方差矩阵的大特征值与加入的信号一一对应^[7],可以得到协方差矩阵的特征值(特征值分解很容易实现)为

$$D = (28.265\ 0, 13.191\ 4, 11.049\ 2, 3.247\ 2 \times 10^{-4}, 3.123\ 1e-004, 3.073\ 0 \times 10^{-4}, 3.002\ 0 \times 10^{-4}, 2.980\ 0 \times 10^{-4}, 2.969\ 9 \times 10^{-4}, 2.937\ 6 \times 10^{-4}, 2.872\ 5 \times 10^{-4}, 2.837\ 2 \times 10^{-4})$$

当存在大期望信号时,显然存在 3 个较大的特征值,分别对应两个干扰和期望信号,该 3 个特征值对应的特征向量组成信号子空间,此时 ESB 方法有效。可以得到期望信号对应的特征向量为 $u = (0.281\ 5, 0.287\ 7, 0.283\ 3, 0.284\ 6, 0.280\ 5, 0.283\ 3, 0.287\ 9, 0.289\ 2, 0.287\ 1, 0.286\ 2, 0.288\ 5, 0.280\ 8)$ 。

此时可以得出 $u \approx 0.28a(\theta_0)$, 根据定义,约束导向矢量^[6]

$$a(\theta) = (1, e^{-\frac{2\pi d}{\lambda} \sin(\theta)}, \dots, e^{-\frac{2\pi d}{\lambda} (N-1) \sin(\theta)}) \tag{16}$$

式中: N 为天线阵元数; θ 为波达方向与天线阵面的夹角。当约束方位为 $\theta_0 = 0^\circ$ 时, $a(\theta_0) = (1, 1, \dots, 1)$ 。

当输入信噪比为 0 dB 时,对得到的采样协方差矩阵进行特征值分解得到对应的特征值为

$$D = (12.968\ 8, 11.012\ 5, 3.172\ 5 \times 10^{-4}, 3.143\ 3 \times 10^{-4}, 3.111\ 7 \times 10^{-4}, 3.049\ 2 \times 10^{-4}, 3.032\ 7 \times 10^{-4}, 2.998\ 9 \times 10^{-4}, 2.978\ 5 \times 10^{-4}, 2.934\ 9 \times 10^{-4}, 2.865\ 9 \times 10^{-4}, 2.840\ 0 \times 10^{-4})$$

此时由于存在的是小期望信号,只得到干扰对应的两个大特征值,期望信号对应的特征值淹没在噪声对应的特征值中,在数字电路实现时,无法取出期望信号对应的特征向量,ESB 方法失去效果,用该方法合成波束会产生严重的畸变。那么我们可以利用 $u \approx 0.28a(\theta_0)$ 的关系对信号子空间进行扩展,从而得到含有期

望信号的信号子空间,这样可以保证在期望信号方向形成高增益的主波束。定义自适应天线输出信号干噪比为

$$SINR = \frac{\hat{W}^H a(\theta_0) P_s a(\theta_0)^H \hat{W}}{\hat{W}^H R' \hat{W}} \quad (17)$$

式中: P_s 为期望信号的真实功率; R' 为干扰和噪声的真实自相关矩阵。图3给出了ESB和SESB方法在输入信噪比一定范围内变化时的输出信干噪比的变化情况,此时输入干噪比为20 dB,从图中可以看出,当期望信号较小时,利用SESB方法比利用ESB方法输出信干噪比有明显的改善。

值得说明的是:由于在小期望信号情况下,噪声的影响较大,忽略噪声子空间会带来一定的误差,采用SESB方法会带来零点漂移,可以通过协方差矩阵预变换处理来解决。

3 结论

本文提出的基于特征信号子空间扩展的改进ESB方法能够很好地克服在小期望信号条件下ESB方法产生波束畸变的缺点。计算机仿真和理论分析表明该方法具有好的波束成形能力,并且实现方法简单,稳健性好。

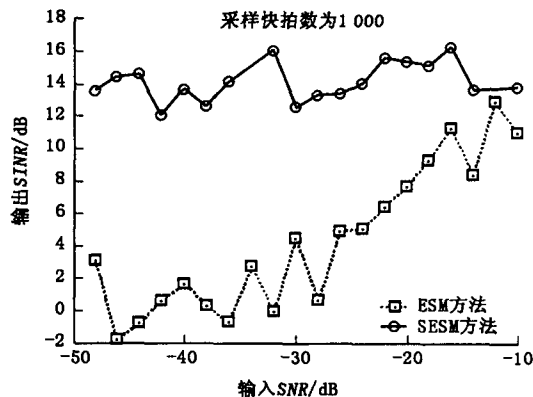


图3 输出信干噪比与输入信噪比的关系曲线

参考文献:

- [1] 施莱赫 D C. 信息时代的电子战[M]. 成都:信息产业部电子第二十九所电子对抗国防科技重点实验室,2000.
- [2] Frost O L. An Algorithm for Linearly Constrained Adaptive Array Processing[J]. Proc. IEEE,1972,60(8):926-935.
- [3] Yu J L, Yeh C C. Generalized Eigenspace - Based Beamformers[J]. IEEE Trans. Signal Processing,1995,43(11):2453-2461.
- [4] Ohira T. Blind Adaptive Beamforming Electronically - Steerable Parasitic Array Radiator Antenna Based on Maximum Moment Criterion[J]. IEEE, Antennas and Propagation Society International Symposium, 2002,50(2):652-655.
- [5] Chang L, Cyeh C. Effect of Pointing Errors on The Performance of The Projection Beamformer[J]. IEEE Trans. Antennas and Propagation,1993,41(8):1045-1055.
- [6] Teitelbaum K. A Flexible Processing for A Digital Adaptive Array Radar[J]. IEEE, Aerospace and Electronics Systems Maga, 1983,19(4):598-607.
- [7] 赵永波,刘茂仓,张守宏.一种改进的基于特征空间自适应波束形成算法[J],电子学报,2000,28(6):16-18.

(编辑:田新华)

A Novel Adaptive Beam - forming Algorithm Based on Expanding Sub - Eigenspace

HAN Ying - chen, ZHANG Yong - shun

(The Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan, Shaanxi 713800, China)

Abstract: A robust algorithm for beam - forming (SESB) is presented in this paper, which is based on the Eigen - space - Based algorithm for adaptive beam - forming. By expanding the signal subspace obtained with the eigen - structure of the correlation matrix, the novel algorithm can avoid the adapted pattern distortion in the ESB algorithm. Computer simulation and analysis demonstrate that the performance of the proposed algorithm is better than that of the conventional ESB algorithms.

Key words: adaptive beam - forming; array signal; eigen - space