第5卷第3期　空军工程大学学报(自然科学版)　Vol.5 No.3
2004年6月　JOURNAL OF AIR FORCE ENGINEERING UNIVERSITY(NATURAL SCIENCE EDITION)　Jun. 2004

模糊知识处理与模糊集理论的若干拓展

雷英杰[1,2]， 孙金萍[1]， 王宝树[2]
(1. 空军工程大学 导弹学院，陕西 三原 713800;2. 西安电子科技大学 计算机学院，陕西 西安 710071)

摘　要:模糊系统是一种基于知识或基于规则的系统,模糊知识处理技术的发展引起模糊集理论出现了各种拓展。首先叙述了模糊集理论的形成与发展,以及模糊集理论在人工智能、知识处理领域的作用与应用。其次,给出了对模糊集合的各种拓展,如直觉模糊集、L-模糊集与L-直觉模糊集、区间值模糊集与区间值直觉模糊集、Vague集等的定义与描述。最后,重点讨论了各种模糊集拓展形式之间的相互联系及可能对模糊集理论发展产生重要影响的统一集理论,提出了通过某种变换或算子建立起各种集合理论拓展形式之间联系的假设。结论认为,直觉模糊集是对模糊集理论最重要的一种拓展。

关键词:模糊集合;人工智能;模糊知识处理;直觉模糊集合;L-模糊集;区间值模糊集
中图分类号:TP182　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1009-3516(2004)03-0040-05

模糊数学由美国控制论专家扎德(Lofti A. Zadeh)教授所创立。他于1965年发表的题为“模糊集合论”的论文[1],标志模糊数学的诞生。随着模糊集理论在人工智能与知识处理领域的成功应用和快速发展,许多新概念被引进,相继出现了对模糊集合的各种拓展,主要有:直觉模糊集、L-模糊集与L-直觉模糊集、区间值模糊集与区间值直觉模糊集、Vague集等理论,本文对此进行讨论。

1　模糊知识处理

人工智能主要研究用人工的方法和技术,模仿、延伸和扩展人的智能,实现机器智能。人工智能可以分成两大类:一类是符号智能,一类是计算智能。符号智能是以知识为基础,通过推理进行问题求解。也即所谓的传统意义上的人工智能。计算智能是以数据为基础,通过训练建立联系,进行问题求解。以模糊数学为基础的模糊系统以及人工神经网络、遗传算法、进化程序设计、人工生命等都属于计算智能。

模糊数学是运用数学方法研究和处理模糊性现象的一门数学新分支。它以“模糊集合”论为基础。模糊数学提供了一种处理不确定性和不精确性问题的新方法,是描述人脑思维处理模糊信息的有力工具。

计算机为什么不能象人脑思维那样处理模糊信息呢?其原因在于传统的数学,例如康托尔集合论(Cantor's Sets),不能描述“亦此亦彼”现象。集合是描述人脑思维对整体性客观事物的识别和分类的数学方法。康托尔集合论要求其分类必须遵从形式逻辑的排中律,论域(即所考虑的对象的全体)中的任一元素要么属于集合A,要么不属于集合A,两者必居其一,且仅居其一。这样,康托尔集合就只能描述外延分明的“分明概念”,只能表现“非此即彼”,而对于外延不分明的“模糊概念”则不能反映。这就是目前计算机不能象人脑思维那样灵活、敏捷地处理模糊信息的重要原因。为克服这一障碍,扎德教授提出了“模糊集合论”。在此基础上,现在已形成一个模糊数学体系。一般说来,分明概念是扬弃了概念的模糊性而抽象出来的,是把思维绝对化而达到的概念的精确和严格。然而模糊集合不是简单地扬弃概念的模糊性,而是尽量如实地反映人们使用模糊概念时的本来含意。这是模糊数学与普通数学在方法论上的根本区别。

扎德教授于1975年所发表的长篇连载“语言变量的概念及其在近似推理中的应用”[2],提出了语言变

收稿日期:2003-11-17
基金项目:军队科研基金资助项目;国家教育部高等学校骨干教师资助计划项目(GG-810-90039-1003)
作者简介:雷英杰(1956-),男,陕西渭南人,教授,博士生导师,主要从事智能信息处理与智能系统、智能决策等研究.

量的概念并探索了它的含义。模糊语言的概念是模糊集合理论中最重要的发展之一,语言变量的概念是模糊语言理论的重要方面。语言概率及其计算、模糊逻辑及近似推理则可以当作语言变量的应用来处理。人类语言表达主客观模糊性的能力特别引人注目,或许从研究模糊语言人手就能把握住主客观的模糊性、找出处理这些模糊性的方法。这一理论和方法对控制理论、人工智能等做出了重要贡献。

模糊数学诞生至今仅短短的几十年,然而它发展迅速、应用广泛。它涉及纯粹数学、应用数学、自然科学、人文科学和管理科学等方面。在人工智能、自动控制、信息处理、图像识别、经济学、心理学、社会学、生态学、语言学、管理科学、医疗诊断、哲学研究等领域中,都得到广泛应用。把模糊数学理论应用于决策研究,形成了模糊决策技术。只要经过仔细深入研究就会发现,在多数情况下,决策目标与约束条件均带有一定的模糊性,对复杂大系统的决策过程尤其是如此。在这种情况下,运用模糊决策技术,会显得更加自然,也将会获得更加良好的效果。

2　模糊集理论的拓展

模糊知识处理技术的进展引起模糊集理论出现了各种拓展。模糊集理论的各种拓展主要有:直觉模糊集、L - 模糊集与 L - 直觉模糊集、区间值模糊集与区间值直觉模糊集、Vague 集等理论。

2.1　直觉模糊集

直觉模糊集(Intuitionistic Fuzzy Sets)最初由 Atanassov 提出[3-6],是对 Zadeh 模糊集理论的一种扩充和发展。直觉模糊集增加了一个新的属性参数:非隶属度函数,能够更加细腻地描述和刻画客观世界的模糊性本质,因而引起众多学者的研究和关注。

Atanassov 对直觉模糊集给出如下定义

定义 1　直觉模糊集。设 X 是一个给定论域,则 X 上的一个直觉模糊集 A 为

$$A=\{\langle x,\mu_A(x),\gamma_A(x)\rangle \mid x\in X\}$$

其中,$\mu_A(x):X\to[0,1]$ 和 $\gamma_A(x):X\to[0,1]$ 分别代表 A 的隶属函数 $\mu_A(x)$ 和非隶属函数 $\gamma_A(x)$,且对于 A 上的所有 $x\in X,0\leqslant\mu_A(x)+\gamma_A(x)\leqslant 1$ 成立。

直觉模糊集 A 可以简记作 $A=\langle x,\mu_A,\gamma_A\rangle$ 。显然,每一个一般模糊子集对应于下列直觉模糊子集 $A=\{\langle x,\mu_A(x),1-\mu_A(x)\rangle \mid x\in X\}$ 。

对于 X 中的每一个直觉模糊子集,我们称 $\pi_A(x)=1-\mu_A(x)-\gamma_A(x)$ 为 A 中 x 的直觉指数(Intuitionistic index),它是 x 对 A 的犹豫程度(Hesitation degree)的一种测度。显然,对于每一个 $x\in X$, $0\leqslant\pi_A(x)\leqslant 1$。对于 X 中的每一个一般模糊子集 A,$\pi_A(x)=1-\mu_A(x)-[1-\mu_A(x)]=0$, $\forall x\in X$。

这一类定义在论域 X 上的直觉模糊集记作 $IFS(X)$。

定义 2　直觉模糊集基本运算[3-6]。设 $A,B\in IFS(X)$,则

1) $A\subseteq B\Leftrightarrow\forall x\in X,[\mu_A(x)\leqslant\mu_B(x)\wedge\gamma_A(x)\geqslant\gamma_B(x)]$;

2) $A\subset B\Leftrightarrow\forall x\in X,[\mu_A(x)<\mu_B(x)\wedge\gamma_A(x)>\gamma_B(x)]$;

3) $A=B\Leftrightarrow\forall x\in X,[\mu_A(x)=\mu_B(x)\wedge\gamma_A(x)=\gamma_B(x)]$;

4) $A^c=\overline{A}=\{\langle x,\gamma_A(x),\mu_A(x)\rangle \mid x\in X\}$;

5) $A\cap B=\{\langle x,\mu_A(x)\wedge\mu_B(x),\gamma_A(x)\vee\gamma_B(x)\rangle \mid \forall x\in X\}$;

6) $A\cup B=\{\langle x,\mu_A(x)\vee\mu_B(x),\gamma_A(x)\wedge\gamma_B(x)\rangle \mid \forall x\in X\}$;

7) $A+B=\{x,\mu_A(x)+\mu_B(x)-\mu_A(x)\cdot\mu_B(x),\gamma_A(x)\cdot\gamma_B(x)\mid\forall x\in X\}$;

8) $A\cdot B=\{x,\mu_A(x)\cdot\mu_B(x),\gamma_A(x)+\gamma_B(x)-\gamma_A(x)\cdot\gamma_B(x)\mid\forall x\in X\}$ 。

2.2　L - 模糊集与 L - 直觉模糊集

Goguen 定义 L - 模糊集[7]为给定论域 X 上的一个映射 $X\to L$,其中$(L,\leqslant_L,N)$是一个带有单目、对合、逆序算子 N 的完备格。一个完备格定义如下

定义 3　一个完备格是一个偏序集$(L,\leqslant_L)$,L 上的每一个非空子集有一个上确界和一个下确界。一个带有 N 的完备格是一个三元组$(L,\leqslant_L,N)$,其中$(L,\leqslant_L)$是一个偏序集,而 N 是 L 上的一个单目、对合、逆序算子。

这一类定义在论域 X 上的 L - 模糊集记作 $F_L(X)$。

L－模糊集的并、交、补运算定义如下:设 $A,B\in F_L(X)$,则

1)$A\cup B=\sup(A(x),B(x))$, $\forall x\in X$;

2)$A\cap B=\inf(A(x),B(x))$, $\forall x\in X$;

3)$A^c=\overline{A}=N(A(x))$, $\forall x\in X$。

Atanassov 将 L－模糊集扩展成 L－直觉模糊集,定义论域 X 上的 L－直觉模糊集[8]为

定义 4 设$(L,\leqslant_L,N)$是一带有 N 的完备格。论域 X 上的一个 L－直觉模糊集是如下形式的一个对象:

$$A=\{\langle x,\mu_A(x),\gamma_A(x)\rangle \mid x\in X\}$$

其中$\mu_A(x)(\in L)$称为 A 中 x 的隶属度,$\gamma_A(x)(\in L)$称为 A 中 x 的非隶属度,且$\mu_A(x)$和$\gamma_A(x)$满足以下条件:

$$\forall x\in X \qquad (\mu_A(x)\leqslant_L \ N(\gamma_A(x)))$$

这一类定义在论域 X 上的 L－直觉模糊集记作 $IFS_L(X)$。

L－直觉模糊集的并、交、补运算定义如下:设 $A,B\in IFS_L(X)$,则

1)$A\cup B=\{\langle x,\sup(\mu_A(x),\mu_B(x)),\inf(\gamma_A(x),\gamma_B(x))\rangle \mid x\in X\}$;

2)$A\cap B=\{\langle x,\inf(\mu_A(x),\mu_B(x)),\sup(\gamma_A(x),\gamma_B(x))\rangle \mid x\in X\}$;

3)$A^c=\overline{A}\{\langle x,\gamma_A(x),\mu_A(x)\rangle \mid x\in X\}$。

2.3 区间值模糊集与区间值直觉模糊集

引入下列记法:对于一个任意的集合 $A\subseteq[0,1]$,定义 $A^-=\inf(A)$,$A^+=\sup(A)$ 。

定义 5 区间值模糊集[9-10]。设 X 是一个给定论域,则 X 上的一个区间值模糊集是一个映射 $X\to\mathrm{Int}([0,1])$,这里 $\mathrm{Int}([0,1])$代表$[0,1]$上所有闭子区间的集合。

这一类定义在论域 X 上的区间值模糊集记作 $IVFS(X)$。

区间值模糊集的并、交、补运算定义如下:设 $A,B\in(X)$,则

1)$A\cup B(x)=[\sup(A^-(x),B^-(x)),\sup(A^+(x),B^+(x))]$, $\forall x\in X$;

2)$A\cap B(x)=[\inf(A^-(x),B^-(x)),\inf(A^+(x),B^+(x))]$, $\forall x\in X$;

3)$A^c=\overline{A}=[1-A^+(x),1-A^-(x)]$, $\forall x\in X$。

注意,区间值模糊集被 Deng 称为灰色集合(Grey sets)[11]。

定义 6 区间值直觉模糊集(Atanassov)。[8])给定论域 X 上的一个区间值直觉模糊集 A 是如下形式的一个对象:

$$A=\{\langle x,M_A(x),N_A(x)\rangle \mid x\in X\}$$

其中,$MA\cdot X\to\mathrm{Int}([0,1])$与 $N_A:X\to\mathrm{Int}([0,1])$满足

$$(\forall x\in X) \qquad \sup(M_A(x))+\sup(N_A(x))\leqslant 1$$

这一类定义在论域 X 上的区间值直觉模糊集记作 $IVIFS(X)$。

区间值直觉模糊集的并、交、补运算定义如下:设 $A,B\in IVIFS(X)$,则

1)$A\cup B=\{\langle x,[\sup(M_A^-(x),M_B^-(x)),\sup(M_A^+(x),M_B^+(x))],$
$[\inf(N_A^-(x),N_B^-(x)),\inf(N_A^+(x),N_B^+(x))]\rangle \mid x\in X\}$;

2)$A\cap B=\{\langle x,[\inf(M_A^-(x),M_B^-(x)),\inf(M_A^+(x),M_B^+(x))],$
$[\sup(N_A^-(x),N_B^-(x)),\sup(N_A^+(x),N_B^+(x))]\rangle \mid x\in X\}$;

3)$A^c=\overline{A}=\{\langle x,N_A(x),M_A(x)\rangle \mid x\in X\}$ 。

Atanassov 证明[8],$A\cup B$,$A\cap B$ 及 A^c 运算之后的集合还是区间值直觉模糊集。

2.4 Vague 集

Vague 集是 Gau 和 Buehrer 提出的一个新的处理模糊信息的模糊集理论[12],是对模糊集的另一种扩充。Vague 集从真假(正反)两个方面对研究对象进行描述,试图弥补模糊集中单一隶属函数的不足。

定义 7[12] 给定论域 U,其中的任意一个元素用 x 表示,U 中的一个 Vague 集 V 用一个真隶属函数 t_v 和假隶属函数f_v 表示。$t_v(x)$是从支持 x 的证据所导出的 x 的隶属度下界,$f_v(x)$则是从反对 x 的证据所导出的 x 的否定隶属度下界,$t_v(x)$和$f_v(x)$将区间$[0, 1]$中的一个实数与 U 中的每一个点联系起来,即 $t_v:U\to[0,$

1],$f_v:U \to [0,1]$,其中 $t_v(x) + f_v(x) \leq 1$。

对于所有 $x \in V$,可表示为 $[t_x, 1 - f_x]$;离散 Vague 集可表示为 $V = \{[t_{x1}, 1 - f_{x1}]/x1, [t_{x2}, 1 - f_{x2}]/x2, \cdots, [t_{xn}, 1 - f_{xn}]/x_n, \cdots\}$,或 $V = \sum_{i=1}^{n}[t_v(x_i), 1 - f_v(x_i)]/x_i, x_i \in U$;连续的 Vague 集可表示为 $V = \{[t_v(x), 1 - f_v(x)] \mid x \in U\}$,或 $V = \int_U [t_v(x_i), 1 - f_v(x_i)]/x_i, x_i \in U$。

Vague 集中的真隶属度相当于模糊集的隶属度,由于它又给出假隶属度,Vague 集能比 Fuzzy 集更好地描述不确定性,因此我们很自然地认识到它与 Fuzzy 集有一些相同的地方,它们都是从论域 U 出发根据实际研究的问题做一个集合,而由于问题或研究对象带有不确定性,使得该集合带有不确定性。从理论上讲,模糊集的应用也可以通过 Vague 集来实现,而且用 Vague 集可能会更好,但实际上,在某些情况下用模糊集已经足够了,用 Vague 集反而更加复杂,而有些情况用模糊集仍显不够准确地描述模糊信息,这时候就该用 Vague 集。可见,Vague 集与模糊集有一定的互补性。

Bustince 和 Burillo 已经证明[13],Vague 集与直觉模糊集理论的基本思想是相同的。

3 讨论

模糊逻辑,近似逻辑和概率逻辑都旨在解决单靠经典逻辑不能解决的问题。所有这些多值演算的解释刺激了特殊的形式系统对相应的问题进行详细的数学处理。多值逻辑的提出旨在处理对经典逻辑中的排中律的哲学怀疑问题。最早的多值逻辑形式系统是在本世纪20年代由波兰的J·卢卡西维茨和美国的E·波丝特独立给出的。自此以后,随着多值逻辑可以用来处理其它的哲学和语义学问题被人们所认识,多值逻辑得到了迅速发展。例如,直觉主义逻辑就是对数学基础中的深层问题探讨的结果。

近年发展起来的以模糊逻辑、粗集理论、神经网络为代表的智能信息处理方法,对于不完整数据、不精确知识的表达、学习、归纳等有它们的独到之处。模糊理论着眼于现实世界的不精确和不完整的信息传感,粗集方法模拟人类的抽象逻辑思维,神经网络方法模拟形象直觉思维。但各自又有一些自身不可避免的局限性。基于模糊逻辑、粗集理论和人工神经网络置入人类知识和通过新的优化技术适应知识库的能力及它们各自的特点与共同之处,探索它们的有机结合,可望为智能信息处理开拓一个光辉的前景。然而随着模糊集理论的发展,在描述和求解不同的具体问题过程中,产生了多种拓展形式。这种情形,既反映出模糊集理论研究与应用的活跃态势,又反映出客观对象的复杂性对于这种应用研究的反作用。在这诸多的拓展形式中,直觉模糊集理论的研究最为活跃,也最富有成果。L-模糊集、区间值模糊集等都可以与之相结合,从而形成 L-直觉模糊集、区间值直觉模糊集等。

各种模糊集拓展形式之间的相互联系与变换关系,可用图1表示。

为了形成统一的模糊集理论,近年来有的学者提出“统一集”的概念[14],设想用一种统一的集合论方法对客体进行描述。统一集理论综合考虑了经典集合、模糊集合、可拓集合、Vague 集合、粗糙集合、集对分析、FHW(模糊灰色物元)、FEEC(模糊可拓经济控制)等多种理论,并发展了统一集的各种运算以及相关的性质,从分析集合理论和人类思维形式之间的关系入手,还把统一集理论初步应用到了模式识别、聚类分析、逻辑推理、机器学习、智能决策等多种人工智能领域,并研究了集合论及其运算系统与逻辑推理系统的等价关系。统一集不仅能够对现有的理论进行总结、统一,而且还为开辟崭新的集合论、逻辑推理方法提供很好的理论基础。

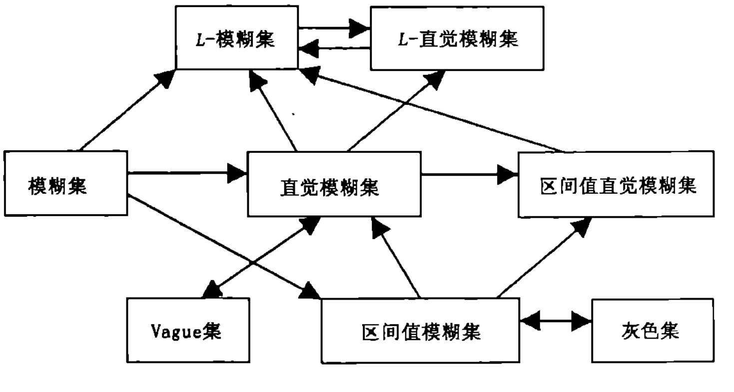

图1 各种模糊集拓展形式之间的相互联系与变换关系

基于以上讨论,本文提出这样一种假设,即在进一步研究这多种模糊集理论的拓展形式的内在联系之后,可望通过若干变换或算子可以建立起各种拓展形式之间的相互联系或等价变换关系,就像用 Atanassov

算子建立起直觉模糊集与一般模糊集之间的关系那样。

参考文献:

[1] Zadeh L A. Fuzzy sets [J]. Information and Control, 1965, 8 (3) : 338 -353.

[2] Zadeh L A. F The Concept of A Linguistic Variable and Its Application to Approximate Reasoning [J]. Information Science, 1975, 8 (2) : 199 -249, 8 (3) : 301 -357, 9 (1) : 43 -80.

[3] Atanassov K. Intuitionistic Fuzzy Sets [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1986, 20 (1) : 87 -96.

[4] Atanassov K. More on Intuitionistic Fuzzy Sets [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1989, 33 (1) : 37 -46.

[5] Atanassov K. New Operations Defined Over The Intuitionistic Fuzzy Sets [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1994, 61 (1) : 137 - 142.

[6] Atanassov K. Remarks on The Intuitionistic Fuzzy Sets - III [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1995, 75 (3) : 401 -402.

[7] Goguen J. L - Fuzzy Sets[J]. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 1967, 18 : 145 - 174.

[8] Atanassov K T. Intuitionistic Fuzzy Sets [M]. NY : Physica - Verlag, 1999.

[9] Dubois D, Ostasiewicz W, Prade H. Fuzzy Sets: History and Basic Notions[A]. Dubois D, Prade H. Fundamentals of Fuzzy Sets[C]. Dordrecht : Kluwer Academic Publishers, 2000. 80 -93.

[10] Gorza lczany. A method of Inference in Approximate Reasoning Based on Interval Valued Fuzzy Sets [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1987, 21 (1) : 1 -17.

[11] Deng J L. Introduction to Grey System Theory [J]. Journal of Grey Systems, 1989, 1(1): 1 -24.

[12] Gau Wen - Lung, Buehrer Daniel J. Vague sets [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 1993, 23 (2): 610 -614.

[13] Bustince H, Burillo P. Vague Sets Are Intuitionistic Fuzzy Sets [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1996, 79 (3) : 403 -405.

[14] 张 江, 林 华, 贺仲雄. 统一集论与人工智能[J]. 中国工程科学, 2002, 4 (3) : 40 -47.

(编辑:田新华)

On the Fussy Knowledge Processing and Extensions of Fuzzy Sets theory

LEI Ying - jie[1,2], SUN Jin - ping[1], WANG Bao - shu[2]

(1. The Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan, Shaanxi 713800, China; 2. School of Computer Science and Engineering, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China)

Abstract: A fuzzy system is a kind of system based on knowledge or rule. The development of fuzzy techniques in knowledge processing results in the emergence of extensions of fuzzy sets theory. In this paper, the generation and evolution of fuzzy sets theory, their applications in and effects on the area of AI and knowledge processing are first described. Then, the definitions and descriptions of extensions of fuzzy sets, such as intuitional fuzzy sets, L - fuzzy sets and L - IFS, interval - valued fuzzy sets and IVIFS, vague sets, etc. , are exposed. Finally, a discussion is made with emphasis on the relations among the extensions of fuzzy sets theory and all - sets theory, which could probably result in a significant impact on the evolution of the theory, and a hypothesis is proposed on building the links among extensions of fuzzy sets by means of a kind of mapping or operators. The conclusion is that the IFS is one of the most important extensions of fuzzy sets theory.

Key words: fuzzy sets; artificial intelligence; fuzzy knowledge processing; intuitional fuzzy sets; L - fuzzy sets; interval - valued fuzzy sets