

# 拖曳系统飞行仿真

张登成, 胡孟权

(空军工程大学 工程学院, 陕西 西安 710038)

**摘要:**分别采用拖缆的“刚化柔性悬索”和“线性弹簧”模型,建立了拖曳式空中发射重复使用运载器系统的动力学模型,并对拖曳系统在纵向平面内的整个飞行过程,包括起飞、爬升、改平以及平飞,进行了仿真计算,其计算方法是可行的,拖缆采用这两种模型获得的计算结果基本一致,可用于拖曳空中发射重复使用运载器可行性的评价。同时对拖缆采用上述两种模型时,其作用于拖曳飞机和运载器的拉力的大小和方向进行了研究,相互印证了这两种模型的可行性。研究结果表明在拖曳系统这样的多体系统中,上述两种拖缆模型的使用是合适的。

**关键词:**飞行力学;拖曳式空中发射系统;重复使用运载器;悬垂线理论;拖缆

**中图分类号:**V21 **文献标识码:**A **文章编号:**1009-3516(2004)02-0001-05

运载器实现重复使用或部分重复使用是降低航天运输成本和提高运载能力的重要措施,目前提出的重复使用运载器的发射方式多种多样,拖曳式空中发射方式就是其中的一种<sup>[1]</sup>,它属于两级入轨重复使用运载器的概念范畴。

拖曳式空中发射重复使用运载器系统(简称拖曳系统)是拖曳飞机、拖缆、运载器三者组成的多体约束系统,系统的运动模型应当依据多体力学理论来建立<sup>[2]</sup>。其拖曳飞行可行性的评价,即对拖曳系统飞行性能能否满足运载器发射的要求的评价,从飞行性能角度来看,可以通过拖曳系统基本飞行性能,包括起飞性能和平飞性能等来确定。也可以通过仿真的方法,对拖曳系统的飞行过程进行全过程飞行仿真,从而来评价拖曳式空中发射重复使用运载器的可行性。

要进行拖曳系统飞行过程的仿真,就必须建立拖曳系统的数学模型,而拖曳系统数学模型的建立,难点在于拖缆这种柔性体力学和数学模型的建立。拖缆可采用的模型有,“等距约束”、“线性弹簧”、“刚化柔性悬索”、“刚化柔性体”、“弹簧柔性体”等多种模型。本文由于篇幅的限制,将采用拖缆简单而实用的“刚化柔性悬索”和“线性弹簧”模型,将拖曳飞机和运载器视为质点,且作为悬索和弹簧的两端支点,将拖曳系统看作一个质量阻尼系统,研究拖曳系统飞行的仿真计算方法,并对拖曳系统飞行全过程进行仿真计算,从而可以对拖曳系统拖曳飞行可行性以及能否满足重复使用运载器空中发射的要求进行评价。

## 1 拖曳系统的数学模型

因为拖曳系统是拖曳飞机、拖缆、运载器三者组成的多体约束系统,见图1。拖曳系统的数学模型就应该包括拖曳飞机的数学模型、运载器的数学模型和拖缆的数学模型。

因为要仿真计算的是拖曳系统在铅垂面内的飞行过程,所以,不失一般性,拖曳飞机和运载器采用质点模型,

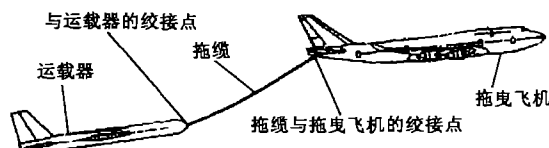


图1 拖曳式空中发射系统拖曳飞行示意

收稿日期:2003-09-04

基金项目:国家863计划资助项目(2002AA721023)

作者简介:张登成(1969-),男,讲师,河北怀安人,博士生,主要从事飞行力学和飞行仿真技术等研究。

其各自动力学和运动学方程均建立在各自的航迹坐标系和地面坐标系中,而拖缆采用“刚化柔性悬索”和“线性弹簧”模型。

### 1.1 拖曳飞机的数学模型

图2、图3为拖曳飞机起飞和空中飞行时的受力图。其受到的作用力有重力 $G_p$ 、发动机推力 $P$ 、拖缆拉力 $T_p$ 、地面摩擦力 $F_p$ 、地面支反力 $N_p$ 、阻力 $X_p$ 和升力 $Y_p$ 。

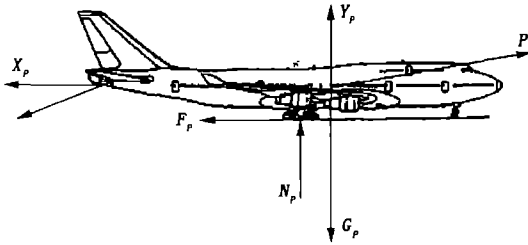


图2 拖曳飞机起飞受力分析

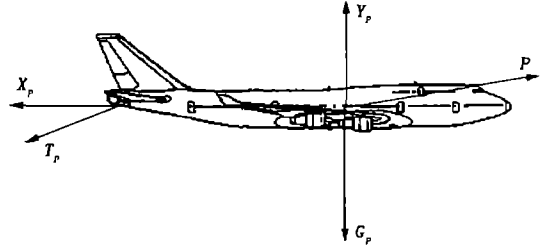


图3 拖曳飞机空中飞行受力分析

其动力学和运动学方程为  $m_p \frac{dV_p}{dt} = P_x - X_p + G_{px} - T_{px} - F_p$ ;  $m_p V_p \frac{d\theta_p}{dt} = P_y + Y_p - G_{py} + T_{py} - F_p + N_p$ ;

$\frac{dx_p}{dt} = V_p \cos\theta_p$ ;  $\frac{dy_p}{dt} = V_p \sin\theta_p$ 。式中:下标  $x$  和  $y$  表示各个作用力在飞机航迹坐标系中的分量;  $V_p$  为拖曳飞机在航迹坐标系中的速度的数值;  $\theta_p$  为拖曳飞机的轨迹倾角。

### 1.2 运载器的数学模型

运载器起飞和空中飞行时受到的作用力有重力、拖缆拉力、地面摩擦力、地面支反力、阻力和升力等。其动力学和运动学方程与拖曳飞机的方程类似,不同之处在于拖曳飞行时,运载器为无动力飞行,所以没有发动机推力的作用,另外,所受拖缆拉力的正负号与拖曳飞机的相反。

### 1.3 拖缆的数学模型

描述拖缆的模型有多种多样,本文由于篇幅的限制,只讨论了两种模型。其一是根据悬索理论,将拖缆作为“刚化柔性悬索”即悬垂曲线来处理的,其二是将拖缆视为“线性弹簧”来处理的,因为拖缆的这两种模型简单而实用。

#### 1.3.1 刚化柔性悬索

悬空架设的绳索在其自重的作用下产生弯曲,呈现出某种曲线线形。这样一种被悬吊在两支点上,支撑着自重及横向荷重的绳索称为悬索。有关悬索的张力、线形、挠度等的静力学理论称为悬索理论<sup>[3]</sup>。

在悬索理论里将悬索假设为单位长度自重均匀、抗弯力矩为零,且无弹性伸长的理想化柔性物体。在此假设前提下,悬索所形成的曲线即是所谓的悬垂曲线。

悬索理论里,有精确地视悬索曲线的线形为悬垂曲线的悬垂线理论,也有近似地将悬索线形视为抛物曲线的抛物线理论。上述两种理论的曲线方程式是长期以来人们所凭借的计算理论式。

悬索理论一般应用于运材索道、集材索道等林用索道设施的研究设计中,本文将拖缆视为“刚化柔性悬索”,将悬索理论中的悬垂线理论应用于拖曳式空中发射两级人轨重复使用运载器的方案设计中,应用于拖曳系统动力学的理论研究和飞行性能的仿真计算中。所以,下面对悬垂线理论进行一些简要地介绍,详细资料参阅文献[3]。

在悬索的悬垂线理论中,定义了图4的坐标系,称之为拖缆坐标系:设通过悬垂曲线ACB(其中点A和B是悬索的两个支点)最低点C的铅垂线为y轴,在C点的下方距C点距离为d、与y轴正交的且与悬索在同一个铅垂面内的水平直线为x轴,z轴按右手法则定义,其在水平面内。

设悬索长度为L,悬索两端支点B、A的高度差为h,悬索的线密度设q,应用悬垂线理论可以得到悬索在两端支点A、B处张力的大小及悬垂曲线在两端支点A、B处的斜率。

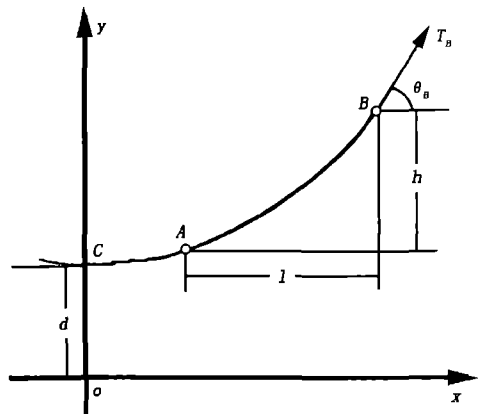


图4 两支点不等高时的悬垂曲线及拖缆坐标系

当已知悬索两支点的水平跨距  $l$ 、高差  $h$ ，以及悬索的索长  $L$  时，由悬索索长公式  $L = \sqrt{h^2 + (l \sinh U/U)^2}$ ，得  $\sinh U/U = \sqrt{(L/l)^2 - (h/l)^2}$ 。

采用叠代计算法可以求得  $U$ 。由  $d = l/2U$ ，可以得到悬索的特征参数  $d$ 。悬索两端支点  $B$ 、 $A$  处的  $y$  坐标为  $y_{B/A} = L/2 \tanh U \pm h/2$ 。式中的正负号使用方法是，在支点  $B$  处时用“+”号、在支点  $A$  处时用“-”号（以下同）。

从点  $C$  到悬索两端支点  $B$ 、 $A$  处的曲线长为  $\bar{S}_{B/A} = h/2 \tanh U \pm h/2$ 。从而在悬索两端支点  $B$ 、 $A$  处悬索张力的大小为  $T_{B/A} = qgy_{B/A}$ 。悬索两端支点  $B$ 、 $A$  处悬垂曲线的斜率由下式确定  $\tan \theta_{B/A} = \bar{S}_{B/A}/d$ 。这样就确定了悬索在其两端支点  $B$ 、 $A$  处张力的方向，即张力与水平面所成的夹角，称为张力倾角或拉力倾角。通过下面的公式可以求得悬索中点处的挠度  $f$  为  $f = \frac{L}{2} \tanh \frac{U}{2}$ 。

### 1.3.2 线性弹簧

设拖缆的长度为  $L$ ，在没有伸长的状态下的长度为  $L_0$ ，其在拖曳飞机上的支点  $H_p$  在地面坐标系中的坐标为  $(x_{H_p}, y_{H_p}, z_{H_p})$ ，其在运载器上的支点  $H_L$  在地面坐标系中的坐标为  $(x_{H_L}, y_{H_L}, z_{H_L})$ ，则弹簧伸长量  $\Delta L = L - L_0$ 。弹簧拉力  $T$  的大小  $T = K_s \Delta L + K_d \dot{\Delta L}$ 。式中： $\Delta L$  为弹簧伸长量变化率； $K_s$  为弹簧刚度； $K_d$  为系统阻尼系数。弹簧拉力与水平面的夹角（拉力倾角） $\theta = \arcsin \frac{y_{H_p} - y_{H_L}}{L_T}$ 。

## 2 飞行仿真算法及结果

拖曳系统的飞行仿真包括起飞、爬升、改平和平飞等飞行过程，各个过程的仿真算法如下。

### 2.1 起飞

为了保证拖曳系统起飞的安全，要求拖曳系统起飞时，运载器迟于拖曳飞机离地，但离地的时间差要短。在这样的要求下，拖曳飞机的起飞过程包括拖曳飞机滑跑 - 运载器滑跑和拖曳飞机贴地飞行 - 运载器滑跑两个阶段，一旦运载器离地，就认为起飞结束。

拖曳系统起飞时拖曳飞机起飞迎角的变化规律采用同拖曳飞机单独起飞时的变化规律，而运载器的起飞迎角则采用常值。

### 2.2 爬升

拖曳系统的爬升过程是拖曳飞机和运载器的轨迹角增加或保持不变的飞行过程。爬升过程又分为两个阶段，第一个阶段是拖曳飞机轨迹角逐渐增大的阶段，第二个阶段是拖曳飞机轨迹角保持常数的阶段。而运载器的轨迹角变化率采用跟随拖曳飞机轨迹角的方法。拖曳飞机和运载器的迎角采用瞬时平衡假设来求得，即认为在每个时刻，拖曳飞机和运载器都是处于平衡状态的。

在爬升的第一阶段，拖曳飞机的轨迹角变化率为其线速度变化率的函数，所以，随着拖曳飞机线加速度的减小，其轨迹角不断的增大，但增大的速度越来越慢。当拖曳飞机的轨迹角增加到某一指定值时，轨迹角不再增大，于是拖曳系统的爬升进入第二阶段，当拖曳飞机的线加速度小于零时，爬升过程结束。

### 2.3 改平

拖曳系统的改平过程是拖曳飞机和运载器的轨迹角逐渐减小到零的飞行过程。

在此过程中，拖曳飞机的轨迹角变化率仍然作为其线速度变化率的函数，但这时拖曳飞机的线速度变化率已经小于零，所以，随着拖曳飞机线加速度的减小，其轨迹角不断的减小，但减小的速度不能太快，否则拖曳飞机又会进入加速飞行状态。当拖曳飞机的轨迹角减小到等于零时，拖曳系统的改平过程结束，同时拖曳系统的平飞过程开始。在此飞行过程中，运载器的轨迹角变化率仍然采用跟随拖曳飞机轨迹角的方法。拖曳飞机和运载器的迎角仍然采用瞬时平衡假设来求解。

### 2.4 仿真结果

拖缆分别采用“线形弹簧”模型和“刚化柔性悬索”模型，对拖曳系统的整个飞行过程进行仿真计算，部分计算结果以图的形式给出。

拖曳系统的基本数据见表1。拖曳系统中拖曳飞机和运载器的飞行轨迹,即飞行距离 $D$ 和飞行高度 $H$ 的关系见图5。拖曳飞机和运载器的飞行轨迹角 $\theta$ 见图6。拖曳飞机和运载器的飞行 $M$ 数见图7。拖缆的对拖曳飞机和运载器的拉力大小 $T$ 见图8。拉力倾角 $\theta$ 见图9。其中标有①的曲线为拖缆采用“线形弹簧”模型时,拖缆对拖曳飞机和运载器拉力的倾角,标有②的曲线为拖缆采用“刚化柔性悬索”模型时,拖缆对拖曳飞机拉力的倾角,标有③的曲线为拖缆采用“刚化柔性悬索”模型时,拖缆对运载器拉力的倾角。采用“刚化柔性悬索”模型时拖缆中点挠度见图10。

表1 拖曳系统的基本数据

拖曳飞机质量/kg	运载器质量/kg	拖缆长度/m	拖缆线密度/kg·m <sup>-1</sup>
302 670	250 000	500	9

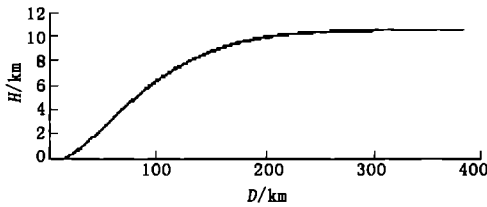


图5 拖曳飞机和运载器的飞行轨迹

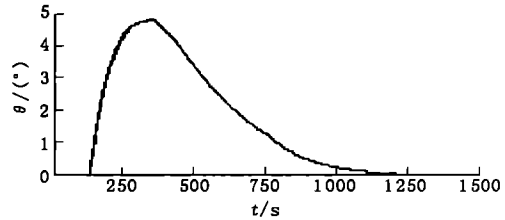


图6 拖曳飞机和运载器的轨迹角

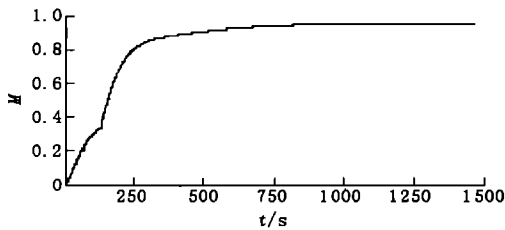


图7 拖曳飞机和运载器的飞行M数

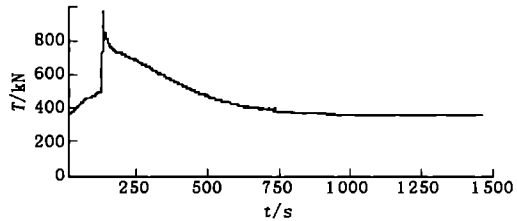


图8 拖缆作用在拖曳飞机和运载器上的拉力大小

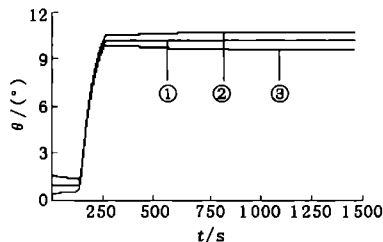


图9 拖缆作用在拖曳飞机和运载器上的拉力倾角

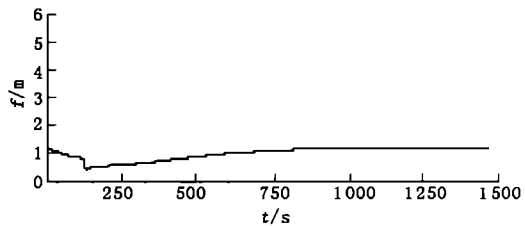


图10 拖缆中点挠度(刚化柔性悬索)

从以上计算结果可以看出,拖曳系统的拖缆分别采用“线形弹簧”模型和“刚化柔性悬索”模型时,拖曳飞机和运载器的飞行轨迹以及飞行轨迹角相差很小,这是因为运载器的轨迹角变化率采用了跟随拖曳飞机轨迹角的算法造成的。由拖曳系统的飞行轨迹和飞行 $M$ 数计算结果就可以判断拖曳系统的飞行性能能否满足拖曳式空中发射重复使用运载器的要求,例如,某拖曳式空中发射的重复使用运载器方案的运载器发射高度和发射初速度要求为拖曳发射初始高度:6~15 km;初始 $M$ 数:0.7~0.8。从图5和图7可以判定,此拖曳系统的飞行性能能够满足该运载器的发射要求。

拖缆分别采用“线形弹簧”模型和“刚化柔性悬索”模型时,求得的拖缆对拖曳飞机和运载器的拉力的大小相差不大,但拉力方向有所不同。拖缆拉力的大小用于选取拖缆材料和几何尺寸、几何形状的参考。对于拉力倾角,当拖缆采用“刚化柔性悬索”模型时,对拖曳飞机的拉力倾角要大于对运载器的拉力倾角,而拖缆采用“线形弹簧”模型时的拉力倾角位于上述两倾角之间。另外,当拖缆采用“刚化柔性悬索”模型时,该模型考虑了拖缆的弯曲变形,但弯曲变形程度并不大,在此算例中,拖缆中点挠度除了起始阶段外,其最大值没有超过其长度的0.3%。以上结果说明,忽略拖缆的弯曲变形,将拖缆作为“线性弹簧”模型是合适的,这样,拖曳系统的动力学模型最为简单。

当拖曳系统起飞滑跑时,在拖曳飞机已经离开地面而运载器尚未离开地面的短时间飞行过程中,拖缆拉力的大小和方向一般都会发生剧烈的变化,见图8、图9,这时候拖缆拉力会出现极大值,所以,在设计或选取拖缆的材料和尺寸时,应该以此拉力极大值为基础,以免造成拖缆断裂。

### 3 结论

1)将拖曳系统中的拖缆视为“刚化柔性悬索”或“线性弹簧”是适当的,可以采用这两种模型对拖曳系统的飞行全过程进行仿真计算。

2)拖曳系统的全过程飞行仿真的算法是可行性,其计算结果可以用于拖曳系统飞行性能能否满足重复使用运载器空中发射要求的评价。

3)拖缆采用“刚化柔性悬索”模型计算得到的拖缆中点挠度较小,说明拖缆的弯曲变形很小,因此可以忽略拖缆的弯曲变形,可以将拖缆视为“线性弹簧”,从而使得拖曳系统的动力学模型最为简单。

4)当拖曳系统起飞滑跑时,在拖曳飞机已经离开地面而运载器尚未离开地面的短时间飞行过程中,拖缆拉力会出现极大值,所以,在设计或选取拖缆的材料和尺寸时,应该以此拉力极大值为基础,以免造成拖缆断裂。

参考文献:

- [1] Marti Sarigul - Klijn, Nesrin Sarigul - Klijn. A Study of Air Launch Methods for RLVs [R]. AIAA 2001 - 4619,2001.
- [2] 洪嘉振. 计算多体系统动力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1999.
- [3] 堀高夫, 村山茂明. 悬索理论以及应用[M]. 北京: 中国林业出版社, 1992.

(编辑:姚树峰)

## Flight Simulation of Towed Air - Launch System

ZHANG Deng - cheng<sup>1</sup>, HU Meng - quan<sup>2</sup>

(The Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710038, China)

**Abstract:** Taking the towline respectively as "rigidized - flexible suspended cable" model and "linear spring" model, this paper builds the dynamic model of a towed air - launching system, simulates and calculates its full flight course in a longitudinal plane, including take - off, climb, level off and level flight. The simulation results obtained by applying the two towline models are almost the same, and can be used for assessing the feasibility of towed air - launch Reusable Launch Vehicle (RLV). And the algorithm for simulating the system flight is feasible. In addition, the towline's forces that act on the towed aircraft and the towed vehicle are studied in detail. The results verify mutually the feasibility of the two models of the towline. In a word, these two models are applicable for such multibody system.

**Key words:** flight mechanics; towed air - launch system; Reusable Launch Vehicle (RLV); catenary theory; towline