第4卷第6期　空军工程大学学报(自然科学版)　Vol.4 No.6
2003年12月　JOURNAL OF AIR FORCE ENGINEERING UNIVERSITY(NATURAL SCIENCE EDITION)　Dec.2003

不确定结构的模糊可靠性优化设计方法

郭书祥[1],秦　莲[2]
(1.空军工程大学 工程学院,陕西 西安 710038;2.空军工程大学 电讯工程学院,陕西 西安 710077)

摘　要:提出了基于模糊可靠性的结构优化设计方法。并对基于模糊可靠性和基于随机可靠性方法的结构优化设计作了实例定量对比研究。结果表明:在已知数据信息相同的条件下,两种可靠性优化方法设计的结构,可有完全相同或一致的设计结果。说明了模糊可靠性模型和文中方法用于不确定结构的优化设计是有效和可行的。

关键词:随机可靠性;模糊可靠性;结构可靠性;优化设计
中图分类号:TB114.1　**文献标识码**:A　**文章编号**:1009-3516(2003)06-0053-03

不确定结构的设计,需要合理地定量处理影响其性能的各种不可避免的不确定性,并考虑可靠性问题。传统的随机可靠性方法和基于随机可靠性的结构优化设计已被广泛接受。但随机模型的应用是以有足够的数据信息为基础的。当缺乏足够的数据信息准确定义变量的概率分布时,随机模型的应用可导致概率计算出现较大误差[1-2]。而且,基于随机可靠性的结构优化设计的计算工作量较大。因此,基于非概率模型的不确定结构的优化设计方法受到众多学者的关注[3-6]。而传统的结构模糊优化设计方法,主要侧重于软化设计条件和要求,较少考虑可靠性问题。本文将笔者所提出的模糊能度可靠性方法[7]用于不确定结构的优化设计。并对基于模糊可靠性基于随机可靠性的结构优化设计作了对比研究。得到了一些有益的结论。

1　基于模糊可靠性的结构优化设计

结构的优化设计,一般可描述为

Find $x\epsilon R^m$, Min $f_i(x)$　$i=1,2,\cdots,n_F$　(1a)　　s.t. $g_j(x)\leqslant 0$　$j=1,2,\cdots,n_C$　(1b)

式中:$x\epsilon R^m$为设计变量,$f_i(\cdot)$为目标函数,$g_j(\cdot)$为约束函数。对不确定结构,一般,$f_j(\cdot)$和$g_j(\cdot)$与不确定参量有关。

不确定结构设计,需要合理定量处理各种不确定信息,并考虑可靠性。基于可靠性的优化设计是不确定性结构设计的最合理途径。模糊结构的可靠性可用结构失效可能度或不失效的必然度度量[6]。不确定参量仅影响约束时,类似于随机可靠性优化,基于模糊能度可靠性的结构单目标模糊优化问题可描述为

Find $\boldsymbol{x}\epsilon \boldsymbol{R}^m$, Min $f(\boldsymbol{x})$　(2a)　　s.t. $\pi_{fi}(\boldsymbol{x},\tilde{\boldsymbol{p}})\leqslant\pi_{fi}{}^{\max}$(或$N_{ri}(\boldsymbol{x},\tilde{\boldsymbol{p}})\geqslant N_{ri}{}^{\min}$)　$i=1,2,\cdots,n_C$　(2b)

$$x_j^l\leqslant x_j\leqslant x_j^u\quad j=1,2,\cdots,m \tag{2c}$$

式中:$\boldsymbol{x}=\{x_1,x_2,\cdots,x_m\}$为设计变量向量,$\pi_{fi}$为第$i$个失效模式或元件$i$失效的可靠度,$N_{ri}$为对应的不失效的必然度。$\pi_{fi}{}^{\max}$和$N_{fi}{}^{\min}$为相应可接受的最大和最小容限。$\tilde{\boldsymbol{p}}=\{\tilde{p}_1,\tilde{p}_2,\cdots,\tilde{p}_n\}$为不确定参数向量。对结构体系的模糊能度可靠性优化,可将式(2b)中的可靠性约束改写为(或附加如下约束)

$$\text{s.t. } \pi_{fs}(\boldsymbol{x},\tilde{\boldsymbol{p}})\leqslant\pi_{fs}{}^{\max}, \text{或}\quad N_{rs}(\boldsymbol{x},\tilde{\boldsymbol{p}})\geqslant N_{rs}{}^{\min} \tag{2d}$$

收稿日期:2002-09-26
基金项目:空军工程大学学术基金资助(2002X10)
作者简介:郭书祥(1964-),男,陕西商洛人,教授,博士,主要从事可靠性工程和优化设计研究.

当有重量约束或经济性约束时,这里的模糊可靠性优化也可表述为

Find $\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{R}^m$, Min 或 $\pi_{fs}(\boldsymbol{x},\tilde{\boldsymbol{p}})$ (3a) s. t. $\pi_{fs}(\boldsymbol{x},\tilde{\boldsymbol{p}}) \leqslant \pi_{f0}, W(\boldsymbol{x},\tilde{\boldsymbol{p}}) \leqslant W_0, x_j^l \leqslant x_j \leqslant x_j^u (j=1,2,\cdots,m)$ (3b)

2 算例及比较

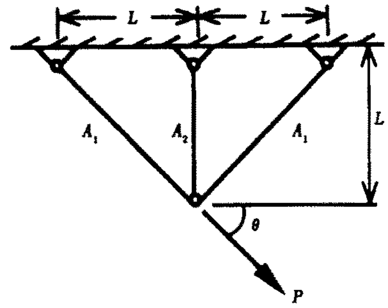

图 1 三杆桁架结构

以图 1 中经典的三杆桁架结构为例。已知:$L=50.8$ cm,$\rho=2.768\times10^{-3}$kg/cm^3,$E=6.895\times10^{-3}$kN/cm^2。作用载荷的名义值为 $P_m=1\ 779.2$ kN,其变异系数 $V_p=0.1$。$\theta=45°$。1、3 号杆等长,且横截面积相同。三根杆件容许应力的名义值为 $\sigma_{\text{all}}^{+}=344.75$ MN/m^2, $\sigma_{\text{all}}^{-}=68.25$ MN/m^2。自由结点处水平、铅垂方向的容许位移:$u_{x,\text{all}}=0.285$ cm, $u_{y,\text{all}}=0.217$ cm。容许位移和应力均有 10% 的变异。进行此三杆桁架结构的截面优化设计。

以杆件横截面积为设计变量,以结构重量最小为设计目标,变量取名义值时的结构确定性优化设计可表述为 Find A_1,A_2, min $W=\rho L(2\sqrt{2}A_1+A_2)$。s. t. $g_1=\dfrac{\sqrt{2}Pl\cos\theta}{A_1E}-u_{x,\text{all}}\leqslant0$, $g_2=\dfrac{\sqrt{2}Pl\sin\theta}{(A_1+\sqrt{2}A_2)E}-u_{y,\text{all}}\leqslant0$, $g_3=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\left(\dfrac{P\cos\theta}{A_1}+\dfrac{P\sin\theta}{A_1+\sqrt{2}A_2}\right)-\sigma_{1,\text{all}}^{+}\leqslant0$, $g_4=\dfrac{\sqrt{2}P\sin\theta}{A_1+\sqrt{2}A_2}\sigma_{2,\text{all}}^{+}\leqslant0$, $g_5=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\left(\dfrac{P\cos\theta}{A_1}-\dfrac{P\sin\theta}{A_1+\sqrt{2}A_2}\right)-\sigma_{3,\text{all}}^{+}\leqslant0$, $A_1,A_2\geqslant0.645\ 16$。

当作用载荷和位移、应力容限等不确定参量为随机变量时,与上述确定性优化对应的随机可靠性优化设计可表述为 Find A_1,A_2;min $W=\rho L(2\sqrt{2}A_1+A_2)$ 。s. t. $g_i=P_{fi}-P_{fi}^{\max}\leqslant0$(或 $g_i=\beta_i-\beta_i^{\min}\geqslant0$)$(i=1,\cdots,5)$,$A_1,A_2\geqslant0.645\ 16$。其中,$P_{fi}$为与 g_i对应的功能方程所确定的失效概率,β_i 为对应的可靠性指标。它们与各设计变量有关。$P_{fi}^{\max}$为失效概率的最大容许值,$\beta_i^{\min}$为对应的可靠性指标。

设随机变量 X 的概率密度函数为$f_X(x)$ 。为便于比较,令 $\pi_X(x)=f_X(x)/\max\{f_X(x)\}$。将 X 当作可能性分布函数为 $\pi_X(x)$ 的模糊变量,进行模糊可靠性优化设计。与上述随机可靠性优化对应的模糊能度可靠性优化设计可表述为 Find A_1,A_2, min $W=\rho L(2\sqrt{2}A_1+A_2)$ 。s. t. $g_i=\pi_{fi}^{\max}-\pi_{fi}^{\max}\leqslant0$(或 $g_i=N_{ri}-N_{ri}^{\min}\geqslant0$)$(i=1,\cdots,5)A_1$, $A_2\geqslant0.645\ 16$。其中,π_{fi}为与 g_i对应的功能方程所确定的失效可能度,N_{ri}为对应的不失效的必然度。它们与各模糊变量和设计变量有关。$\pi_{fi}^{\max}$、$N_{ri}^{\min}$ 分别为相应的最大、最小容限。有关设计结果及其与随机可靠性优化设计结果的比较见图 2(右图为相应左图的局部放大)。从图中可看出,按随机可靠性和模糊能度可靠性优化设计的结构,其目标函数和设计变量随可靠性的变化规律几乎完全相同。这说明,两种可靠性优化方法设计的结构,除可靠性度量方法和指标值不同外,可有完全相同的设计结果。

为进行随机可靠性优化和模糊能度可靠性优化设计的定量比较,以失效概率或失效的可能度最小为优化目标,以结构重量和可靠性同时作为约束,进行优化设计。

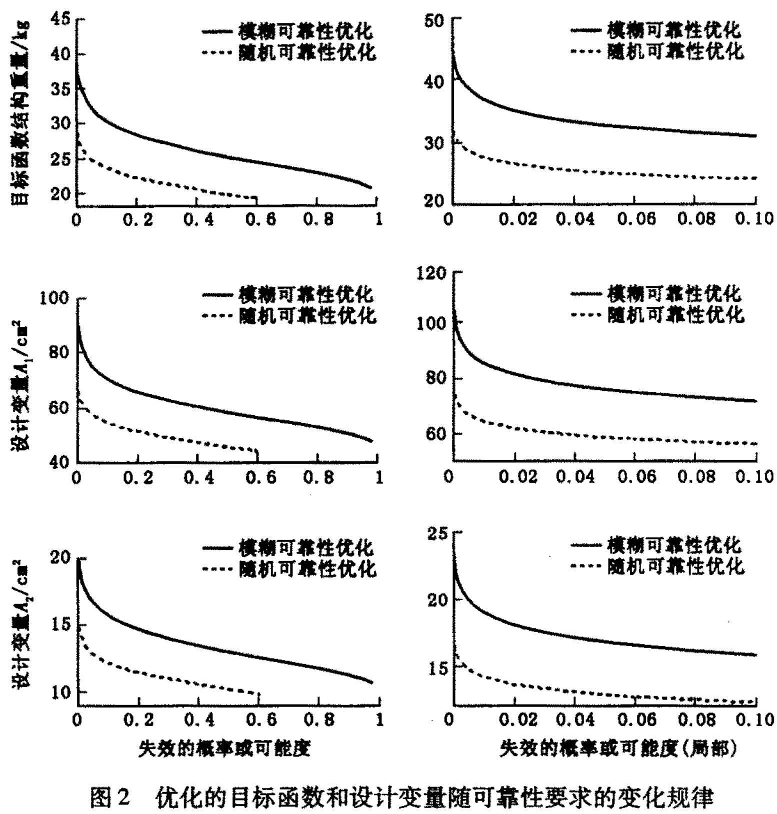

图 2 优化的目标函数和设计变量随可靠性要求的变化规律

有重量约束的随机可靠性优化设计可表述为 Find A_1,A_2, min P_{f0}, s. t. $g_i=P_{fi}-P_{f0}\leqslant 0$(或 $g_i=\beta_i-\beta_0\geqslant 0$)($i=1,\cdots,5$), $W-W^{max}\leqslant 0$; $A_1,A_2\geqslant 0.64516$。其中,P_{fi}和β_i分别为与 g_i 对应的功能方程所确定的失效概率和可靠性指标。W 为结构重量,W^{max}为相应容限。当 $W^{max}=32.0$ kg 时,此优化设计的结果为(A_1,A_2) = (74.613 8, 16.533 1)(cm^2)。对应的失效概率为 $P_{f0}=5.472\,07\times10^{-3}$,可靠性指标 $\beta_0=3.265\,09$。

相应地,有重量约束的模糊能度可靠性优化设计可表述为 Find A_1,A_2, min P_{f0}。s. t. $g_i=\pi_{fi}-\pi_{f0}\leqslant 0$(或 $g_i=N_{ri}-N_{r0}\geqslant 0$)($i=1,\cdots,5$), $W-W^{max}\leqslant 0$; $A_1,A_2\geqslant 0.64516$。其中,π_{fi}和 N_{ri}分别为与 g_i对应的功能方程所确定的结构失效可能度和不失效的必然度。当最大容许重量 $W^{max}=32.0$ kg 时,此优化设计的结果为(A_1,A_2) = (74.613 8, 16.533 1)(cm^2)。对应的失效可能度为 $\pi_{f0}=5.988\,88\times10^{-2}$。

不难看出,在同时有重量和可靠性约束时,随机可靠性优化设计和模糊能度可靠性优化设计的结果是完全相同的。这说明,虽然模糊能度可靠性优化和随机可靠性优化在可靠性计算方法上不同,但只要所建立的功能方程或约束函数相同,变量的分布型式相同,它们可以有完全相同的设计结果。

3 结束语

结构模糊可靠性模型对已知数据的依赖性较低,计算过程较为简便。从而可使结构设计阶段获取数据的难度大大降低,并有效降低计算工作量,具有较好的适用性和稳健性。本文将模糊可靠性方法用于不确定结构的优化设计,提出了基于模糊能度可靠性的结构优化设计方法。并对基于模糊可靠性方法的结构优化设计和基于随机可靠性的结构优化设计作了定量对比研究。结果表明:虽然模糊能度可靠性优化和随机可靠性优化在可靠性计算方法上不同,但只要所建立的功能方程或约束函数相同,变量的分布型式一致,它们可以有完全相同或一致的设计结果。从而也说明了文中方法是有效和可行的。

参考文献:

[1] Elishakoff I. Essay on uncertainties in elastic and viscoelastic structures: from A. M. Freudenthal's criticisms to modern convex modeling [J]. Computers & Structures, 1995,56(6):871 - 895.

[2] 郭书祥,冯立富,毕玉泉. 结构模糊失效概率的可能性分析[J]. 空军工程大学学报(自然科学版),2001,2(4):22 - 24.

[3] Tonon F, Bernardini A. A random set approach to the optimization of uncertain structures [J]. Computers & Structures,1998, 68(6):583 - 600.

[4] Ganzerli S, Pantelides C P. Load and resistance convex models for optimum design [J]. Structural Optimization, 1999,17(1): 259 - 268.

[5] Pantelides C P, Booth B C. Computer - aided design of optimal structures with uncertainty [J]. Computers & Structures, 2000,74:293 - 307.

[6] Venter G, Haftka R T. Using response surface approximations in fuzzy set based design optimization [J]. Structural Optimization, 1999,18(4):218 - 227.

[7] 郭书祥,吕震宙. 基于可能性理论的结构模糊可靠性方法[J]. 计算力学学报,2002,19(1):89 - 93.

(编辑:姚树峰)

Using Possibilistic Reliability Method in Uncertain Structural Optimization

GUO Shu - xiang[1], QIN Lian[2]

(1. The Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710038, China; 2. The Telecommunication Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710077, China)

Abstract: In the design of structures, some unavoidable uncertainties must be taken into account. A procedure for the optimization of uncertain structures based on possibilistic reliability is presented in the paper. Some beneficial conclusions are obtained by contrasting it to the widely used traditional probabilistic (stochastic) reliability based optimization. A practical numerical example shows that the results of optimization based on the two methods of possibilistic reliability and of probabilistic reliability are completely the same in the case of identical data information. This presents that both the possibilistic reliability model and the above mentioned optimization method are efficiency and feasible.

Key Words: stochastic reliability; possibilistic reliability; structural reliability; structural optimization