基于最小偏差指标赋权法的威胁判断模型

任　全，　聂　成，　李为民
(空军工程大学 导弹学院，陕西 三原　713800)

摘　要:提出了一种用于多属性决策中的最小偏差指标赋权方法,该方法将主观和客观两类权重信息相结合,既充分利用了客观信息,又尽可能地满足了决策者的主观意愿。给出了基于最小偏差指标赋权法的防空作战威胁判断模型,并通过具体的应用案例验证了该模型的可行性和有效性。

关键词:最小偏差;指标赋权法;威胁判断模型
中图分类号:E911　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1009-3516(2003)05-0078-04

多属性决策在工程设计、经济、管理和军事等诸多领域中具有广泛的理论和实际应用背景。在防空指挥中,由于对不同批次的空袭目标进行威胁程度判断时要涉及到诸多因素,且各因素间关系复杂,因此可以考虑采用多属性决策的方法来解决此类问题。

1　多属性决策的最小偏差指标赋权方法

设 $X=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$ 为多属性决策问题的方案集,$G=\{G_1,G_2,\cdots,G_m\}$ 为属性集,$W=\{w_1,w_2,\cdots,w_m\}^{\mathrm{T}}$为属性的权重向量,其中 $w_i>0,\sum_{i=1}^{m}w_i=1$ 。对于方案 $x_j\in X$,按第 i 个属性 G_i进行测度,得到 x_j关于 G_j 的属性值 a_{ij},从而构成决策矩阵 $A=(a_{ij})_{m\times n}$。令 $M=\{1,2,\cdots,m\}$,$N=\{1,2,\cdots,n\}$ 。

常见的属性类型有效益型、成本型、固定型、区间型、偏离型、区间偏离型等。为了消除不同物理量纲对决策结果的影响,决策时还需要对决策矩阵进行规范化处理[1]。假设决策矩阵 $A=(a_{ij})_{m\times n}$经规范化处理后,得到规范化矩阵 $R=(r_{ij})_{m\times n}$。方案 x_j的综合属性值与属性权重的关系为

$$a_j=\sum_{i=1}^{m}r_{ij}w_i,\quad j\in N \tag{1}$$

其中 w_i 是第 i 个属性 G_i的权重。

通常,在多属性决策中,确定属性权重的方法主要有主观法和客观法两大类[2-4]。对于某一多属性决策问题,设决策者运用了 l 种主观法和 $q-l$ 种客观法对属性进行赋权,并分别给出了下列属性权重向量:

$$\boldsymbol{u}_k=(u_{k1},u_{k2},\cdots,u_{km})^{\mathrm{T}},\qquad k=1,\cdots,l \tag{2}$$

$$\boldsymbol{v}_k=(v_{k1},v_{k2},\cdots,v_{km})^{\mathrm{T}},\qquad k=l+1,\cdots,q \tag{3}$$

式(2)为 l 种主观赋权法所给出的属性权重向量,式(3)为 $q-l$ 种客观赋权法所给出的属性权重向量。为了既照顾到决策者的主观偏好,又做到决策的客观真实性,达到主观与客观的统一,合理的属性权重向量 $\boldsymbol{w}=(w_1,w_2,\cdots,w_n)^{\mathrm{T}}$的获取,应使其相应的决策与主、客观赋权下决策结果的总偏差最小,为此引入偏差函数:

$$f_j(\boldsymbol{u}_k)=\sum_{i=1}^{m}[r_{ij}(w_i-u_{ki})]^2,\quad k=1,\cdots,l,\quad i\in M,\quad j\in N \tag{4}$$

收稿日期:2002-11-17
基金项目:高等学校骨干教师资助计划项目(GG-1105-90039-1004)
作者简介:任　全(1977-),男,山西大同人,博士生,主要从事军运筹学,防空(天)反导作战运筹分析;
聂　成(1942-),男,安徽淮南人,教授,博士生导师,主要从事军事运筹学系统优化与管理决策研究;
李为民(1964-),男,甘肃民勤人,教授,博士生导师,主要从事军事运筹学防空、反导作战运筹分析.

$$g_j(v_k) = \sum_{i=1}^{m}[r_{ij}(w_i - v_{ki})]^2, \quad k = 1,\cdots,q, \quad i \in M, \quad j \in N \tag{5}$$

并构造如下单目标优化模型:

$$\min J = \sum_{k=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}\lambda_k f_j(u_k) + \sum_{k=l+1}^{q}\sum_{j=1}^{n}\lambda_k g_j(v_k) \tag{6}$$

$$\text{s.t.} \sum_{i=1}^{m} w_i = 1, \quad w_i > 0, \quad i \in M$$

其中,$\lambda_k(k=1,\cdots,q)$ 表示 l 个主观赋权法与 $q-l$ 个客观赋权法的给定权系数,作归一化处理$\sum_{k=l}^{q}\lambda_k = 1$。

定理　$\forall 1 \leqslant i \leqslant m$,当$(r_{i1}, r_{i2}, \cdots, r_{im}) \neq (0,0,\cdots,0)$时,优化模型式(6)有唯一解,其解为

$$w = \left(\frac{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^{m}\frac{1}{\alpha_1}(\beta_1 - \beta_i)}{\sum_{i=1}^{m}\frac{1}{\alpha_1}}, \frac{\frac{1}{\alpha_2} + \sum_{i=1}^{m}\frac{1}{\alpha_1}(\beta_2 - \beta_i)}{\sum_{i=1}^{m}\frac{1}{\alpha_1}}, \cdots, \frac{\frac{1}{\alpha_m} + \sum_{i=1}^{m}\frac{1}{\alpha_1}(\beta_m - \beta_i)}{\sum_{i=1}^{m}\frac{1}{\alpha_1}}\right)^{\mathrm{T}} \tag{7}$$

式中,$\alpha_i = \sum_{j=1}^{n} r_{ij}^2, \quad \beta_i = \alpha_i\left(\sum_{k=1}^{l}\lambda_k u_{ki} + \sum_{k=l+1}^{q}\lambda_k v_{ki}\right), \quad i \in M$

证明　构造 Lagrange 函数

$$L(w,\lambda) = \sum_{k=1}^{l}\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m}\lambda_k[r_{ij}(w_i - u_{ki})]^2 + \sum_{k=l+1}^{q}\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m}\lambda_k[r_{ij}(w_i - v_{ki})]^2 - 2\lambda\left(\sum_{i=1}^{m} w_i - 1\right)$$

根据极值存在的必要条件,有

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial w_i} = \sum_{k=1}^{l} 2\lambda_k(w_i - u_{ki})\sum_{j=1}^{n} r_{ij}^2 + \sum_{k=l+1}^{q} 2\lambda_k(w_i - w_{ki})\sum_{j=1}^{n} r_{ij}^2 - 2\lambda = 0, \quad i \in M \\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda} = \sum_{i=1}^{m} w_i - 1 = 0 \end{cases} \tag{8}$$

由$\sum_{k=1}^{q}\lambda_k = 1$,且令 $\alpha_i = \sum_{j=1}^{n} r_{ij}^2$, $\beta_i = \alpha_i\left(\sum_{k=1}^{l}\lambda_k u_{ki} + \sum_{k=l+1}^{q}\lambda_k v_{ki}\right), i \in M$,则 $m+1$ 阶线性方程组化简为

$$\begin{cases} \alpha_i w_i - \lambda = \beta_i, \quad i \in M \\ \sum_{i=1}^{m} w_i = 1 \end{cases}$$

当$(r_{i1}, r_{i2}, \cdots, r_{im}) \neq (0,0,\cdots,0)$ 时,有 $\alpha_i > 0(i \in M)$,从而线性方程组的系数行列式:

$$D = \begin{vmatrix} \alpha_1 & 0 & \cdots & 0 & -1 \\ 0 & \alpha_2 & \cdots & 0 & -1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & \alpha_m & -1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{vmatrix} = \alpha_1\alpha_2\cdots\alpha_m, \quad \sum_{i=1}^{m}\frac{1}{\alpha_i} \neq 0$$,故线性方程组(8)有唯一解。

通过克莱姆法则即可求得方程组的解为

$$w_j = \frac{\frac{1}{\alpha_j} + \sum_{i=1}^{m}\frac{1}{\alpha_1}(\beta_j - \beta_i)}{\sum_{i=1}^{m}\frac{1}{\alpha_i}}, \quad j \in M$$,从而定理得证。

最后给出各方案的综合属性值为$(z_1, z_2, \cdots, z_n)^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{R}^{\mathrm{T}} \times \boldsymbol{w}$　　(9)

2　基于最小偏差指标赋权方法的威胁判断模型

在防空指挥中,对不同批次的敌空袭目标进行威胁判断和排序时,通常要考虑的因素很多[5-7]。针对威胁判断模型,我们选取了以下几个指标作为多属性决策的判决依据。

1)飞临时间,指该批空袭目标到达火力分配线的飞行时间 t ;

2)航路捷径,指该批空袭目标与所保卫要地的航路捷径 P ;

3)飞行高度,指当该批空袭目标为低空或超低空目标时,其飞行高度 D ;

4)目标类型,指根据该批空袭目标的类型而赋予的不同威胁程度值 θ ;目标的威胁程度排序如下:上级指定拦截的空袭目标 0,战术地对地导弹 0,巡航导弹 3,空地导弹 3.5,隐形飞机 4,轰炸机 5.5,歼击轰炸机 6,强击机 6,武装直升机 8,根据排序赋予 θ 不同的威胁程度值;

5)保卫要地等级,指该批空袭目标所要突袭的保卫要地的重要程度 σ 。

我们将以上五个指标作为威胁判断模型中的不同属性,构造属性集 $G=\{t,P,D,\theta,\sigma\}$ 。现假设共有 n 批敌空袭目标,对每批目标 x_j,按 G_i进行测度,得到属性值 a_{ij},从而构成决策矩阵 $A=(a_{ij})_{5\times n}$。A 经规范化处理后,得到规范化矩阵 $R=(a_{ij})_{5\times n}$。

在该模型中,选用离差最大化法[4](客观赋权法)和层次分析法[8](主观赋权法)对不同批次的敌空袭目标的各个属性进行赋权。

1)离差最大化法。离差最大化法的基本思想是基于加权向量的选择应使所有评价指标对所有决策方案之总离差最大。满足模型:

$$\begin{cases}\max F(W)=\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}|r_{ij}-r_{kj}|W_j \\ \text{s.t.}\quad \sum_{j=1}^{m}W_j^2=1\end{cases},\ \text{求解得}\ W_j^*=\frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}|r_{ij}-r_{kj}|}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m}\left[\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}|r_{ij}-r_{kj}|\right]^2}},\quad j=1,2,\cdots,m$$

由于 W^* 为单位化加权向量,故对其进行归一化处理得:

$$v_j=W_j^*=\frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}|r_{ij}-r_{kj}|}{\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}|r_{ij}-r_{kj}|},\quad j=1,2,\cdots,m$$

$v=(v_1,v_2,\cdots,v_m)^T$即为属性的权重向量。

2)层次分析法。关于 AHP 的具体方法在很多参考文献中都有详细讲解,这里就不赘述。

离差最大化法和层次分析法分别得出属性权重向量 $v=(v_1,v_2,v_3,v_4,v_5)^T$ 和 $u=(u_1,u_2,u_3,u_4,u_5)^T$。对权重向量分别赋予不同权系数 λ_v和 λ_u,考虑到防空系统偏重于强调主观判断,故选择 $\lambda_v>\lambda_u$。再利用式(7),即可求得属性权重向量 $w=(w_1,w_2,w_3,w_4,w_5)^T$。最后按照式(9)求得各批次空袭目标的综合威胁程度值 $z=(z_1,z_2,\cdots,z_n)^T$。将求得的 $z_1,z_2,\cdots,z_n$按降序排列:$z_{j1},z_{j2},\cdots,z_{jn}$,则相应的下标顺序 $j_1,j_2,\cdots,j_n$便对应 n 批空袭目标的威胁程度排序。若存在 $z_{j_p}=z_{j_q}(j_p\neq j_q)$,可根据战术原则增设一些排序准则,如考虑具有最大权的属性 i_1,若 $r_{i_1j_p}>r_{i_1j_q}$,则目标 j_p排在目标 j_q之前。

3 应用案例

某区域防空系统的远程预警雷达发现有 6 批敌空袭目标分别向我方三个重点保卫要地进行突袭,敌空袭目标的各参数如表 1 所示。

表 1 各批次敌空袭目标的属性值

属性	批次					
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
飞临时间 t/s	50	60	120	65	100	55
航路捷径 P/km	7	12	10	8	3	4
飞行高度 D/km	6	6	4	7	3	7
目标类型 θ	5.5	6	8	5.5	3	4
要地等级 σ	3	3	2	2	1	1

由表 1 中的数据建立决策矩阵 $A=(a_{ij})_{5\times 6}$, 经规范化处理后得到规范化矩阵 $R=(a_{ij})_{5\times 6}$。规范化方法可按照如下公式进行:

$$r_{ij}=\frac{a_{ij}}{a_j^{\max}},\quad j\in N,\quad i\in T_1;\quad r_{ij}=\frac{a_{ij}}{a_j^{\min}},\quad j\in N,\quad i\in T_2;\quad T_1\ \text{为效益型},T_2\ \text{为成本型。}$$

矩阵 $\boldsymbol{A}=(a_{ij})_{5\times6}$ 和矩阵 $\boldsymbol{R}=(a_{ij})_{5\times6}$ 分别如下所示。

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}50 & 60 & 120 & 65 & 100 & 55\\ 7 & 12 & 10 & 8 & 3 & 4\\ 6 & 6 & 4 & 7 & 3 & 7\\ 5.5 & 6 & 8 & 5.5 & 3 & 4\\ 3 & 3 & 2 & 2 & 1 & 1\end{bmatrix}\quad \boldsymbol{R}=\begin{bmatrix}1.000 & 0.833 & 0.417 & 0.769 & 0.500 & 0.909\\ 0.429 & 0.250 & 0.300 & 0.375 & 1 & 0.750\\ 0.500 & 0.500 & 0.750 & 0.429 & 1 & 0.429\\ 0.546 & 0.500 & 0.375 & 0.546 & 1 & 0.750\\ 0.333 & 0.333 & 0.666 & 0.666 & 1 & 1\end{bmatrix}$$

1)用离差最大化法求得的权重向量 $\boldsymbol{v}=(0.19,0.23,0.17,0.17,0.24)^{\mathrm{T}}$。

2)用层次分析法求取权重向量。决策者(专家)通过对到达飞临时间、航路捷径、飞行高度、目标类型、保卫要地等级五个属性进行两两比较,用层次分析法求得的五个属性的威胁权系数为 $\boldsymbol{u}=(0.25,0.23,0.06,0.24,0.22)^{\mathrm{T}}$。

分别取 $\lambda_v=0.3$ 和 $\lambda_u=0.7$,将向量 $\boldsymbol{u},\boldsymbol{v},\lambda_u,\lambda_v$ 代入式(7),即可求得属性权重向量 $\boldsymbol{w}=(0.23,0.23,0.09,0.22,0.23)^{\mathrm{T}}$。按照式(9)求得各批次的威胁程度值为 $z=(0.570,\ 0.481,\ 0.468,\ 0.575,\ 0.885,\ 0.815)^{\mathrm{T}}$。相应的威胁程度排序依次为 x_5,x_6,x_4,x_1,x_2,x_3。此排序结果与实际战例检验相符合。

4 结束语

本文提出了一种多属性决策的最小偏差指标赋权方法,该方法将主、客观赋权法所得的权重信息相结合,既充分利用了客观信息,又尽可能满足了决策者的主观意愿,达到两者的统一,具有思路清晰、简洁易用、易于计算机实现等特点。同时本文还提出了基于最小偏差指标赋权法的威胁判断模型,该模型有效的将防空事件的客观信息和决策者的主观意愿结合起来,最后通过具体的应用实例验证了该模型的可行性和有效性。

参考文献:

[1] 刘树林,邱菀华. 多属性决策基础理论研究[J]. 系统工程理论与实践,1998,18(1):38-43.
[2] 郭显光. 多指标综合评价中权数的确定[J]. 数量经济技术研究,1989,6(11):49-53.
[3] 胡永宏,贺思辉. 综合评价方法[M]. 北京:科学出版社,2000.
[4] 王应明. 运用离差最大化方法进行多指标决策与排序[J]. 系统工程与电子技术,1998,20(7):24-26.
[5] 余江明,高　尚. 战术选择模糊对策分析[J]. 空军工程大学学报(自然科学版),2002,3(3):44-47.
[6] 刘　健,王献锋,聂　成. 空袭目标威胁程度评估与排序[J]. 系统工程理论与实践,2001,21(2):142-144.
[7] 高　尚. 基于神经网络威胁判断模型[J]. 系统工程理论与实践,2000,20(7):49-51.
[8] 赵焕臣,许树柏,和金生. 层次分析法[M]. 北京:科学出版社,1986.

(编辑:田新华)

The Threat Estimation Model Based on Index Weighting Method of Minimizing Deviations

REN Quan,　NIE Cheng,　LI Wei - min

(The Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan, Shaanxi 713800, China)

Abstract: This paper puts forward an index weighting method of minimizing deviations in multi - attribute decision - making. This method combines information on subjective weights with information on objective weights, which not only sufficiently utilizes objective evaluation information but also meets the requirements of decision - maker. Then the paper proposes a model of threat estimation based on the method mentioned above and simultaneously presents a concrete numerical example to show the feasibility and effectiveness of this model.

Key words: minimizing deviations; index weighting; threat estimation model