

# SCDMA 通信系统 PN 码的一种小波包构造方法

褚振勇<sup>1</sup>, 马德华<sup>2</sup>, 应小凡<sup>1</sup>, 易克初<sup>1</sup>

(1. 西安电子科技大学, 陕西 西安 710071; 2. 空军工程大学 电讯工程学院, 陕西 西安 710077)

**摘要:**提出并讨论了一种利用小波包函数构造 PN 码的方法,它利用一组正交的小波包基函数作为 PN 码的基,用以构造正交的 PN 码。利用这种方法产生的 PN 码可有效地抑制 SCDMA 通信系统中的多址干扰,增大系统容量。最优基的选择是构造 PN 码的关键,本文对最优小波包基的选择准则进行了讨论。在最优基条件下,使用该方法构造的正交 PN 码也可用于异步 CDMA 通信系统。

**关键词:**小波包函数; 同步 CDMA; PN 码

**中图分类号:**TN914 **文献标识码:**A **文章编号:**1009-3516(2003)05-0031-04

由于扩频通信具有其它通信方式无法比拟的优点,所以无论是在军事通信方面还是在民用通信方面,都有着广泛的应用<sup>[1]</sup>。CDMA(Code Division Multiple Access—码分多址)技术是扩频技术在多址连接方式上的一种应用,它可以分为同步码分多址(Synchronous Code Division Multiple Access—SCDMA)和异步码分多址(Asynchronous Code Division Multiple Access—ACDMA)两种,SCDMA 还可为比特同步 CDMA 和码片(Chip)同步 CDMA。在本文的讨论中,SCDMA 具体是指码片同步 CDMA。SCDMA 系统期望供各用户使用的 PN 码的数量足够多,而且 PN 码要具有良好的自相关性和互相关性。要选出这样的码子是十分困难的,所以实际的通信系统所使用的 PN 码并不是完全正交的,这就产生了多址干扰的问题。如果能够找到一组正交性非常好的 PN 码,有效地降低多址干扰,就可提高系统的用户容量和频率利用率。本文的主要工作就是将小波理论应用于 PN 码的构造<sup>[2-5]</sup>,以达到增大正交 PN 码的数目、扩大系统用户容量的目的。

## 1 有关小波理论和 PN 码选择的讨论

我们首先简要回顾有关小波包的一些基础理论与重要性质。二进离散小波变换中的尺度函数  $\phi(t)$  和小波函数  $\psi(t)$  有如下的两尺度关系:

$$\phi(t) = \sqrt{2} \sum_k h(k) \phi(2t - k) \quad (1)$$

$$\psi(t) = \sqrt{2} \sum_k g(k) \phi(2t - k) \quad (2)$$

式中序列  $h(k)$ 、 $g(k)$  分别对应于一正交镜像滤波器(QMF)组中低通和高通滤波器的离散冲激响应, $N$  为其冲激响应序列长度。类似于式(1)和(2),定义第  $j$  级递归函数序列:

$$w'_{2n} = \sqrt{2} \sum_k h(k) w'_n(2t - k) \quad (3)$$

$$w'_{2n+1} = \sqrt{2} \sum_k g(k) w'_n(2t - k) \quad (4)$$

其中: $w'_0 = \phi(t)$ ,  $w'_1 = \psi(t)$ , 由此称  $\{w'_n(t), n \in \mathbb{Z}^-\}$  为  $\phi(t)$  生成的小波包函数,所有的  $w'_n(t)$  构成一组正交规范基。小波包函数具有时域紧支撑、频域局域化,可以同时提供时间轴平移上函数本身的正交性和各函数基之间的正交性,即:

收稿日期:2003-05-02

基金项目:国家自然科学基金资助项目(NO. 60172029)

作者简介:褚振勇(1972-),男,河北藁城人,博士生,讲师,主要从事卫星通信、通信对抗研究。

$$\langle w'_n(t), w'_n(t-k) \rangle = \delta_k \quad (5a)$$

$$\langle w'_{n_1}(t-k_1), w'_{n_2}(t-k_2) \rangle = 0, \text{其中 } n_1 \neq n_2 \quad (5b)$$

在 CDMA 通信系统中,我们通常用  $m$  序列、Gold 码或  $M$  序列等类型的码子作为 PN 码,码子的数量与其码长有关,码子越长,码子的数目就越多。一条 PN 码由若干个码片组成,每个码片形状一般为矩形脉冲,宽度为  $T_c$ ,幅度值为  $+1$  或  $-1$ 。一条长度为  $L$  的 PN 码可以表示为如下形式,即

$$p(t) = \sum_{i=1}^L c_i \psi(t - iT_c) \quad c_i = +1 \text{ 或 } -1 \quad (6)$$

这里不妨将式(6)看作是这条 PN 码的级数展开,其基为  $\psi(t - iT_c)$ ,系数为  $c_i$ 。为了后面讨论方便,将  $T_c$  归一化,即令  $T_c = 1$ 。 $\psi(t)$  可以表示为

$$\psi(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad (7)$$

易知

$$c_i = \langle g(t), \psi(t - iT_c) \rangle \quad (8)$$

如果有  $N$  条 PN 码构成了一个 PN 码组,这组 PN 码则可以表示为

$$p_m(t) = \sum_{i=1}^L c_{m,i} \psi(t - iT_c) \quad c_{m,i} = +1 \text{ 或 } -1; m = 1, \dots, N \quad (9)$$

通常情况下,选择相互正交的 PN 码实际上就是确定系数  $c_i$ ,而各条 PN 码使用的基是相同的,也就是说普通 PN 码的性能完全由系数  $c_i$  决定。这样选码的自由度只有一维,选码的难度自然就比较大了。

为了解决这个问题,可以首先做一个假设:如果一个 PN 码组内的各条 PN 码采用相互正交的系数  $c_i$  或正交基  $\psi(t - iT_c)$ ,将选码的自由度增加到二维,就可以增加正交 PN 码的数目。

如果在信号空间中可以找到足够多的正交基以保证每一条 PN 码均使用与众不同的正交基,那么系数  $c_i$  的选择也就不重要了。事实上,在实际条件(如信道带宽)的限制下,这样的基并不是足够多的。所以应该从寻找正交基和选择系数  $c_i$  两方面入手,优选出性能和数量上均满足要求的 PN 码组。系数  $c_i$  的选择方法不是我们这里讨论的重点,因为在有关扩频通信和码分多址的书籍中均有相关介绍,在此不再赘述。下面我们将讨论的重点放在正交基的选择上。

## 2 一种可用于构造 PN 码的小波包基

**定理:**一组 PN 码分别选用互不相同的正交小波包基,则该组内的 PN 码之间完全正交。

**证明:**设有  $N$  条 PN 码构成了一个 PN 码组,每条 PN 码长为  $t$ ,这组 PN 码可以表示为

$$p_m(t) = \sum_{i=1}^L c_{m,i} \psi_m(t - iT_c) \quad c_{m,i} = +1 \text{ 或 } -1; m = 1, \dots, N \quad (10)$$

该组 PN 码所用的正交小波包基为  $\psi_m(t - iT_c)$ 。根据小波包基的正交性<sup>[4]</sup>有

$$\langle \psi_m(t - iT_c), \psi_n(t - i'T_c) \rangle = \delta(m-n)\delta(i-i') \quad m, n = 1, \dots, N \text{ 且 } m \neq n \quad (11)$$

即有

$$\langle p_m(t), p_n(t) \rangle = \delta(m-n) \quad m, n = 1, \dots, N \text{ 且 } m \neq n \quad (12)$$

该组内各个 PN 码相互之间完全正交,证毕。

如前所述,普通 PN 码是以式(7)定义的波形作为基函数的,而且不同 PN 码均使用相同的基函数,PN 码之间的相关性完全由系数  $c_i$  决定。这里,我们可以在式(7)波形的基础上构造出一组小波包基。

定义尺度函数  $\phi(t)$  为

$$\phi(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad (13)$$

利用双尺度差分方程,由尺度函数  $\phi(t)$  可以得到小波函数  $\psi(t)$  为

$$\psi(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < 0.5 \\ -1 & 0.5 \leq t < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad (14)$$

式(14)实际上是 Haar 小波函数。

为了构造我们所需的 PN 码,提供  $L^2(R)$  上的一组正交基是十分重要的。为了满足实际需要,可否利用式(14)得到的 Haar 母小波派生出更多、更适用的小波包基是我们所关心的。考察前述尺度函数  $\phi(t)$  与 Haar 母小波  $\psi(t)$ ,此时,

$$\begin{aligned}
 h(k): h(0) = h(1) = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{且} \quad h(k) = 0, k \geq 2 \\
 g(k): g(0) = h(0) = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad g(1) = -\frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{且} \quad g(k) = 0, k \geq 2
 \end{aligned}
 \tag{15}$$

基于上式,我们可以得到产生正交小波包基的递归表达式:

$$\begin{cases}
 w'_{2n} = w'_n(2t) + w'_n(2t-1) \\
 w'_{2n+1} = w'_n(2t) - w'_n(2t-1)
 \end{cases}
 \tag{16}$$

其中  $w_0^0 = \phi(t)$ ,  $w_0^1 = \phi(2t)$ ,  $w_1^1 = \psi(t)$ 。

可见,将前一级得到的小波包基经伸缩和平移后,可以生成后一级小波包基,且保持了正交性。图 1 是一个由式(16)产生的小波包基二叉树,该图可以给出一个更直观の説明。在图中,我们用“1”表示小波包基中的“1”值,用“0”表示小波包基中的“-1”值。很容易知道,每一级中的小波包基的数目为  $2^{j+1}$  个。我们用式(16)产生的一系列正交小波基包来构造 PN 码,可以保证 PN 码满足式(12)要求,同时也就证明了前面所作的假设是成立的。

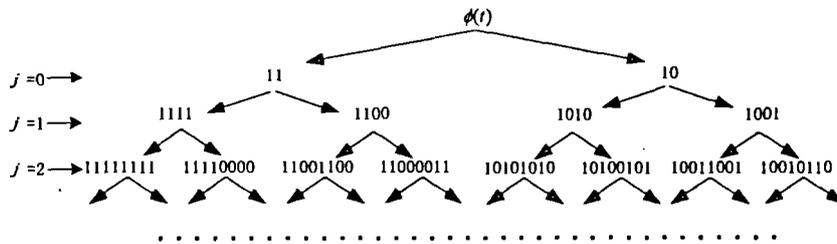


图 1 Walsh 小波包基二叉树

上述方法产生的小波包基正是按 Paley 顺序的 Walsh 函数,说明 Walsh 函数就是一种小波包函数,即 Walsh 小波包。当然,采用其它的小波函数时,利用上述方法同样可以产生新的小波包基。

### 3 选择最优小波包基的准则讨论

利用小波包基本身的正交性来构造正交 PN 码的方法,只是要求该组内的 PN 码使用相互正交的小波包基,而对小波包基的具体形式没有严格的要求。小波包很容易用多速率滤波器组(MFB)来实现,由于在滤波器组的解空间中有无限个基向量,因此在应用当中针对具体的通信信道,可以根据实际要求选择不同的基向量。在最优基的选择上,准则的制定是非常关键的,依据不同的准则,我们可以获得不同的最优小波包基。

对于同步 CDMA 系统,各用户之间的正交小波包函数的时间偏移为零或码片周期的整数倍,各用户之间的多址干扰(MAI)为零。

对于异步 CDMA 系统,从时域上来讲,当两个正交小波包函数的时间偏移为零或码片周期  $T_c$  的整数倍时,各用户之间的 MAI 为零;当时间偏移不为零或  $T_c$  的整数倍时,如果小波包函数具有好的紧支撑特性和时频局域化特性,各小波包函数具有强的自相关性和弱的互相关性,会产生较小的干扰。从频域上来理解,当两个小波包函数在频域上距离较远时,由于其频域局域化特性,其频谱重叠很少,时间偏移产生的频谱相移对系统的影响较小,也会有较小的 MAI。由此在这种条件下,使用本文方法构造的正交 PN 码也可用于异步 CDMA 通信系统。

一般地,可以将基向量的时频特性作为选择小波包函数基的准则,也就是要求小波包函数具有好的紧支撑特性和时频局域化特性,使得同一小波包函数之间和不同的小波包函数之间对时间的偏移不敏感,可以获得最佳的系统性能。采用最优小波包函数构造的 PN 码可在同步或异步 CDMA 通信系统使用。

## 4 计算机仿真结果

图2和图3给出了32位M序列的归一化自相关函数和互相关函数曲线,由于这里的M序列码片基函数均采用式(7)的定义,其相关特性仅由M序列本身的相关特性决定,其中 $\tau$ 为相关运算的时间偏移。

选用7阶Daubechies小波包函数( $j=2$ )作为码片基函数时,图4给出了同一条M序列在选择不同基函数时的归一化自相关函数曲线,图5给出了两个M序列的互相关函数曲线。从图4和图5可知,采用小波包函数作为PN码的基函数后,PN码的相关特性既与该PN序列自身的相关特性有关,又与小波包函数的正交性有关。

在图4中,当码片基函数不同时,M序列自相关旁瓣值很低;当码片基函数相同时,M序列有很高的自相关峰。在图5中,当两条M序列的码片基函数不同时,其互相关旁瓣值很低,从而有效抑制了多址干扰,只有当这两条M序列使用相同的基函数时,互相关旁瓣值才与图3情况相当。由此说明PN码片的基函数选用正交的小波包函数时,可以由一条PN序列生成多条PN序列,且相互间同时保持了良好的正交性。

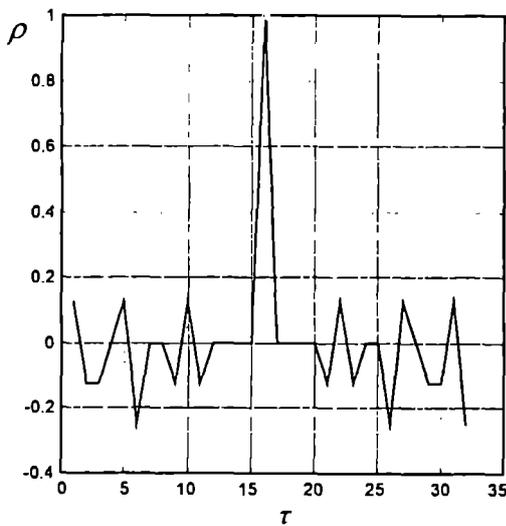


图2 32位M序列归一化自相关函数

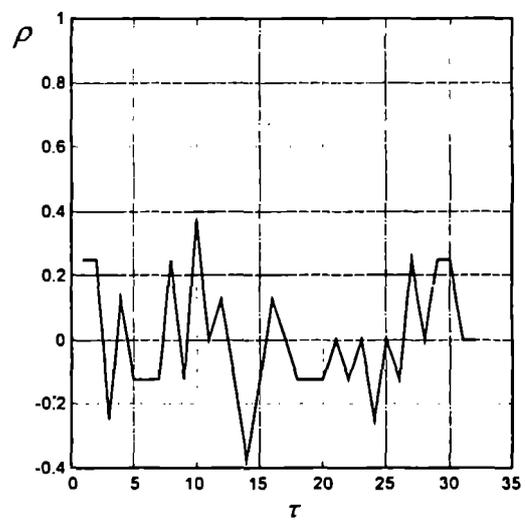


图3 32位M序列归一化互相关函数

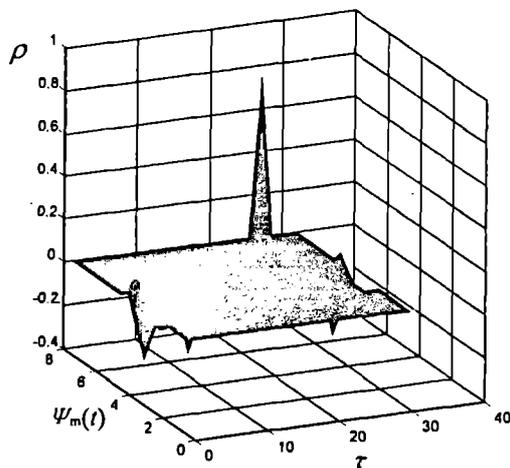


图4 选用7阶Daubechies小波包作为码片的基函数时,32位M序列的归一化自相关函数

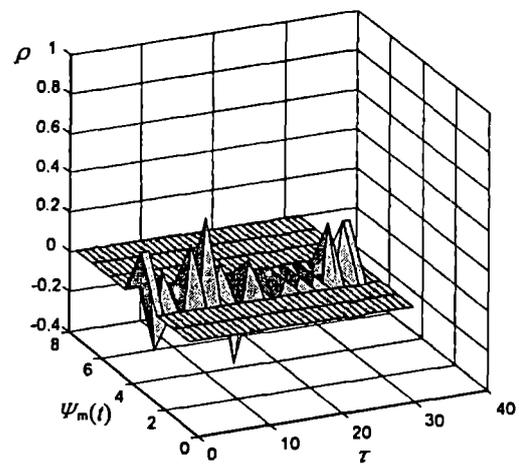


图5 选用7阶Daubechies小波包作为码片的基函数时,32位M序列的归一化互相关函数