一种基于地心坐标转换的系统误差修正方法

刘进忙， 张晓刚， 刘昌云
(空军工程大学 导弹学院，陕西 三原 713800)

摘 要:在利用地心坐标完成从雷达站球面坐标到指挥中心直角坐标的转换中，当考虑到地球自转、地形因素及重力作用时，所采用的地球模型与地球实际水准面并不重合，坐标系的坐标轴与实际之间存在着垂线偏差。在对上述因素进行分析的基础上，找出了一种修正偏差的方法，并给出了其计算过程，对提高防空系统的坐标转换精度具有重要意义，对于以后大型分布式系统的进一步研究具有借鉴作用。

关键词:坐标变换；防空系统；地心坐标
中图分类号:E991；TN953 **文献标识码**:A **文章编号**:1009-3516(2003)03-0044-03

在防空系统的坐标转换过程中，是把地球抽象为一定的模型来进行处理的。一般来说，水准面是形状不规则的液体静止表面，是一重力等位面，不是数学表面。而大地水准面是海平面及其在大陆的延伸，具有一般水准面的性质，全球只有一个，可作高程的起算面，它是一个形状不规则的物理表面。旋转椭球面是形状规则的数学表面，用其代替大地水准面，具有较高的精度，在一定的误差允许范围内，能满足要求，因此实践中，通常总是采用旋转椭球面代替大地水准面[1]。地球椭球定位与定向后，地面点的铅垂线和椭球面的法线以及该点的大地坐标也已经确定。由于受到地球自转产生的离心力的作用，以及地面起伏不平和地球内部物质分布不均匀，各点的重力方向产生不规则的变化，在地球的外部空间，地面或大地水准面上的任意一点的铅垂线与其旋转椭球面的法线不重合，而是存在一定的夹角，称为垂线偏差，且随地理位置不同，垂线偏差也不一样。由于垂线偏差的存在，使得在利用地球模型进行坐标转换的各个过程中，不可避免的存在着系统转换误差[2]。在大型的系统中，这一误差是不容忽视的。

本文正是从这一点出发，对其进行分析、计算、推导，找出了一种修正偏差的方法，并给出了计算过程。这对于大型分布式系统坐标转换精度的提高无疑具有重要意义。

1 坐标转换公式[3]

地心坐标系可参考文献[3]，以 $P_1(\lambda_1,\varphi_1,h_1)$ 为雷达站，测量某目标为 $(X_1,\ Y_1,\ Z_1)$，相对地心坐标系为 $(x_1,\ y_1,\ z_1)$，转换到以 $P_2(\lambda_2,\varphi_2,h_2)$ 为中心的坐标系为 $(X_2,\ Y_2,\ Z_2)$，其坐标转换公式为

$$\begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2+h_2 \end{bmatrix} = \boldsymbol{R}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_1 \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1+h_1 \end{bmatrix} + \boldsymbol{R}_2^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} x_{01}-x_{02} \\ y_{01}-y_{02} \\ z_{01}-z_{02} \end{bmatrix} \tag{1}$$

其中变换矩阵 $\boldsymbol{R}_2,\boldsymbol{R}_1$ 可表示为

$$\boldsymbol{R}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_1 = \begin{bmatrix} \cos(\lambda_2-\lambda_1) & \sin\varphi_1\sin(\lambda_2-\lambda_1) & -\cos\varphi_1\sin(\lambda_2-\lambda_1) \\ -\sin\varphi_2\sin(\lambda_2-\lambda_1) & \begin{matrix}\sin\varphi_2\sin\varphi_1\cos(\lambda_2-\lambda_1)+\\ \cos\varphi_2\cos\varphi_1\end{matrix} & \begin{matrix}-\sin\varphi_2\sin\varphi_1\cos(\lambda_2-\lambda_1)+\\ \cos\varphi_2\cos\varphi_1\end{matrix} \\ \cos\varphi_2\sin(\lambda_2-\lambda_1) & \begin{matrix}-\cos\varphi_2\sin\varphi_1\cos(\lambda_2-\lambda_1)+\\ \sin\varphi_2\cos\varphi_1\end{matrix} & \begin{matrix}\cos\varphi_2\cos\varphi_1\cos(\lambda_2-\lambda_1)+\\ \sin\varphi_2\cos\varphi_1\end{matrix} \end{bmatrix}$$

收稿日期:2002-09-02
基金项目:国家高等学校骨干教师资助计划首批资助项目(GG-810-90039-1004)
作者简介:刘进忙(1958-)，男，陕西渭南人，教授，主要从事指挥自动化信息处理研究.

2　误差修正公式的推导

不考虑重力作用及地形因素对坐标轴产生的影响,即在理想情况时,坐标变换公式如式(1)所示,坐标变换矩阵为

$$\boldsymbol{R}_{理}=\begin{bmatrix}-\sin\lambda & -\cos\lambda\sin\varphi & \cos\lambda\sin\varphi\\ \cos\lambda & -\sin\lambda\sin\varphi & \sin\lambda\cos\varphi\\ 0 & \cos\varphi & \sin\varphi\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a_1 & b_1 & c_1\\ a_2 & b_2 & c_2\\ a_3 & b_3 & c_3\end{bmatrix}\tag{2}$$

上式矩阵中,各列为 X,Y,Z 轴的单位方向向量,矩阵为正交阵,考虑到大地水准面的起伏影响及地球内部物质分布的不均匀性,在地球表面建立的直角坐标系与实际的坐标系之间存在着一定的偏差,对式(2)修正后,其实际的坐标变换矩阵有如下形式:

$$\boldsymbol{R}_{实}=\begin{bmatrix}-\sin\lambda-k_1\varepsilon_1 & -\cos\lambda\sin\varphi-k_2\varepsilon_1 & \cos\lambda\sin\varphi-k_3\varepsilon_1\\ \cos\lambda-k_1\varepsilon_2 & -\sin\lambda\sin\varphi-k_2\varepsilon_2 & \sin\lambda\cos\varphi-k_3\varepsilon_2\\ 0-k_1\varepsilon_3 & \cos\varphi-k_2\varepsilon_3 & \sin\varphi-k_3\varepsilon_3\end{bmatrix}\tag{3}$$

式中 ε_1、ε_2、ε_3分别为 x, y, z 坐标轴的假定偏移误差,k_1、k_2、k_3 分别为其对应的修正系数。经推导,可得偏移误差与其系数之间的关系为

$$k_3=\frac{2\sum_{i=1}^{3}c_i\varepsilon_i}{\sum_{i=1}^{3}\varepsilon_i^2},\ k_2=\frac{2\sum_{i=1}^{3}b_i\varepsilon_i}{\sum_{i=1}^{3}\varepsilon_i^2},\ k_1=\frac{2\sum_{i=1}^{3}a_i\varepsilon_i}{\sum_{i=1}^{3}\varepsilon_i^2},\ \boldsymbol{\varepsilon}=\begin{bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \varepsilon_3\end{bmatrix}$$

于是可得

$$\boldsymbol{R}_{实}=\boldsymbol{R}_{理}-\begin{bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \varepsilon_3\end{bmatrix}\cdot[k_1\quad k_2\quad k_3]=\boldsymbol{R}_{理}-\frac{2}{\sum_{i=1}^{3}\varepsilon_i^2}\cdot\begin{bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \varepsilon_3\end{bmatrix}[\varepsilon_1\quad\varepsilon_2\quad\varepsilon_3]\cdot\begin{bmatrix}a_1 & b_1 & c_1\\ a_2 & b_2 & c_2\\ a_3 & b_3 & c_3\end{bmatrix}=\left(\boldsymbol{I}-\frac{2\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{T}}}{\|\boldsymbol{\varepsilon}\|^2}\right)\cdot\boldsymbol{R}_{理}\tag{4}$$

令 $\boldsymbol{A}=\left(\boldsymbol{I}-\frac{2\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{T}}}{\|\boldsymbol{\varepsilon}\|^2}\right)$,则式(1)可写为

$$\begin{bmatrix}X_2\\ Y_2\\ Z_2+h_2\end{bmatrix}=\boldsymbol{R}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_1\boldsymbol{R}_1\begin{bmatrix}X_1\\ Y_1\\ Z_1+h\end{bmatrix}+\boldsymbol{R}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}_2^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}x_{01}-x_{02}\\ y_{01}-y_{02}\\ z_{01}-z_{02}\end{bmatrix}=\boldsymbol{R}_{实2}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_{实1}\begin{bmatrix}X_1\\ Y_1\\ Z_1+h_1\end{bmatrix}+\boldsymbol{R}_{实2}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}x_{01}-x_{02}\\ y_{01}-y_{02}\\ z_{01}-z_{02}\end{bmatrix}\tag{5}$$

3　误差矩阵的计算

可以看到,式(5)是一个二元二次矩阵的方程组,直接求解比较困难。这里,通过两雷达站同时对空中同一目标的多次测量,得到空中目标的站心坐标,反推出误差矩阵的乘积,把二元二次矩阵的方程组化为六元高次数值方程,从而最终可求出误差的修正量。设雷达站2的误差修正量为 $\boldsymbol{\varepsilon}_2$,雷达站1的误差修正量为 $\boldsymbol{\varepsilon}_1$,于是式(5)中的 $\boldsymbol{A}_2$,$\boldsymbol{A}_1$ 可分别表示为

$$\boldsymbol{A}_2=\left(\boldsymbol{I}-\frac{2\boldsymbol{\varepsilon}_2\boldsymbol{\varepsilon}_2^{\mathrm{T}}}{\|\boldsymbol{\varepsilon}_2\|^2}\right)=\frac{2}{\varepsilon_{21}^2+\varepsilon_{22}^2+\varepsilon_{23}^2}\begin{bmatrix}(\varepsilon_{22}^2+\varepsilon_{23}^2-\varepsilon_{21}^2)/2 & -\varepsilon_{21}\varepsilon_{22} & -\varepsilon_{21}\varepsilon_{23}\\ -\varepsilon_{22}\varepsilon_{23} & (\varepsilon_{22}^2+\varepsilon_{23}^2-\varepsilon_{21}^2)/2 & -\varepsilon_{22}\varepsilon_{23}\\ -\varepsilon_{23}\varepsilon_{21} & -\varepsilon_{23}\varepsilon_{22} & (\varepsilon_{22}^2+\varepsilon_{23}^2-\varepsilon_{21}^2)/2\end{bmatrix}\tag{6}$$

$$\boldsymbol{A}_1=\left(\boldsymbol{I}-\frac{2\boldsymbol{\varepsilon}_1\boldsymbol{\varepsilon}_1^{\mathrm{T}}}{\|\boldsymbol{\varepsilon}_1\|^2}\right)=\frac{2}{\varepsilon_{11}^2+\varepsilon_{12}^2+\varepsilon_{13}^2}\begin{bmatrix}(\varepsilon_{12}^2+\varepsilon_{13}^2+\varepsilon_{11}^2)/2 & -\varepsilon_{11}\varepsilon_{12} & -\varepsilon_{11}\varepsilon_{13}\\ -\varepsilon_{12}\varepsilon_{11} & (\varepsilon_{11}^2+\varepsilon_{13}^2-\varepsilon_{12}^2)/2 & -\varepsilon_{12}\varepsilon_{13}\\ -\varepsilon_{13}\varepsilon_{11} & -\varepsilon_{13}\varepsilon_{12} & (\varepsilon_{11}^2+\varepsilon_{12}^2-\varepsilon_{13}^2)/2\end{bmatrix}\tag{7}$$

假设 Z_i^2为雷达站2对目标第 i 次测量后转化的直角坐标数据,Z_j^1为雷达站1对目标的第 j 次测量后转化的直角坐标数据,是一个 3×1 数组,把两次测量数据代入式(5),相减,可约去等号右边的第二项,为避免

多次测量数据之间的相关性,测得四组数据,便可得到如下矩阵方程组

$$[Z_2^2-Z_1^2 \quad Z_3^2-Z_1^2 \quad Z_4^2-Z_1^2]=R_2^{\mathrm{T}}A_2^{\mathrm{T}}A_1R_1[Z_2^1-Z_1^1 \quad Z_3^1-Z_1^1 \quad Z_4^1-Z_1^1]$$

令 $Z_2=[Z_2^2-Z_1^2 \quad Z_3^2-Z_1^2 \quad Z_4^2-Z_1^2]$,$Z_1=[Z_2^1-Z_1^1 \quad Z_3^1-Z_1^1 \quad Z_4^1-Z_1^1]$,可求得:

$$A_2^{\mathrm{T}}A_1=(R_2^{\mathrm{T}})^{-1}Z_2(R_1Z_1)^{-1}=R_2Z_2Z_1^{-1}R_1^{\mathrm{T}}: \tag{8}$$

求得 $A_2^{\mathrm{T}}A_1$ 后,根据矩阵元素之间的对应关系,可得到 6 个六元实数高次方程组,利用数值计算方法,可求得偏移量 ε_i 的大小,从而求得误差矩阵 A_2,A_1。上述计算过程可表示如下:

1)根据 P_1 点的大地坐标(λ_1,φ_1,h_1),由式(2)求得站 1 的坐标变换矩阵 R_1;

2)根据 P_2 点的大地坐标(λ_2,φ_2,h_2),由式(2)求得站 2 的坐标变换矩阵 R_2;

3)雷达站 1 对目标进行观测,4 次测量,得测量矩阵 Z_1;

4)雷达站 2 对目标进行观测,4 次测量,得测量矩阵 Z_2;

5)由式(6)、(7),计算矩阵 $A_2^{\mathrm{T}}A_1$;

6)根据式(8),求解矩阵 $A_2^{\mathrm{T}}A_1$;

7)由 2)、3)步的求解结果,根据元素对应关系,计算 $\varepsilon_1,\varepsilon_2$;

8)由 4)的结果,计算误差矩阵 A_2,A_1;

9)将 A_2,A_1 的计算结果,代入式(4),可求得误差修正过的坐标变换矩阵 $R_{实}$。

得到上述结果后,便可利用式(5)进行变换。

在上述计算过程中,地球椭球长半轴 a,短半轴 b,采用 1983 年 IUGG 推荐标准,$a=6\ 378\ 136$ m, $b=6\ 376\ 751$ m。对于一个系统,误差修正量的确定是事先计算确定的。在应用前,应根据上述导出的式子和计算过程,多次测量后,确定出误差矩阵,用于坐标的转换,提高转换精度。

4 结束语

本文在考虑地球自转、地形因素及重力作用的影响下,对计算用坐标系与实际存在的坐标轴的垂线偏差进行了分析、修正,给出了求解方法。克服了在利用地球模型进行坐标转换的各个过程中存在的系统误差,对于提高防空系统的坐标变换精度具有重要意义。

参考文献:

[1] 熊 介. 椭球大地测量学[M]. 北京:解放军出版社,1988.

[2] 张守信. GPS 卫星测量定位理论与应用[M]. 长沙:国防科技大学出版社,1996.

[3] 刘进忙,张晓刚. 基于经纬度的坐标变换及其在防空 C³I 系统中的应用研究[J]. 空军工程大学学报(自然科学版),2002,3(1):26-29.

(编辑:田新华)

A Method of System Error - correct Based on the Earth - Centered Coordinate Transform

LIU Jin - mang, ZHANG Xiao - gang, LIU Chang - yun

(The Missile Institute, Air Force Engineering University , Sanyuan, Shaanxi 713800, China)

Abstract: *In the course of the transform from spherical surface coordinates of radar's station to right - angle coordinates of the command center fulfilled by the earth - centered coordinate*, when the rotation of the earth and the factor of topography and the function of the gravity are considered. The model of the earth and the level surface of the earth are not a one. The coordinate axis and the reality lies the vertical warp. On the base of the analysis of the above factor, a method of error mending is found, and the course of the computing is given, it has a great sense on the improving the precision of the transform and has a use for reference for the further research on the large scale of the distributed system.

Key words: coordinate transformation; air - defense system; earth - centered coordinate