基于现代谱估计的互相关高斯随机序列的模拟产生

王　超，　吴德伟，　赵修斌，　陶晓燕
(空军工程大学 电讯工程学院，陕西 西安　710077)

摘　要:利用现代谱估计技术中的 Levinson - Durbin 递推方法来求解对序列相关值有所要求的 AR 自回归模型的各阶参数,并将所产生的原序列及其移位序列作为无线通信和雷达系统仿真中所需的互相关高斯随机序列,仿真结果证明了该方法的有效性。

关键词:相关系数;高斯分布;随机过程;现代谱估计

中图分类号:TN929.53　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1009 - 3516(2003)01 - 0074 - 03

在无线通信和雷达系统的仿真中,经常会遇到这样一类问题,即要产生出两条具有一定互相关系数的服从瑞利衰落的实或复的高斯信道,供各种算法仿真和系统模拟使用[1-2]，如研究相关信道对空时编码的影响时等情况[3-4]。由 2 个已经给定的随机过程(序列)求其相关系数比较好求,而反过来要求一定互相关系数的两个随机过程(序列)则显得较少涉及和难以处理,本文给出了一种模拟产生方法。

1　研究方法

两条独立的高斯随机信道的产生比较简单,而通过现代谱估计技术,可以由高斯白噪声序列产生出具有一定相关的高斯随机序列,并将该序列作为一个瑞利衰落的高斯随机序列;然后将产生出的序列进行移位后作为另一个瑞利衰落的高斯随机信号,由此可以得到自相关特性和互相关特性一致的色高斯分布的相关随机信道。根据现代信号处理理论和近代谱估计理论[5],相关高斯特性随机序列可以看作是均值为零的白高斯随机序列通过一个数字带通滤波器后的响应.模拟产生所要求的相关高斯随机序列,实际上就是要求设计出具有所需相关特性所对应的谱特性的数字滤波器。

假设白高斯随机序列 $w(n)$ 是广义平稳的随机过程,线性滤波器的冲激响应为 $h(n)$,则输出为 $x(n) = w(n) * h(n)$。若 $w(n)$ 和 $x(n)$ 的 z 变换为 $W(z)$ 和 $X(z)$,滤波器的冲激响应 $h(n)$ 的 z 变换即传递函数为 $H(z)$,则根据线性方程对随机信号的响应[2]有:

$$X(z) = H(z)W(z) \tag{1}$$

同时根据相关卷积定理和 z 变换的性质有:

$$\phi_{xx}(z) = \phi_{ww}(z)H(z)H(z^{-1}) \tag{2}$$

其中 $\phi_{xx}(z)$、$\phi_{ww}(z)$ 分别为 $x(n)$、$w(n)$的自相关函数的 z 变换表示。

将 $z = e^{jw}$代入,并用功率谱密度表示,上式成为:

$$P_{xx}(w) = |H(e^{jw})|^2 P_{ww}(w) \tag{3}$$

当 $w(n)$ 为均值为零,方差为 σ_w^2的白高斯序列时有:

$$|H(w)|^2 = P_{xx}(w)/\sigma_w^2 \tag{4}$$

因此,滤波器 $h(n)$的频域响应特性由所要求的杂波的相关功率谱特性决定,故可以利用滤波器的设计方法实现所要求的相关特性,从而模拟产生出相关的高斯序列。使用线性预测误差估计技术求出形成滤波

收稿日期:2002 - 06 - 17
基金项目:国家自然科学基金项目(60102005,60172028)
作者简介:王　超(1970 -),男,河南荥阳人,博士生,主要从事阵列信号处理,第三代移动通信中的智能天线技术,空时编码结合阵列信号处理技术在无线通信中的应用研究.

器的系数并产生相关高斯序列,相比于经典时域法、频域变换法,该方法充分利用了相关序列的相关特性和实际特性,因而有精度高、计算相对简单的优点[5]。

2　线性预测误差滤波器

如图 1 所示,设预测误差滤波器传递函数为 $H_e(z)$,则

$$E(z) = H_e(z) \cdot X(z) = 1 + \sum_{k=1}^{p} a_{pk} z^{-k} \qquad (5)$$

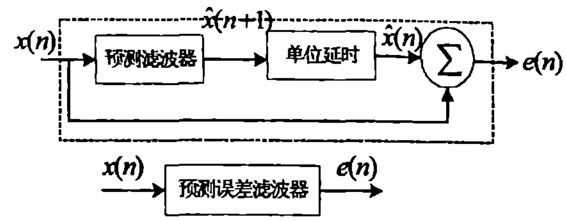

图 1　预测滤波器和预测误差滤波器

由数字信号处理理论可知,前述随机序列 $x(n)$ 的形成滤波器可以用一个 p 阶的 AR 自回归模型来描述,即 $x(n)$ 可认为由一白噪声序列激励一 p 阶的 AR 模型产生,该形成系统的传递函数为

$$H(z) = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^{p} a_{pk} z^{-k}} \qquad (6)$$

其功率谱密度为

$$P_{xx}(w) = \sigma_w^2 |H(w)|^2 = \left.\frac{\sigma_w^2}{|1 + \sum_{k=1}^{p} a_{pk} z^{-k}|^2}\right|_{z=e^{jw}} \qquad (7)$$

根据数字信号处理理论,当线性预测误差滤波器和形成滤波器均按 MMSE 准则求解时,预测误差滤波器 $H_e(z)$ 是 $x(n)$ 的形成系统 $H(z)$ 的逆滤波器。

其实上述线性预测误差滤波器的求解问题,就是 Yule - Walker 方程的求解问题。使用 Levinson - Durbin 算法对 Yule - Walker 方程提供了一个高效率的解法。Levinson - Durbin 递推算法步骤如下:

1)根据 $\{x_0, x_1, L, , x_{N-1}\}$ 计算 $x(n)$ 的自相关函数估计 $R_x(k)$,$(k = 0, 1, L, P_{max})$,P_{max},表示计算可能达到的最大阶数;

2)为了开始递推计算,当计算 $P = 1$ 的参数时,要利用如下初始条件:

$$a_{11} = \frac{R_x(1)}{R_x(0)} \qquad \sigma_1^2 = (1 - |a_{11}|^2) R_x(0) \qquad (8)$$

3)利用下式递推 $P = 2, 3 \Lambda P_{max}$ 时各阶 AR 模型的系数 $\{a_{p,k}\}$ 及预测误差 σ_P^2.

$$k_p = a_{p,p} = \frac{R_x(p) + \sum_{k=1}^{p} a_{p-1,k} R_x(p-k)}{\sigma_{p-1}^2} \qquad (9)$$

$$a_{p,k} = a_{p-1,k} + k_p a_{p-1,p-k}^{*}, \quad k = 1, 2, \cdots, p, \quad a_{p,0} = 1 \qquad (10)$$

$$\sigma_P^2 = (1 - |k_p|^2) \sigma_{p-1}^2 \qquad (11)$$

这种递推计算一直从 $p = 2$ 进行下去,直到所计算得到的预测误差的方差小于预先选择的门限要求值或者滤波器的阶数达到了预先确定的最大阶数为止。

这里由于已经有了事先要求序列具有的各种相关值,所以可以直接从第二步开始递推计算。当递推算法完成以后,便可以用一个白高斯噪声序列 $w(n)$ 通过该系统,产生出相应的相关高斯序列 $x(n)$ 。然后原序列 $x(n)$ 便和 $x(n)$ 的位移序列 $x(n-k)$ 构成了具有互相关系数 $R_x(k)$ 的两条高斯传输信道,便可供系统模拟和算法仿真使用。

3　仿真结果

假设在系统模拟或算法仿真时,需要考察两条互相关系数为 0.8,0.6,0.4,0.2 及互相独立的高斯随机信道(或是瑞利衰落信道)对各种仿真算法和系统性能的影响。则可以将所需要的这些互相关值作为形成滤波器 $H(z)$ 的输出 $x(n)$ 的自相关值(当然次序也可以调换)。

因为有 5 个自相关(互相关)值要考察,所以可以用 5 阶的 AR 自回归模型来由标准的白高斯随机序列来产生具有如上要求的高斯随机序列;使用 Levinson - Durbin 算法进行计算机仿真,这里由于已经有了事先

要求序列具有的各种相关值,便可以将它们作为 $x(n)$ 的序列移位相关值。所以可以直接从第二步开始递推计算;可以求得 1 -5 阶的 AR 模型系数 5 阶的 AR 模型采用上述权值在序列长度为 $N=1.2\times10^3$ 和 $N=1.2\times10^4$ 时所做的一次仿真结果如表 1 所示。

表 1　5 阶 AR 模型的一次仿真结果

相关值		$R(0)$	$R(1)$	$R(2)$	$R(3)$	$R(4)$	$R(5)$
理论要求相关值		1	0.8	0.6	0.4	0.2	0
仿真相关值	$N=1.2\times10^3$	1	0.820	0.619	0.417	0.210	0.010
	$N=1.2\times10^4$	1	0.801	0.604	0.398	0.179	0.009

由此可见,当序列长度为 $N=1.2\times10^4$ 时,5 阶 AR 模型模拟产生的随机序列的相关值已和我们所要求的值相当接近。由此可见,该方法是简单有效的。然后我们将 $x(n)$ 和 $x(n)$ 的移位序列 $x(n-1)$、$x(n-2)$、$x(n-3)$、$x(n-4)$、$x(n-5)$ 分别组成相关系数为 0.8、0.6、0.4、0.2 及 0(相互独立)的两条高斯随机信道序列,供通信和雷达系统仿真中考察相关信道对各种算法和系统的影响。

4　结论

通过利用现代谱估计技术求得的形成滤波器,可以由高斯白噪声序列产生出的具有一定自相关特性的高斯随机序列、自相关色高斯序列的移位序列构成新的色高斯随机序列,从而与原序列构成了互相关取自生成序列自相关函数值的两个具有一定互相关的高斯随机序列。这种方法产生的互相关高斯随机序列,其自相关不是 δ 函数形式,即每个序列自己并不是白高斯序列,有别于用混合搀杂法产生的具有一定互相关的白高斯随机序列,它们可以分别作为不同环境下的相关信道。

参考文献:

[1]　米切尔 R L[美]. 雷达系统模拟[M]. 陈训达. 北京: 科学出版社, 1982.
[2]　李仲令,曹世文,葛造坤. 现代通信系统仿真及应用[M]. 成都: 电子科技大学出版社, 1998.
[3]　Tarokh V, Naguib A, Seshadri N, et al. Space - Time Codes for High Data Rate Wireless Communications: Performance Criteria in Presence of Channel Estimation Errors, Mobility, and Multiple Paths[J]. IEEE Trans. Commun., 1999, 47(2): 199 - 207.
[4]　王　超, 张林让, 廖桂生, 等. 多相调制下的空时分组码性能分析[J]. 西安电子科技大学学报, 2002, 29(1):82 -86.
[5]　吴顺君. 近代谱估计方法[M]. 西安:西安电子科技出版社,1994.

(编辑:门向生)

The Simulation Generation of Correlated Gaussian Random Sequences Based on Modern Spectral Estimation

WANG Chao,　WU De - wei,　ZHAO Xiu - bin,　TAO Xiao - yan
(The Telecommunication Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710071, China)

Abstract: By utilizing the Levinson - Durbin algorithm of modern spectral estimation, the parameters of AR filter with demanded correlation spectrum can be obtained. The output of the filter with the input of white Gaussian random sequences, and its shift sequence then form a pair of Gaussian random sequences with the demanded correlation coefficients, which can meet the occasions of correlated Rayleigh fading channels in wireless communication and radar systems. Finally the validity of the method is proved by simulation results.

Key Words: correlation coefficient; gaussian distribution; random process; modern spectral estimation