

启发式最短路算法

杨建军, 龙光正, 高虹霓

(空军工程大学 导弹学院, 陕西 三原 713800)

摘要:提出了一种基于人工智能搜索技术和启发函数的启发式最短路算法,讨论了启发函数的建立原则,通过实例说明了启发式最短路算法提高搜索效率的程度。

关键词:算法;最短路;启发函数

中图分类号:O224 **文献标识码:**A **文章编号:**1009-3516(2002)06-0064-04

优化中的许多问题都可以归结为在定义的问题空间中,寻找从当前状态到目标状态的一条最短路,即在定义的问题空间中搜索一条最短路。

物资供应保障活动的基础之一是畅通的交通运输网络,正确选择和使用道路是决策者的重要任务之一。人工进行的选取过程耗费时间长、任务繁重、可调整性差,不能充分发挥交通运输网络的最大效能,已不能满足现代交通组织指挥的需求。

为满足日益增长的运输需求,研制交通运输网络选择辅助决策系统是解决这一问题的最佳途径,而这一辅助决策系统研制首先面临的问题是建立最短路最优算法。本文介绍在最短路算法中采用启发式函数提高搜索效率的启发式最短路算法。

1 问题的建模

研究任何问题首当其冲的是问题的描述(知识表示、建模)和问题如何求解(搜索)。实际中的交通运输网络的选取可以抽象为运筹学中的最短路问题。

运筹学中的最短路问题即寻求从初始点到目标点之间具有最小代价的路径。它的数学描述可表示为在出发地与目的地之间存在交通网络,即无向图 $G = (V, E, F)$ 。其中 V 为 m 个节点构成的点集; E 为 n 条边构成的边集; F 为各边的权值集。

这里权值指路权值或代价值,可以是每条边的长度或费用值,或是综合考虑了运输里程、时间、安全性、隐蔽性、运输消耗等因素的综合效用函数。

无向图 G 满足下列条件:

- 1) G 为简单图,即不含环和多重边;
- 2) 权值可加性,若路径为 $V_i \rightarrow V_k \rightarrow V_j$

则有

$$f_{i,j} = f_{i,k} + f_{k,j}$$

若出发地与目的地之间存在最短路 P^* , 则满足问题要求的解为 $\min F = \sum_{V_i, V_j \in P^*} f_{i,j}$ 。

我们知道,交通网络可以通过数据库表示为显式图或隐式图。数据库中储存节点、节点信息和节点之间的关系,根据节点及其关系即可绘制显式图。这里节点代表公路站点、铁路站点等,而弧则代表每一段路径的代价值。对于大型图采用显式图是不切实际的,对于无限图则是不可能的,此时需采用隐式图,即给出初始状态和操作集合,在搜索过程中逐步扩展整个问题空间。路径优化问题实际上可以表示为显式图或隐式

收稿日期:2002-03-27

基金项目:军队科研基金资助项目

作者简介:杨建军(1955-),男,河北阜平人,教授,主要从事后勤保障运筹研究和军事装备学研究。

图上从任一起始节点到任一目标节点的最小代价搜索问题。

2 求解算法的讨论

求解最短路的算法主要有动态规划最短路算法和 Dijkstra 最短路算法。

动态规划最短路算法能够得到全局最优解,但是动态规划最短路算法必须将问题恰当地划分为几个阶段,当网络维数较大时,容易发生维数灾难,使求解过程庞大到难以接受。对于大型网络来说,一是网络维数过大,二是阶段不易划分,因此,动态规划最短路算法是不适宜的。

Dijkstra 最短路算法的显著特点是从起点到终点所需搜索的节点较少,搜索效率较高。但 Dijkstra 最短路算法仍需要搜索所有的节点,对于一些简单问题,此方法尚可实用,但对于复杂问题,就有可能出现组合爆炸问题。

如果对于一棵树的状态空间,每一个节点有 b 个后继节点,共有 n 层,则第 n 层共有 b^n 个节点。当 $b = 35, n = 100$ 时, $35^{100} = 2.5 \times 10^{154}$,若计算每个节点花 1 ms,则计算全部节点需 10^{138} 年,这显然是无法接受的。此外,展开如此大的问题空间也无必要,因为对于确定问题的求解,对求解有帮助的节点不多。因此,应尽量减少搜索无用节点,在实际运算中即为少产生无用节点,即对待扩展的节点进行排序,以确定节点的扩展顺序。

在扩展节点时,可以利用与问题有关的信息来确定待扩展的节点的扩展顺序,以确定那些节点先扩展,那些节点不扩展,这类信息称为启发信息。利用启发信息可极大地简化搜索过程,减少所搜索的节点数。利用启发信息的搜索过程称为启发式搜索方法。

3 启发式函数

启发式搜索方法是利用对问题的了解和对问题求解过程和解的了解,寻求某种有利于问题求解的启发信息,将此信息加入到求解过程中去,对待扩节点进行排序,从而减少对无用信息的搜索,简化求解过程。对于最短路寻优问题,启发式信息大致有三种类型:

- 1) 能有效地帮助确定待扩展节点的信息,使待扩展节点最有可能在通向目标节点的最佳路径上,此类信息可作为启发式信息;
- 2) 在扩展一个节点的过程中,能有效帮助决定产生后继节点的信息,避免盲目地产生后继节点,这样的信息也可作为启发式信息;
- 3) 在扩展一个节点的过程中,能决定那一些节点将从搜索树上删除(剪枝)的信息,也可作为启发式信息。

利用启发信息对待扩节点进行排序,通常采用定义启发函数的方式进行。基于对问题的了解和对问题求解过程和解的了解,研究确定那些因素能更好地评价当前被搜索点的状态,评价该点通向目标节点的希望程度。将这些因素量化,根据这些因素对求解状态的影响程度,分析建立启发函数。

对于最短路寻优问题,可定义评价函数为

$$f(n) = g(n) + h(n)$$

其中, $g(n)$ 表示从初始节点 V_s 到节点 V_n 的实际消耗; $h(n)$ 表示从节点 V_n 到目标节点 V_g 的估计耗费, $h(n)$ 表示代表搜索过程中的启发信息,即启发函数。启发函数 $h(n)$ 依赖某种经验进行估计,经验来源于对问题的了解和对问题求解过程和解的认识,而对于这些特性的认识将可以极大地提高搜索效率。启发函数不能预先确定,它是经验性知识的反映,是对解的性质、最佳路径的一种估计。

设 $h^*(n)$ 是节点 V_n 到目标节点 V_g 的实际耗费,在计算未终止前, $h^*(n)$ 是未知的。当 $h(n) = 0$ 时,是盲目搜索,此时的搜索效率很低;当 $h(n) > h^*(n)$ 时,启发能力很强,所需扩展的节点大大减少,但可以证明此时算法不再是可采纳的,不能保证找到最佳路径;当 $h(n) = h^*(n)$ 时,搜索效率最高,但一般情况下,这是不可能达到的;一般情况下,取 $0 < h(n) \leq h^*(n)$,这样即可保证算法的可采纳性,又可极大地提高搜索效率。 $h(n)$ 的值越接近 $h^*(n)$,所需扩展的节点越少,搜索的效率越高。

在我们的研究中,对于最短路寻优问题,采用 $h(n)$ 正比于节点 V_n 到目标节点 V_j 的直线距离作为启发函数,两点间的直线距离在电子地图上是十分容易获得的,依据实际经验可知, $h(n)$ 必小于 $h^*(n)$ 。

启发函数定义为

$$h(n) = \lambda \cdot d(n, g)$$

式中: λ 为地形系数;

$d(n, g)$ 为节点 V_n 到目标节点 V_g 的直线距离。

$$d(n, g) = \sqrt{(x_n - x_g)^2 + (y_n - y_g)^2}$$

x_n, y_n 为节点 V_n 的地理坐标;

x_g, y_g 为节点 V_g 的地理坐标。

一般来说,两点间的直线距离越大,则实际的最优道路也越长,地形越复杂;则道路越弯曲,迂回程度就越大,因此我们采用地形系数 λ 来描述这种影响因素。地形系数 λ 的取值见表 1。

表 1 地形系数

地形	平原	山地	水网	高原
λ	1.1	2.0	1.2	1.5

4 实际算例

在实际算例中,采用上述的 Dijkstra 最短路算法并引入启发函数,形成启发式最短路算法,依据启发式最短路算法的思路编制计算机程序,程序框图见图 1。

在算法中,采用上边所讨论的评价函数定义待扩展节点的排序,在此基础上再引入距离限制原则以进一步给出减少扩展节点的启发性信息。

距离限制原则是利用已知的路径信息,判断待扩展节点是否小于已知路径的距离,若小于已知路径的距离,则进行扩展,否则不予扩展,从而进一步减少扩展的节点数。

设 d_{sg} 表示从起始节点 V_s 到目标节点 V_g 之间的一条已知路径的距离,节点 V_n 位于 V_s 到 V_g 的最短路径上, $d(i, j)$ 表示节点 V_i 到节点 V_j 之间的直线距离, $d^*(i, j)$ 表示节点 V_i 到节点 V_j 之间的最短路距离,则有下列不等式:

$$d(s, n) + d(n, g) \leq d^*(s, n) + d^*(n, g) = d^*(s, g) \leq d_{sg}$$

在扩展一个节点的后继节点时,依据上述不等式进行判断,满足不等式的后继节点进行扩展,否则就不扩展。采用距离限制原则可大大减少扩展的节点数,进一步提高搜索效率。

在研究中采用陕西交通网络图作为验证计算网络,所采用的陕西交通网络图总共有 24 个节点。验证计算结果见表 2。

表 2 计算结果

搜索起点	搜索终点	耗费值	无启发函数时搜索步数	有启发函数时搜索步数	无启发函数时搜索节点数	有启发函数时搜索节点数
武功	蒲城	173	587	62(10.6%)	1 776	193(10.9%)
乾县	华县	157	302	38(12.6%)	919	108(11.8%)
富平	乾县	140	214	31(14.5%)	647	103(15.9%)
旬邑	大荔	176	177	21(11.9%)	529	64(12.1%)
永寿	渭南	151	117	17(14.5%)	334	52(15.6%)
礼泉	阎良	106	59	19(32.2%)	173	59(34.1%)

表 2 第 5 列和第 7 列括号中的数字表示有启发函数时搜索步数和搜索节点数比无启发函数时搜索步数和搜索节点数减少的百分比。

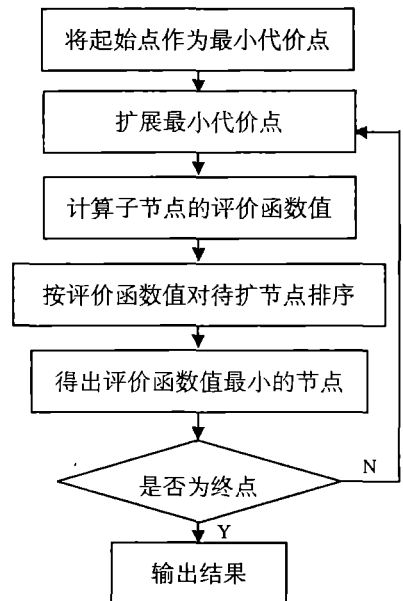


图 1 程序框图

从表2的计算结果可看出,采用启发式最短路算法可极大地提高计算效率,减少搜索的节点数。有启发函数时搜索步数和搜索节点数比无启发函数时搜索步数和搜索节点数最大减少约90%。当搜索的步数和搜索的节点数越多时,采用启发函数的效果越明显。由此可看出采用启发函数可极大地提高搜索效率。

5 结束语

采用启发函数可极大地提高搜索效率已被人们广泛认识,求解的关键在于如何选择和构建启发函数。正确选择和构建启发函数的基础在于对问题的了解和对问题求解过程和解的了解,只有对问题进行了充分地研究,对问题求解过程和解的形式有了充分地了解,方可依据实际经验选择和构建适宜的启发函数。

对于大型网络的搜索采用启发函数已是被广泛接受的事实,对于巨型网络的搜索如果不采用启发函数,其搜索的计算过程将是无法接受的。

在本文的研究中提出了帮助有效地确定待扩展节点的启发函数,从而使待扩展节点最有可能在通向目标节点的最佳路径上。进一步的研究还应构建能有效帮助确定产生后继节点的启发函数和删除无用节点的启发函数,从而避免盲目地产生后继节点和提前删除无用节点,以进一步简化求解过程。

启发式搜索算法是目前广为研究的求解大型网络的实用算法,是将人工智能原理引入搜索算法的产物。随着人们研究的深入,启发式搜索算法的应用将更为广泛。

参考文献:

- [1] 胡桐清. 人工智能军事应用教程[M]. 北京:军事科学出版社,1999.
- [2] 蔡自兴,徐光右. 人工智能及其应用(第二版)[M]. 北京:清华大学出版社,1996.
- [3] 杨建军,郭乃林. 运输问题时间优化算法[J]. 中国管理科学,1999,7(4):22-28.
- [4] 高虹霓,杨建军. 基于模糊 AHP 的道路选优评价方法研究[J]. 空军工程大学学报(自然科学版),2001,2(2):82-84.
- [5] 郭乃林,杨建军. 受时间约束的运输问题分析及其简化[J]. 西北大学学报,1999,29(6):82-84.
- [6] 龙光正. 战役后方道路选优辅助决策研究[D]. 西安:空军工程大学导弹学院,2000.
- [7] 高虹霓. 物资供应道路选择最优算法研究[D]. 西安:空军工程大学导弹学院,2001.

(编辑:田新华)

Elicitation Minimum Path Algorithm

YANG Jian - jun, LONG Guang - zheng, GAO Hong - ni

(The Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan, Shaanxi 713800, China)

Abstract: Based on the searching technique and elicitation function of artificial intelligence, an elicitation minimum path algorithm is studied in this paper. The establishing principle of elicitation function is discussed. The improvement in searching efficiency by using elicitation minimum path algorithm is presented through an example.

Key Words: algorithm; minimum path; elicitation function