

# 一种基于改进型 KALMAN 滤波器的目标定位算法

王银坤, 肖明清

(空军工程大学 工程学院, 陕西 西安 710038)

**摘要:**在以常规卡尔曼滤波器为基础的各种跟踪算法中,要求精确的模型和噪声统计,但在实际系统中,大多数情况不能满足上述要求。给出了考虑初始条件不精确性的改进型 Kalman 滤波器表达式,并在引入速度量测信息的基础上,运用该滤波方法进行空间目标二维定位。Monte Carlo 仿真表明该方法降低了对模型精度的要求,在工程上是可行的。

**关键词:**改进型卡尔曼滤波;二维定位;定位算法;精度分析

**中图分类号:**V24;TN953 **文献标识码:**A **文章编号:**1009-3516(2002)05-0017-04

在电子对抗的环境下,强烈的电磁干扰使得双基地雷达中的发射/接收(T/R)站和被动接收(R)站的数据不能同时获得,如何利用单站数据对目标进行空间定位就显得非常重要。由于双基地雷达往往采用两坐标雷达,只能获得两个观测量的数据,因而在通常意义下是无法对三维空间目标进行定位的。用目标方位角和斜距两个观测量只能得到一条定位线,在设定高度条件下才能推算目标的水平位置<sup>[1]</sup>。对高度的这种处理给二维定位带来了误差,尤其对于近距离目标,鉴于目标设定高度的精确性有限,引入的误差将成为影响定位精度的主要因素。另外,实际应用系统中的噪声统计模型及初值也不容易精确给出。从这里可以看出,模型的精确性有限,而常规卡尔曼滤波器有一大缺点,它要求精确的模型和噪声统计,因此常规卡尔曼滤波器难以解决此时的空间目标定位问题。文献[2]提出了一种考虑初始条件不精确性的改进型 Kalman 滤波器,鉴于它对模型精度要求不高的优点,本文利用其进行空间目标的定位。

无论是连续时间系统,还是离散时间系统,在稳态条件下,最优 Kalman 滤波器特性并不由初始条件的不精确性而改变。文献[2]表明,考虑 Kalman 滤波器初始条件的不精确性时,Kalman 滤波器初始条件不是系统初始状态的均值,所以最优性必须根据估计误差均值和估计误差的协方差来实现。

## 1 改进型 Kalman 滤波算法

下面给出考虑初始条件不精确性的改进型 Kalman 滤波器表达式。

对于一个线性离散系统

$$X_k = \Phi_{k,k-1} X_{k-1} + G_{k,k-1} W_{k-1} \quad (1)$$

$$Z_k = H_k X_k + V_k \quad (2)$$

并且,

$$E\{X_0\} = \bar{X}_0, E\{[X_0 - \bar{X}_0][X_0 - \bar{X}_0]^T\} = C_{X_0} \quad (3)$$

式中: $X_k$ 为  $n$  维状态向量, $Z_k$ 为  $m$  维测量向量, $\Phi_{k,k-1}$ 为系统状态一步转移矩阵, $G_{k,k-1}$ 为系统噪声矩阵, $H_k$ 是系统的测量矩阵。 $W_k \in R^r$ 和  $V_k \in R^m$ 是不相关的高斯零均值白噪声, $Q_k$ 和  $R_k$ 分别是它们的协方差阵。状态一步预测方程为

$$\hat{X}_{k/k-1} = \Phi_{k,k-1} \hat{X}_{k-1/k-1} \quad (4)$$

收稿日期:2001-11-22

作者简介:王银坤(1977-),男,湖北孝感人,硕士生,主要从事机载导弹飞行控制与故障检测研究;

肖明清(1963-),男,湖南常德人,教授,博士生导师,主要从事飞行器控制、制导、武器系统故障检测等方面的研究。

式中:滤波器初始值为  $\hat{X}_{0/0}$

Kalman 滤波器为

$$\hat{X}_{k/k} = \hat{X}_{k/k-1} + K_k [Z_k - H_k \hat{X}_{k/k-1}] \tag{5}$$

设估计误差为  $e_k = X_k - \hat{X}_{k/k}$ , 其满足方程

$$e_{k+1} = [\Phi_{k+1} - K_k H_k] e_k + G_k W_k - K_k V_k \tag{6}$$

因为  $W_k$  和  $V_k$  是零均值白噪声随机过程, 所以估计误差均值满足下列方程:

$$\begin{cases} \bar{e}_{k+1} = [\Phi_{k+1} - K_k H_k] \bar{e}_k \\ \bar{e}_0 = \bar{X}_0 - \hat{X}_{0/0} \end{cases} \tag{7}$$

如果滤波器初始条件等于系统初始条件的均值, 即  $\bar{e}_0 = 0$ , 在这种假设条件下, 最优滤波器增益为

$$K_k = P_{k/k-1} H_k^T (H_k P_{k/k-1} H_k^T + R_k)^{-1} \tag{8}$$

此时状态一步预测误差协方差阵方程为

$$\begin{cases} P_{k/k-1} = \Phi_{k,k-1} P_{k-1/k-1} \Phi_{k,k-1}^T + G_{k-1} Q_{k-1} G_{k-1}^T \\ P_{0/0} = C_{X_0} \end{cases} \tag{9}$$

估计误差协方差阵方程:

$$P_{k/k} = (I - K_k H_k) P_{k/k-1} (I - K_k H_k)^T + K_k R_k K_k^T \tag{10}$$

在实际系统中, 若  $\bar{e}_0 = \text{const} = E_0 \neq 0$ , 或已知其概率分布, 假设为正态分布,  $e_0 \sim N(0, \sigma)$ 。记  $\bar{P}_k = \bar{e}_k \bar{e}_k^T$ , 常规卡尔曼滤波器估计误差的协方差阵为  $P_{k/k}$

定义  $S_{k/k} = \bar{P}_k + P_{k/k}$ , 则其满足方程:

$$S_{k/k} = (I - K_k H_k) S_{k/k-1} (I - K_k H_k)^T + K_k R_k K_k^T \tag{11}$$

状态一步预测误差协方差阵方程为

$$\begin{cases} S_{k/k-1} = \Phi_{k,k-1} S_{k-1/k-1} \Phi_{k,k-1}^T + G_{k-1} Q_{k-1} G_{k-1}^T \\ S_{0/0} = C_{X_0} + E_0 E_0^T \end{cases} \tag{12}$$

此时, 最优滤波器增益为

$$K_k = S_{k/k-1} H_k^T (H_k S_{k/k-1} H_k^T + R_k)^{-1} \tag{13}$$

可以看出, 式(11)与(10), 式(12)与(9), 式(13)与(8)具有相同的形式, 滤波器初始条件的不精确性仅仅改变滤波器误差协方差的初始条件。它只影响瞬态响应, 对稳态响应不产生影响。

## 2 跟踪原理及算法

设雷达站测得目标斜距和方位角  $\beta$  信息, 假设目标水平距离为  $r_z$ , 如图 1 所示。目标定位方程为

$$\begin{cases} x = r_z \sin \beta \\ y = r_z \cos \beta \end{cases} \tag{14}$$

式中:  $r = \sqrt{r_z^2 + h^2}$ ,  $h$  为设定的目标高度。许多已有的研究证明, 运用这一定位模式可以实现对目标的定位, 但由于高度假设不准而引入了误差, 使得该模式在实际应用中受到影响。为此, 通过对式(14)的两个方程进行简单的变换, 并引入速度量测信息, 对目标的定位就显得比较容易实现了。

由式(14)容易看出,

$$x \cos \beta - y \sin \beta = 0 \tag{15}$$

为简单起见, 不妨认为目标在如图 2 所示的  $X'O'Y'$  平面内作匀速直线运动。这样做对于空间目标二维定位来说, 不失一般性。

在图 2 中,

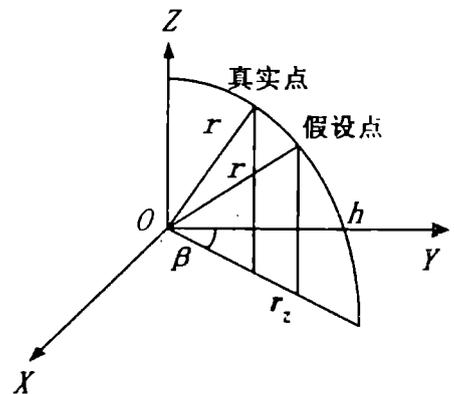


图 1 目标位置示意图

$$\Delta r = r(t + \Delta t) - r(t) \tag{16}$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = x\dot{x} + y\dot{y} \tag{17}$$

故

$$r = x\dot{x} + y\dot{y} = x\sin\beta + y\cos\beta \tag{18}$$

取状态向量  $X_i = [x_i \ y_i \ \dot{x}_i \ \dot{y}_i]^T$ , 则式(15)、(18)可整理成矩阵方程

$$Z_i = H_i X_i \tag{19}$$

其中,  $Z_i = [0 \ r_i]^T$

$$H_i = \begin{bmatrix} \cos\beta_i & -\sin\beta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin\beta_i & \cos\beta_i \end{bmatrix}$$

目标作匀速直线运动, 则目标动态模型为

$$X_i = \Phi(i, i-1)X_{i-1} + Gw_i \tag{20}$$

式中:  $\Phi(i, i-1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T & 0 \\ 0 & 1 & 0 & T \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $G = \begin{bmatrix} T^2/2 & 0 \\ 0 & T^2/2 \\ T & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix}$ ,  $E\{w_i\} = 0$ ,  $E\{w_i w_j^T\} = q \delta_{ij}$ , 一般取  $q = 10^{-4} \delta_{ij}$  为

Kronecker 标记符。

式(19)、(20)即为引入速度量测信息后的目标量测方程与运动方程。为便于滤波处理, 现将量测方程(19)伪线性化, 得

$$Z_i = H_{mi} X_i + v_i \tag{21}$$

其中  $H_{mi}$  及  $v_i$  分别为含有噪声的量测矩阵和等效的测量噪声, 在这里取  $v_i = [v_{\beta_i} \ v_r]^T$ , 而  $H_{mi}$  与  $H_i$  具有相同的形式, 即

$$H_{mi} = \begin{bmatrix} \cos\beta_{mi} & -\sin\beta_{mi} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin\beta_{mi} & \cos\beta_{mi} \end{bmatrix} \tag{22}$$

这里,  $\beta_{mi}$  为含有噪声的角度测量量,  $v_{\beta_i}$ 、 $v_r$  分别为测量误差, 并假设它们是互不相关的高斯零均值白噪声, 从而测量噪声的协方差阵为

$$R_i = E[v_i v_i^T] = \begin{bmatrix} E[v_{\beta_i}^2] & 0 \\ 0 & E[v_r^2] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{\beta}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_r^2 \end{bmatrix} \tag{23}$$

根据方程(20)、(21), 结合改进型 Kalman 滤波器方程(4)、(5)、(11)、(12)、(13), 可以得出任一时刻的状态估计值

$$\hat{X}_i = [\hat{x}_i \ \hat{y}_i \ \hat{\dot{x}}_i \ \hat{\dot{y}}_i]^T \tag{24}$$

### 3 仿真实验

量测误差:  $\sigma_{\beta} = 0.2^\circ$ ,  $\sigma_r = 0.1 \text{ km}$ ; 目标初始状态:  $X_0 = [70\ 000 \ 35\ 500 \ -350 \ 250]^T$ 。定位误差函数取水平距离误差  $D = \sqrt{(x_{Ti} - \hat{x}_i)^2 + (y_{Ti} - \hat{y}_i)^2}$ 。

设采样周期  $T = 1 \text{ s}$ ,  $E_0 \sim N(0, \sigma)$ , 其方差  $\text{diag}(100, 100, 1, 1)$ ,  $C_{X_0} = \text{diag}(10\ 000, 10\ 000, 9, 9)$ , 300 次 Monte Carlo 实验的仿真结果见图3、图4。

图3为目标跟踪误差曲线, 其中曲线 a1、a2 的滤波器初始条件  $\hat{X}_{0,0}$  分别取为  $[70\ 400 \ 35\ 000 \ 0 \ 0]^T$  和  $[69\ 300 \ 35\ 000 \ 0 \ 0]^T$ 。图4中的 a1、a2 为与之相对应的目标水平方向上的定位曲线, a3 为目标真实运动轨迹。可以看出, 运用该算法, 在一定的误差范围内可以快速实现对运动目标跟踪定位。另外, 笔者还尝试改变滤波器初始条件, 系统的等效噪声等, 都无一例外地表明该方法是可行的。

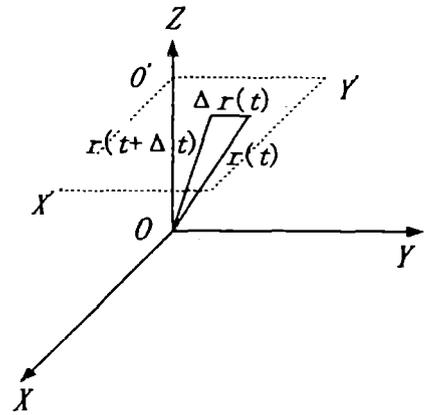


图2 目标运动示意图

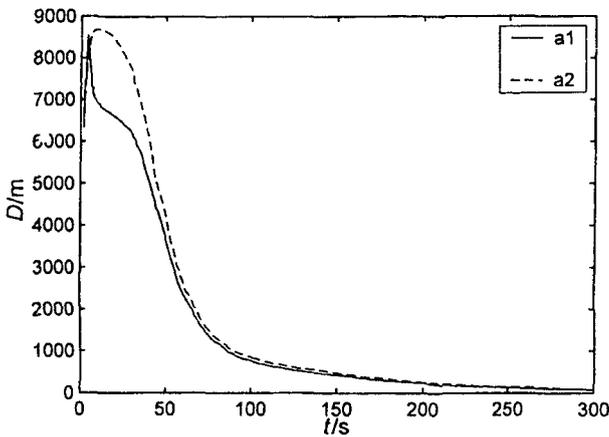


图3 目标跟踪误差曲线

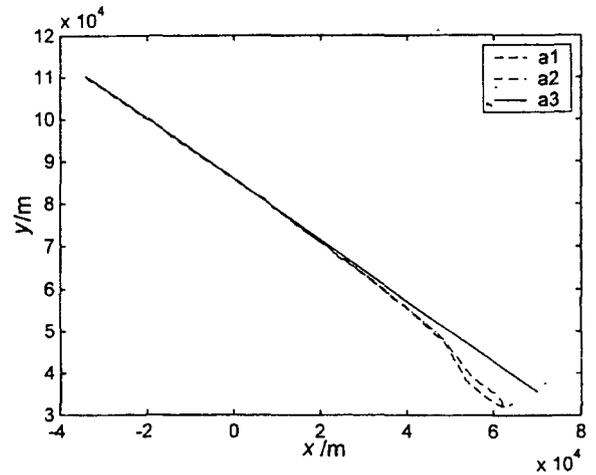


图4 目标水平方向定位曲线

## 4 结束语

本文提出的基于改进型 KALMAN 滤波器的单站雷达空间目标定位算法降低了对模型精度的要求,具有对初值选取不敏感的优点,能快速稳定地实现对目标二维定位,建议在该算法的工程化方面开展实质性工作。最后需要指出的是,文中的仿真结果仅给出:在一定误差范围内,初始条件的误差对目标的快速定位没有影响。而对于该误差范围的量化,则有待于在今后的工作中作进一步的探讨、研究。

### 参考文献:

- [1] GAJIC Z, BOKA J. Kalman filter error due to inaccuracy in filter's initial condition[J]. Journal of Dynamic System, Measurement, and Control. 1997, (1): 119 - 122.
- [2] 孙仲康,周一宇,何黎星. 单多基地有源无源定位技术[M]. 北京:国防工业出版社,1996.
- [3] 李伟仁,谢希权. 机载导弹武器系统[M]. 西安:空军工程大学工程学院,1999.
- [4] 张安,周志刚. 航空综合火力控制原理[M]. 西安:西北工业大学出版社,1997.

(编辑:姚树峰)

## A Location Algorithm of Target Based on Improved Kalman Filter

WANG Yin - kun, XIAO Ming - qing

(The Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

**Abstract:** Accurate model and noise statistics are required in many tracking algorithms in existence based on the traditional Kalman filter which can't be satisfied in engineering application. In this paper an improved Kalman filter considering the inaccuracy in the filter's initial condition is presented, and by introducing velocity measurement, the method of the location with two coordinates to space target is given. Finally, a computer simulation shows the algorithm can help to lower the requirement of model's accuracy and is practical.

**Key words:** improved kalman filter; location with two coordinates; location algorithm; accuracy analysis