

FFT 及相关函数在电气参数测量中应用

韩建定, 严东超, 韩亚红
(空军工程大学 工程学院, 陕西 西安 710038)

摘要:给出了用 FFT 变换和相关函数法来测量两个周期信号之间相位差的两种方法,并在实际测量中进行了应用,证明对测量相位差是行之有效的方法。

关键词:FFT 变换;相关函数;相位差

中图分类号:V241.07 **文献标识码:**A **文章编号:**1009-3516(2002)04-0051-02

在现代测控系统中,经常会遇到测量二个周期信号相互之间相位差的问题,如在三相交流电系统中,用电设备均对三相交流供电的相位有一定的要求,必须能实时地监控其每相相位。又如在交流电源系统中经常会要求测量功率因数或感性负载中感抗、容性负载中容抗的值,这实际上也就是要求出电压、电流这二个信号之间的相位差。通常测量相位差通过测量二个信号过零的时间差来测量,本文介绍用 FFT 法和相关法来测量相位差的方法,并在实际测量中进行了应用。

1 数学模型的建立

1.1 FFT 谱分析测相位

在有限区间 $(t, t+T)$ (t 为任意时刻, T 为周期) 内绝对可积的任一周期函数 $x(t)$, 其傅氏级数展开式为 $x(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos n\omega t + \sum_{n=0}^{\infty} b_n \sin n\omega t = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t)$ 。傅氏系数为 $a_n = \frac{2}{T} \int_t^{t+T} x(t) \cos n\omega t dt$; $b_n = \frac{2}{T} \int_t^{t+T} x(t) \sin n\omega t dt$ 。根据三角函数两角和正弦公式得 $x(t) = x_0 + \sum_{n=1}^{\infty} x_n \sin(n\omega t + \varphi_n)$ 。并且 $x_0 = \frac{a_0}{2}$; $a_n = x_n \sin \varphi_n$; $b_n = x_n \cos \varphi_n$ 。于是 $\varphi_n = \arctan \frac{a_n}{b_n}$ 。只要求出傅立叶系数 a_n 、 b_n , 则可求出任意波形的相位 φ_n 。

1.2 相关函数法测相位差

设同频信号 $x(t)$ 、 $y(t)$ 的相位差为 φ , 则有 $x(t) = A \sin \omega t$; $y(t) = B \sin(\omega t + \varphi)$ 。其中 A 、 B 为 $x(t)$ 、 $y(t)$ 幅值。

1.2.1 互相关函数

信号 $x(t)$ 、 $y(t)$ 的互相关函数 $R_{xy}(\tau)$ 的估计值为 $\hat{R}_{xy}(\tau) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)y(t+\tau) dt = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} AB \sin \omega t \sin[\omega(t+\tau) + \varphi] dt$ 。当 $\tau=0$ 时, $\hat{R}_{xy}(0) = \frac{AB}{2} \cos \varphi$; $\varphi = \arccos \frac{2\hat{R}_{xy}(0)}{AB}$ 。

1.2.2 自相关函数

信号 $x(t)$ 的自相关函数为 $\hat{R}_x(\tau) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)y(t+\tau) dt$ 。当 $\tau=0$ 时, $\hat{R}_x(0) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x^2(t) dt = \frac{A^2}{2}$ 。则 $A = \sqrt{2\hat{R}_x(0)}$ 。同理, $B = \sqrt{2\hat{R}_y(0)}$ 。于是 $\varphi = \arccos \frac{\hat{R}_{xy}(0)}{\sqrt{\hat{R}_x(0)\hat{R}_y(0)}}$ 。其中 $\hat{R}_x(0) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x^2(t) dt$; $\hat{R}_y(0) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} y^2(t) dt$ 。

收稿日期:2001-06-20

作者简介:韩建定(1971-),男,浙江余姚人,讲师,主要从事航空电气检测、故障诊断研究;
严东超(1960-),男,陕西西安人,教授,主要从事航空电气检测、故障诊断研究。

$\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} y^2(t) dt; \hat{R}_{xy}(0) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)y(t) dt$ 。因此,求出两信号各自的自相关及其互相关函数在 $\tau=0$ 时的估计值,则可求出相位差 φ 。

2 连续信号的离散化

对连续周期信号 $x(t)$ 、 $y(t)$ 进行连续采样,则连续信号变为离散信号序列,通过对数据的过零点进行分析得到一个周期内的离散序列: $x(0), x(1), x(2), \dots, x(N-1); y(0), y(1), y(2), \dots, y(N-1)$ 。

2.1 傅立叶系数的离散化

傅立叶系数 a_n, b_n 离散时间表达式如下, $a_n = \frac{2}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x(i) \cos(\frac{2\pi n}{N} i); b_n = \frac{2}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x(i) \sin(\frac{2\pi n}{N} i)$ 。式中 n 为谐波谱线序号, i 为采样点序号。若只考虑基波幅值及相位,即 $n=1$,得到基波相位 $\varphi_1 = \arctan(a_1/b_1)$

2.2 相关函数的离散化表示

经离散化处理后,得到 $\hat{R}_x(0) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x^2(i); \hat{R}_y(0) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} y^2(i); \hat{R}_{xy}(0) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x(i)y(i)$ 。

3 检测的实现

根据上述思路,用变压器对市电进行降压后,对一阻容串联电路进行试验。在计算机上采用研华的 PCLD-813B A/D 采集卡对电压 u_1, u_2 进行了采样(u_1 为变压器付边绕组输出电压, u_2 为电阻两端电压),经过过零点处理后,在一个周期内, u_1, u_2 分别采集到 80 个数据。根据表 1 数据,用 FFT 谱分析的方法,经计算得 φ 角为 17.60° 。用相关法,经计算后得 φ 角为 17.60° 。

表 1 测试结果

u_1	0.0	2.1	4.3	6.5	...	-8.6	-6.5	-4.3	-2.1
u_2	0.5	10.6	12.6	14.5	...	-0.05	2.1	4.3	6.4

实际测量电路参数如下:变压器付边绕组输出电压为 20.0 V, 50.0 Hz 的交流电,电容 C 为 1.01 μF ,电阻为 9.901 K,用电路分析方法得 $\varphi = \arctan[1/(2 \times 3.14fcR)] = 17.66^\circ$ 。

4 结论

若以电路参数测试求得 φ 角为标准,则用 FFT 谱分析、相关法计算所得 φ 角误差为: $\rho = (17.60 - 17.66)/17.66 \times 100\% = -0.34\%$ 。

本实验所采用 A/D 卡为 12 位、25 kHz 采样频率的采集卡,若进一步提高 A/D 卡的采集精度及转换频率,那么所测出来相位差精度还可以进一步提高。

参考文献:

- [1] 刘君华. 现代检测技术与测试系统设计[M]. 西安:西安交通大学出版社,1999.
[2] 陈坚. 实用 Visual C++ 编程大全[M]. 西安:西安电子科技大学出版社,2000.

(编辑:姚树峰)

Application of FFT and Correlated Function in Electric Parameter Measurement

HAN Jian-ding, YAN Dong-chao, HAN Ya-hong

(The Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710038, China)

Abstract: This paper presents two methods of using FFT converter and correlated function to measure the phase difference between two periodical signals. And through practical application, it proves that the two methods are effective in measuring phase difference.

Key words: FFT converter; correlated function; phase difference