

一种夹层板结构的动力有限元方法

毕波¹, 于伯毅¹, 徐干成²

(1. 空军工程大学 工程学院, 陕西 西安 710038; 2. 空军工程设计研究局, 北京 100077)

摘要:针对夹层结构形式以及求解结构总体响应的特殊性,基于 Прусаков - 杜庆华理论,考虑夹层板的剪切变形并计入芯层的横向变形,建立了等效单层模型并推导了有限元动力学方程,通过计算某型夹层板结构防护门在突加线性爆炸荷载作用下弹性范围内的整体动力响应,表明该方法有效可行。

关键词:夹层结构; 横向变形; 等效单层模型; 整体动力响应; 有限元法

中图分类号: TU359 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009 - 3516(2002)03 - 0077 - 04

随着现代战争与科学技术的发展,许多新型结构形式和优良材料应用于防护工程。爆炸荷载作用下,复合材料夹层板结构显示出良好的工作性能,它不仅构造简单、重量轻,而且能充分发挥面层和芯层的力学性能:面层主要承受爆炸冲击波形成的弯曲荷载,芯层产生较大的横向变形,消耗更多的冲击波的能量。这样,改变了传统的防护模式,化“刚性抵抗”为“柔性抵抗”。试验证明,该结构形式既可有效抵抗爆炸冲击波,又可防止结构产生过大的刚体位移等非强度破坏。爆炸荷载作用下,有些防护结构通常以位移响应作为控制参数,而不需精确地确定层内应力。为此,本文探讨了此类夹层结构的计算方法。

1 夹层板理论

1.1 基本假设 (Прусаков - 杜庆华理论)^[1]

- 1) 面层为弹性薄板;
- 2) 芯层内 $\sigma_x = \sigma_y = \tau_{xy} = 0$, 并考虑横向剪切变形效应;
- 3) 正交于芯层中面的法线在变形后仍为直线,但不再正交变形后的芯层中面,相对转角为 θ_x 和 θ_y 。

1.2 位移模式^[2]

设结构上下两面层为等厚弹性薄板,芯层较厚且较软。取芯层中面为坐标面 xoy , 如图 1 所示。设面层位移为式(1)(角标 \mp 分别表示上下面层)。

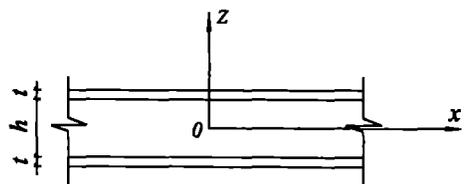


图 1 夹层板结构简图

$$\left. \begin{aligned} u^\pm &= \mp \frac{1}{2}(h+t)\theta_x - (z \mp \frac{h+t}{2}) \frac{\partial \omega_0}{\partial x} \\ v^\pm &= \mp \frac{1}{2}(h+t)\theta_y - (z \mp \frac{h+t}{2}) \frac{\partial \omega_0}{\partial y} \\ w^\pm &= \omega_0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

令 $\omega = \omega_0 - \omega_0$ (ω_0 为芯层中面的挠度), 考虑位移连续条件, 设芯层位移为。

$$\left. \begin{aligned} u^c &= -z \left(\frac{h+t}{h} \theta_x - \frac{t}{h} \frac{\partial \omega_0}{\partial x} \right) \\ v^c &= -z \left(\frac{h+t}{h} \theta_y - \frac{t}{h} \frac{\partial \omega_0}{\partial y} \right) \\ w^c &= \omega_0 - \left(1 - \frac{4z^2}{h^2} \right) \omega \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

几何方程及物理方程为弹性理论普遍方程。

2 动力有限元分析

2.1 单元模型及形函数

采用等效单层板的力学模型,即通过在整体板厚方向引入位移假设,并假定层与层之间完全连接,用一种等价的单层板代替夹层板^[3]。该等效单层板的刚度和质量由各层板合成。

采用九节点四边形等参单元,单元节点编号及局部坐标如图2所示。

令 $\xi_0 = \xi_i \xi$, $\eta_0 = \eta_i \eta$ ($i=1, 2, \dots, 9$)

$$N_i = \left[\frac{\xi_0(1+\xi_0)}{2} + (1-\xi^2)(1-\xi_i^2) \right] \cdot \left[\frac{\eta_0(1+\eta_0)}{2} + (1-\eta^2)(1-\eta_i^2) \right] \quad (3)$$

坐标变换公式:

$$\left. \begin{aligned} x &= \sum_{i=1}^9 N_i x_i \\ y &= \sum_{i=1}^9 N_i y_i \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

单元内各点的广义位移用节点位移值进行插值,即

$$\left. \begin{aligned} \theta_x &= \sum_{i=1}^9 N_i \theta_{xi} \\ \theta_y &= \sum_{i=1}^9 N_i \theta_{yi} \\ \omega_0 &= \sum_{i=1}^9 N_i \omega_{0i} \\ \omega &= \sum_{i=1}^9 N_i \omega_i' \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

2.2 单元位移表达

令 $\{f\} = \{u \ v \ w\}^T$, $\{\delta_i\} = \{\theta_{xi} \ \theta_{yi} \ \omega_{0i} \ \omega_i'\}^T$, 由公式(2)和(3)的位移模式,有

$$\{f\} = \sum_{i=1}^9 [N_i] \{\delta_i\} \quad (6)$$

式中, $[N_i]$ 为形函数矩阵, $\{\delta_i\}$ 为节点位移列阵(对于面层, $\{\delta_i\}$ 阵只有前三项)。

面层:

$$[N_i] = \begin{bmatrix} \mp \frac{1}{2}(h+t)N_i & 0 & -(z \mp \frac{h+t}{2})N_{i,x} \\ 0 & \mp \frac{1}{2}(h+t)N_i & -(z \mp \frac{h+t}{2})N_{i,y} \\ 0 & 0 & N_i \end{bmatrix} \quad (7)$$

芯层:

$$[N_i] = \begin{bmatrix} -z \frac{h+t}{h} N_i & 0 & 0 & z \frac{t}{h} N_{i,x} \\ 0 & -z \frac{h+t}{2} N_i & 0 & z \frac{t}{h} N_{i,y} \\ 0 & 0 & N_i & -(1 - \frac{4z^2}{h^2}) N_i \end{bmatrix} \quad (8)$$

2.3 应变应力表达

由几何方程,有

$$\{\varepsilon\} = \sum_{i=1}^9 [B_i] \{\delta_i\} \quad (9)$$

面层:

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \gamma_{xy}\}^T$$

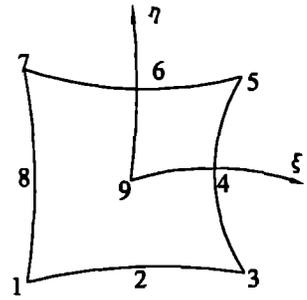


图2 九节点四边形等参单元

$$[B_i] = \begin{bmatrix} \mp \frac{1}{2}(h+t)N_i & 0 & -(z \mp \frac{h+t}{2})N_{i,zz} \\ 0 & \mp \frac{1}{2}(h+t)N_{i,y} & -(z \mp \frac{h+t}{2})N_{i,yy} \\ \mp \frac{1}{2}(h+t)N_{i,y} & \mp \frac{1}{2}(h+t)N_{i,x} & -[2z \mp (h+t)]N_{i,xy} \end{bmatrix} \quad (10)$$

芯层:

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_z \quad \gamma_{xz} \quad \gamma_{yz} \quad \gamma_{xy}\}^T$$

$$[B_i] = \begin{bmatrix} -z \frac{h+t}{h} N_{i,x} & 0 & z \frac{t}{h} N_{i,zz} & 0 \\ 0 & -z \frac{h-t}{h} N_{i,y} & z \frac{t}{h} N_{i,yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{8z}{h^2} N_i \\ 0 & -\frac{h+t}{h} N_i & \frac{h+t}{h} N_{i,y} & -(1 - \frac{4z^2}{h^2}) N_{i,y} \\ -\frac{h+t}{h} N_i & 0 & \frac{h+t}{h} N_{i,x} & -(1 - \frac{4z^2}{h^2}) N_{i,x} \\ -z \frac{h+t}{h} N_{i,y} & -z \frac{h+t}{h} N_{i,x} & 2z \frac{t}{h} N_{i,xy} & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

由物理方程,有

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} \quad (12)$$

2.4 动力学方程的有限元表达

忽略阻尼项时,单元运动方程为

$$[m]^e \{f\} + [K]^e \{f\} = \{F\}^e \quad (13)$$

单元刚度矩阵可沿厚度和局部坐标进行积分得到,为 36×36 矩阵。其中

$$[K_y]_{4 \times 4}^e = \int_{-\frac{h-t}{2}}^{\frac{h+t}{2}} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B_i]^T [D] [B_j] |J| d\xi d\eta dz \quad (14)$$

$|J|$ 为雅可比行列式。由于沿厚度方向上共有三层,计算时应在不同的层内分区间积分,单元质量矩阵的计算类同,即实现了单层单元模型的等效。

结构的整体有限元分析按常规进行。

3 算例

某夹层板结构防护门几何尺寸及平面坐标系如图3所示,两短边铰支,两长边固支。两面层为等厚度钢板,10 mm厚;芯层厚180 mm。弹性模量 $E_s = 2.1 \times 10^5 \text{ MPa}$, $E_c = 5.0 \times 10^3 \text{ MPa}$;密度 $\rho_s = 7850 \text{ kg/m}^3$, $\rho_c = 600 \text{ kg/m}^3$;泊松比 $\mu_s = 0.16$, $\mu_c = 0.45$;抗拉(压)强度 $F_s = 240 \text{ MPa}$, $F_c = 20 \text{ MPa}$ 。荷载曲线如图4,垂直作用于板面。有限元网格均匀布置,取16个单元。求解方程采用Newmark法,时间步长取0.002 s。

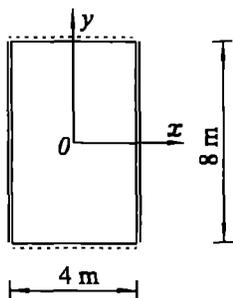


图3 夹层板结构防护门简图

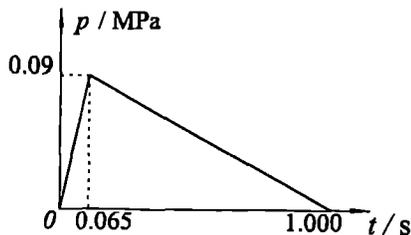


图4 爆炸荷载曲线

计算结果:板中点最大挠度为 40 mm 左右,沿长跨方向最大主应力约为 60 ~ 70 MPa。这与试验结果(最大挠度 30 ~ 50 mm,长跨方向最大主应力 21 ~ 60 MPa)吻合较好。

4 结束语

算例和试验结果表明,单层等效模型一般都能给出精度较好的整体响应预测,并使计算得到简化,可用于工程分析。当需要精确计算层内、层间等细部应力及应变时,则应采用更合适的模型和方法。

参考文献

- [1] 王震鸣. 复合材料力学和复合材料结构力学[M]. 北京: 机械工业出版社, 1991.
- [2] 李国豪. 工程结构抗爆动力学[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 1989.
- [3] 师俊平, 刘协会, 陈宜亨. 复合材料夹层壳振动分析的高阶剪切变形理论[J]. 复合材料学报, 1997, 14(4): 108 - 113.

(编辑: 姚树峰)

A Finite Element Method for Dynamic Analysis of Sandwich Plate Structure

BI Bo¹, YU Bo-yi¹, XU Gan-cheng²

(1. The Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China; 2. The Air Force Engineering Design and Research Bureau, Beijing 100077, China)

Abstract: Based on the Hpycakob - Du Dinghua plate theory and concerning about the shear deformation of plate and the transverse extrusion of the core, the paper established the equivalent single - layer model and deduced the dynamical finite element equation for sandwich structure. By calculating the integer elastic displacement response for type - x shelter hangar gate under the vertical bomb load, the result tallies with the test data, so the method is feasible.

Key Words: sandwich structure; transverse extrusion; equivalent single - layer model; integer dynamical response; finite element method