

备件储备量的马尔可夫决策模型研究

朱一飞, 黄国策

(空军工程大学 电讯工程学院, 陕西 西安 710077)

摘要:在分析通信装备备件随机需求的基础上,结合费用因素,运用马氏决策规划方法,建立了备件随机存储管理的优化模型,并通过模型计算,给出了备件随机存储的最优策略。结果显示以此方法来控制备件储备量既能保障通信装备的维修需求,又能使存储费用降到最低水平。

关键词:备件;储备量;马氏决策模型

中图分类号:C913.1 **文献标识码:**A **文章编号:**1009-3516(2001)02-0091-04

以可靠性为中心的维修理论(RCM)认为,复杂装备故障的发生是随机的,因而对备件的需求也是随机的,不能假设故障在装备使用一段时间之后才会发生,装备随坏随修,装备故障与使用时间一般没有直接关系^[1]。为了满足这种随机需要,可以预先储备一些备件,这样虽然能保障装备使用维修的需要,但同时也占用了大量资金,造成不必要的浪费^[2]。我们通过对部队通信装备故障发生的概率、备件的需求及消耗情况、经费使用等因素的调研分析,认为目前的备件存储量完全可以再进一步降低。即我们不必按照备件的最大需求量来储存备件,而是根据备件存储不同状态下的最低库存量来决定备件的必要储备量。本文所要讨论的问题就是,对于备件存储系统在每年初各种存储状态下,如何采取最优存储策略使每年期望存储费用最低。它实际上属于 (t, n, N) 问题。即对于给定的备件库容量 N ,存在下限 n ,每经过时间 t 定期盘点,如果盘点时库存量用 x 表示,则当 $x > n$ 时,不补充;当 $x \leq n$ 时,立即补充。补充时由于受订货费等因素的影响,应尽量多订购以降低成本,所补充的数量应为 $N - x$ 。考虑到通信装备维修对零备件的需求是随机性比较强的,因此这是一个随机动态管理问题,在这方面马氏决策规划是解决随机动态存储问题很有效的工具^{[3][4]}。

1 马氏备件存储决策模型的建立

马氏决策规划(Markovian Decision Programming, 简记为MDP)是确定性动态规划与马尔可夫过程相结合的产物。根据备件随机存储管理的特点,我们把备件存储的整个管理过程进行状态分解,并通过以下几个参数来建立马氏决策模型:

1) 阶段 对于备件存储系统而言,可以以时间为参数,把系统的演变过程划分为若干个阶段,可以用时间 t (年)来描述。如取 $t = 0, 1, 2, \dots$,并假设仅在这些时刻上观察系统的状态。第一阶段所经历的时间为时间区间 $[0, 1]$,第二阶段所经历的时间为时间区间 $[1, 2]$,余依此类推。

2) 状态变量 在备件存储系统中,以备件在某一阶段的储备量为状态变量参数。设第 k 阶段初所观察到的所有可能状态所成之集用 $X(k)$ 表示,即 $X(k) = \{x_1(k), x_2(k), \dots, x_n(k)\}$,其中 $x_i(k)$ ($i = 1, 2, \dots, m; k = 1, 2, \dots, \infty$)表示在第 k 时段初备件处于状态 i 的期望数量。

3) 决策变量 在第 k 时段备件初始状态为 i 时,决策者所采取的决策记为 $d_k(i)$ 。 $D_k = \{d_k(i)\}$ 为第 k 时段备件初始状态为 i 时的决策集合。

4) 状态转移概率 备件存储系统从时刻0演变到第 k 时段的过程,可以用在决策 $d_k(i)$ 下的状态转移概率矩阵 $P^{[d_k(i)]} = [P_{ij}^{[d_k(i)]}]_{m \times m}$ 来表示。

收稿日期:2000-08-30

基金项目:空司通信部科研项目(97-60)。

作者简介:朱一飞(1968-),男,上海人,硕士,主要从事管理工程研究。

5) 报酬 在第 k 时段备件初始状态为 i 时,在决策 $d_k(i)$ 下,备件存储系统在该阶段末转移到状态 j ,此时决策者就获得一定的报酬(reward),记为 $r_{ij}^{[dk(i)]}$ 。报酬的涵义可以是产值、利润与成本、费用等,在本文中特指费用。

6) 目标函数 判别一个存储策略优与劣的标准,可用目标函数进行判别。设 $v_i(n)$ 表示备件存储系统在第一个时段的初始状态为 i ,在给定的策略 $d_k(i)$ 下经过 n 次转移的总期望费用。由于我们讨论的马氏链具有时齐性质,因而可以得到下面的递推关系:

$$\begin{cases} v_i(k) = \max_{dk(i) \in D_k} \left\{ \sum_{j=1}^m p_{ij}^{[dk(i)]} r_{ij}^{[dk(i)]} + \sum_{j=1}^m p_{ij}^{[dk(i)]} v_j(k-1) \right\} \\ v_j(0) = 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} (k = 1, 2, \dots, \infty) \\ (j = 1, 2, \dots, m) \end{matrix}$$

这里我们把目标函数取为存储系统的费用函数,即选择使存储系统的费用函数达到最小值的存储策略作为最优策略。根据部队装备储供系统费用的计划使用情况,我们把在存储费用意义下的目标函数的表达式列为

$$f(Q) = \text{订货费} + \text{存储费} + \text{缺货损失费}$$

式中 Q ——订货批量。

订货费——一次订货所需费用。包括订购费如手续费、通讯费、差旅费等,它与定货的数量无关。

存储费——保存物资所需要的费用。包括仓库使用费、保险费、税金、占用流动资金的利息、管理费、损耗费、运输费等。根据部队一般基层及基地级物资存储的特点,通信仓库只是对采购回的备件进行存放和供应,与其有关的一些费用如保险费、税金、利息等在这里我们暂不考虑。为简单起见,假设存储费的发生只和数量有关。

缺货损失费——所存储的备件供不应求所引起的损失费。这里主要指由于备件存储系统不能提供所需备件,但为了保证装备的正常运行而从其它途径获得备件的额外费用。

因此费用函数可表示为

$$f(Q) = \begin{cases} S + YQ + ZE(G) & \text{当 } Q > 0 \text{ 时} \\ ZE(G) & \text{当 } Q = 0 \text{ 时} \end{cases}$$

式中 S ——订货费

Y ——存储费

Z ——缺货损失费

G ——得不到备件的装备数量

这样我们就给出了备件存储各阶段的状态集合、决策集合、状态转移概率矩阵、报酬矩阵分别为 X 、 D 、 P 、 R ,并称此为有报酬的马尔可夫决策过程,简记为 $\{X, D, P, R\}$ 。

2 马氏备件存储决策模型的实证分析

霍华特(Howard)策略迭代法^[5]给出了求即时期望费用最低值的计算方法。策略迭代法分两步进行,即定值计算与策略改进。定值计算就是要求出备件存储策略的一组相对值,策略迭代就是要确定每次迭代的最优决策。每个阶段的最优决策不断迭代,直到第 k 步与第 $k+1$ 步迭代有 $D_k = D_{k+1}$ 时计算结束,则 D_k 为最优备件存储策略。此时的存储量即为最低的库存储备量。根据第 1 节建立的模型及本节所述的解法,我们编制了备件存储策略选择算法的 C 语言程序。

利用这个算法,可对存储费用意义下的目标函数 $f(Q)$ 进行求解,计算出在不同的订货费、存储费、缺货损失费影响下,以及在备件不同的存储状态下,应储备的备件数量。这样,我们就可以根据上级下拨经费的使用要求,结合备件的使用消耗情况,求得备件的最优存储策略,得出比较合理的备件储备数量。下面通过实证分析,来证明本文提出的算法的科学性与合理性。

2.1 实证计算

以某基地级储存的备件 SKHHAK013A 继电器为例,来求其最优存储策略。知备件 SKHHAK013A 继电器的存储容量为 $N=9$ 个,订购费 $S=10$ 元,存储费 $Y=25$ 元,缺货损失费 $Z=50$ 元。另,我们认为在备件存储系统中基层单位到通信仓库取备件事件服从泊松(Poisson)分布

$$P_k(\lambda) = e^{-\lambda}/k! \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

其中 λ (泊松强度) 为平均领取备件的数量, 我们称之为备件需求率。

将上述计算条件输入到计算机后, 得到策略迭代运算结果如下:

初始策略: $D_1 = [d_1(0), d_1(1), \dots, d_1(9)] = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]$

第一次迭代结果: $D_2 = [d_2(0), d_2(1), \dots, d_2(9)] = [9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0]$

第二次迭代结果: $D_3 = [d_3(0), d_3(1), \dots, d_3(9)] = [9, 8, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]$

第三次迭代结果: $D_4 = [d_4(0), d_4(1), \dots, d_4(9)] = [9, 8, 7, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]$

第四次迭代结果: $D_5 = [d_5(0), d_5(1), \dots, d_5(9)] = [9, 8, 7, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]$

由上述计算知, 经过了 4 次迭代, 备件存储策略集合 $D_4 = D_5$, 因此 $D^* = [9, 8, 7, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]$ 是备件存储系统长期运行下的最优存储策略。即当库存量 x 小于库存下限 (即 $n \leq 2$) 时, 进行备件的订货补充, 补充量分别为 9、8、7; 当库存量 x 大于库存下限 n 时, 不必订货。具体分析结果见表 1。

2.2 实证结果分析

从表 1 的分析可以看出, 当库

表 1 备件存储策略结果分析

库存量	备件补充量	备件节约量	节约百分比%
0	9	0	0
1	8	0	0
2	7	0	0
3	0	6	66.7
4	0	5	55.6
5	0	4	44.4
6	0	3	33.3
7	0	2	22.2
8	0	1	11.1
9	0	0	0

存量 x 大于库存下限 n (即 $n \geq 3$) 时, 备件的节省量为 $N - x$ (即 6、5、4、3、2、1)。备件库存量的减少也将大幅度地减少备件储备占用的资金, 按此方法计算, 空军通信部队成千上万种备件库存量的节约将是一笔可观的数目。因此, 按照上述策略进行备件订购, 既能保证备件需求, 又使备件存储费用水平降到最低。更一般的情况, 我们在库存容量一定的情况下, 将订购费 S 、存储费 Y 、缺货损失费 Z 及备件需求率 λ 中的某一变量进行连续改变, 输入计算机后, 还能得到不同的备件存储策略。

1) 一般情况下, 对备件消耗的计算主要是以零部件的故障率为依据。其实影响备件消耗的因素很多, 对备件的储备不仅只是考虑装备故障原因, 凡是影响备件储备的因素都要考虑进去。在本文的马氏决策模型中的参数泊松强度 λ 就是把备件的各种需求情况都包括进去而得出的。在实际应用中, 可以把它定义为备件需求率。事实上, 它已说明了备件的使用消耗情况, 据此利用马氏决策模型得出的备件存储策略, 就能较好地反映装备对备件的需求情况, 所计算的储备量能够保障通信装备的正常执勤。

2) 费用因素在备件订购决策中其起着非常重要的作用。当订购费 S 、存储费 Y 、缺货损失费 Z 在不同的范围内变化时, 备件的订购数量也相应变化。由计算结果知, 随着订购费 S 、存储费 Y 的增加, 库存下限 (即订购点) 呈下降的趋势, 说明应逐步减少订购量, 这与实际情况相吻合的。因为订购费 S 、存储费 Y 太高时, 人们势必从经济上考虑此次订购是否必要。而随着缺货损失费 Z 、备件需求率 λ 的增加, 库存下限呈上升的趋势, 说明应逐步增加订购量; 特别当缺货损失为无穷大时 (如战时) 或需求率 λ 增加到一定程度后, 必须满足全部订购, 缺多少补多少。

3 结束语

从上面对马氏决策模型的实证分析可以看出, 在考虑了备件消耗量及各种费用因素的情况下, 运用马氏决策规划方法得出的储备量是费用最省且能够满足装备使用和维修需求的。实证分析中的一些数据可以通过实际调查获得, 因此用该模型计算出的一些结果具有较高的参考价值, 能够帮助通信机关部门在进行备件订购决策和日常管理时起到参谋作用。

参考文献:

- [1] 陈学楚,郑东良.以可靠性为中心的维修理论剖析[J].航空杂志,2000,(2):36-37.
- [2] Percy H Brill,Ben A Chaouch. An EOQ Model with Random Variations in Demand[J]. Management Science,1995,41(5):927-935.
- [3] 沙聚桢.马氏决策规划及其在管理中的应用[M].北京:国防工业出版社,1994.
- [4] 朱一飞.通信装备备件储供管理研究[D].西安:西安交通大学,2000.
- [5] 严颖,成世学,程侃.运筹学随机模型[M].北京:中国人民大学出版社,1995.

Markovian Decision Programming Model Study on Spare Parts Inventory

ZHU Yi-fei, HUANG Guo-ce

(The Telecommunication Engineering Institute of the Air Force Engineering University(AFEU.), Xi'an 710077, China)

Abstract·Based on the investigation of the random demand of the spare parts communication equipment, together with the cost, using Markovian decision programming, the optimizing model of controlling the spare parts inventory is put forward, in which optimum strategy of various states of the spare parts inventory is given through computing. It is seen from the result that not only the inventory can meet the maintenance demand, but the cost can be decreased to the lowest level.

Key words: spare parts; inventory; Markovian decision programming model