

理想约束的基本类型

冯立富, 郭书祥

(空军工程大学 工程学院, 陕西 西安 710038)

摘要:许多一般力学文献中,对理想约束基本类型的阐述不够完整,有的甚至不够准确。本文给出了粗糙接触面约束的概念,并将约束分为内约束和外约束,在此基础上完整准确地阐述了理想约束的基本类型问题。

关键词:理想约束;粗糙接触面约束;内约束;外约束

中图分类号:O313.5 **文献标识码:**A **文章编号:**1009-3516(2001)01-0088-02

理想约束是分析力学中的一个重要概念。关于理想约束的基本类型问题,无论是在分析力学中,还是在能量原理中,都有着重要意义。

许多一般力学文献中,对理想约束基本类型的阐述不够完整,有的甚至不够准确。例如,文献[1]列举的理想约束的基本类型有“支持质点或刚体的光滑固定面”和“刚体在(固定)*粗糙面上只滚动不滑动的情况”,文献[2]中也有类似论述。但工程中经常遇到的支持质点或刚体的光滑活动面和刚体在活动粗糙面上只滚动不滑动的情况,它们是不是理想约束的问题,两文献中均没有阐述。又如,文献[2~3]中称“固定的或运动着的光滑支承面……都是理想约束”。但支承某一质点或刚体的运动着的光滑支承面显然不是理想约束。

为了完整准确地阐述理想约束的基本类型问题,本文先给出粗糙接触面约束的概念,并把质点系受到的约束分为内约束和外约束,从而得到了关于理想约束基本类型问题的两个定理。

1 有关的几个概念

1.1 粗糙接触面约束

根据约束的定义可以证明^[4],两刚体在接触处有相对滑动趋势,但没有相对滑动的粗糙接触表面也是一种常见的基本约束类型,称为粗糙接触面约束,简称为粗糙面。这类约束的约束反力除了沿接触点公法线方向的正压力(法向反力)外,还有一个沿接触点公切线方向的静滑动摩擦力(切向反力)。

应当指出,当两刚体在接触处有相对滑动时,粗糙接触表面对两刚体沿接触处公切线方向的位移或速度的限制就被破坏了,相应的滑动摩擦力则不是静滑动摩擦力,而是动滑动摩擦力。动滑动摩擦力不再是约束反力,而成为主动力了。迄今为止,一般力学文献中所列举的常见基本约束类型有柔索、光滑接触面、光滑铰链、连杆和固定端等五种,现在再加上粗糙接触面约束,则一共有六种。

1.2 内约束和外约束

根据内力和外力、主动力和约束反力之间的交错关系,我们把质点系外部物体对质点系内各质点的位置和速度的限制称为外约束,而把质点系内部各物体相互间构成的约束称为内约束。

2 理想约束的基本类型

定理 1 作为外约束,一端固定的柔索、光滑固定面、粗糙固定面、光滑铰支座、连杆和固定端等都是理想约束。

关于这六类外约束都是理想约束的问题,许多一般力学文献中都有证明,本文不再赘述。

收稿日期:2000-05-09

作者简介:冯立富(1945-),男,河南沁阳人,教授,主要从事理论力学研究。
“固定”二字为作者根据原文献本意所加。

定理 2 作为内约束,柔索、光滑活动接触面、粗糙活动接触面、光滑活动铰链、连杆和固定端等都是理想约束。

作为内约束的柔索、连杆和固定端等都是理想约束的问题,许多一般力学文献中也有证明。下面证明作为内约束的光滑活动接触面、光滑活动铰链和粗糙活动接触面都是理想约束。

如图 1 所示,设刚体 A 和 B 相互构成光滑活动接触面约束,某瞬时它们的一对接触点分别为 D 和 E ,所受到的约束反力分别为 N_{21} 、 N_{12} 。给 E 点以虚位移 δr_E ,则 D 点的虚位移为 $\delta r_D = \delta r_E + \delta r_r$,式中, δr_r 为 D 点相对于刚体 B 的虚位移,它沿接触点处的公切面,即 δr_r 垂直于 N_{21} ,于是 N_{21} 和 N_{12} 的虚功之和为 $\delta W = N_{21} \cdot \delta r_D + N_{12} \cdot \delta r_E = N_{21} \cdot (\delta r_E + \delta r_r) + N_{12} \cdot \delta r_E = N_{21} \cdot \delta r_r + (N_{21} + N_{12}) \cdot \delta r_E$,因为, δr_r 垂直于 N_{21} , $N_{21} + N_{12} = 0$,所以, $\delta W = 0$ 。这就证明了作为内约束的光滑活动面为理想约束。光滑活动铰链可视为光滑活动面约束的特殊情形,因此,作为内约束的光滑活动铰链也是理想约束。

设图 2 所示的刚体 A 和 B 相互构成粗糙活动接触面约束,它们之间的约束反力除了正压力(法向反力) N_{21} 和 N_{12} 外,还有静滑动摩擦力(切向反力) F_{21} 和 F_{12} 。此时由于两刚体的一对接触点 D 和 E 的虚位移相同,即 $\delta r_D = \delta r_E$,于是有 $\delta W = (N_{21} + F_{21}) \cdot \delta r_D + (N_{12} + F_{12}) \cdot \delta r_E = [(N_{21} + N_{12}) + (F_{21} + F_{12})] \cdot \delta r_D$ 。考虑到 $N_{21} + N_{12} = 0$, $F_{21} + F_{12} = 0$,所以 $\delta W = 0$ 。即作为内约束的粗糙活动接触面也是理想约束。

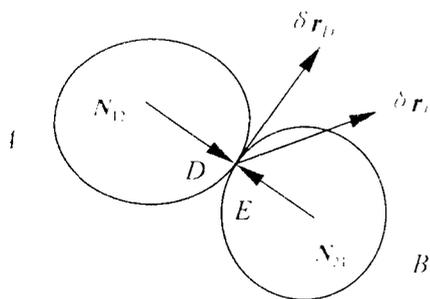


图 1 光滑活动接触面约束

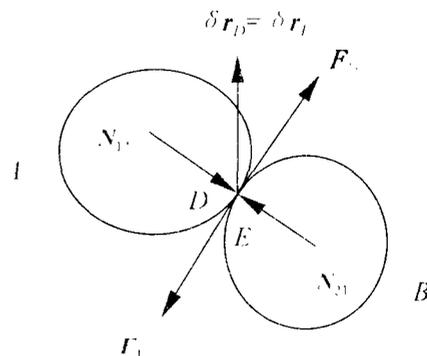


图 2 粗糙活动接触面约束

3 结束语

本文中介绍的关于理想约束基本类型的两个定理,完整准确地阐述了一般力学中理想约束的基本类型问题,具有一定的理论意义和实用价值。

参考文献:

- [1] 哈尔滨工业大学理论力学教研室. 理论力学(第四版)[M]. 北京:高等教育出版社,1982.
- [2] 力学词典编辑部. 力学词典[M]. 北京:中国大百科全书出版社,1990.
- [3] 杜庆华. 工程力学手册[M]. 北京:高等教育出版社,1994.
- [4] 冯立富. 粗糙接触面是一种基本约束类型[J]. 教材通讯,1991,(1):40-41

Basic types of the workless constraints

FENG Li-fu, GUO Shu-xiang

(The Engineering Institute, AFEU., Xi'an 710038, China)

Abstract. In general mechanical documents, the exposition of the basic types of ideal constraints is incomplete, and even inaccurate. This paper gives a concept of rough contact surface constraints which are subdivided into inner-constraints and outer-constraints, and on this basis, gives a complete and precise exposition of the basic types of the ideal constraints.

Key words. ideal constraint; constraint of the rough surface of contact; inner-constraint; outer-constraint