基于异质传感器航迹融合算法的稳定性分析

王　睿，　张平定，　张金成
(空军工程大学 导弹学院，陕西 三原　713800)

摘　要：给出了基于异质传感器的动态状态矢量融合算法，针对两个采用二维理想线性卡耳曼滤波器的异质传感器，对融合的互协方差矩阵的稳定性进行了分析，揭示了数据融合的本质。

关键词：多传感器；数据融合；互协方差
中图分类号：TP391　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1009-3516(2001)01-0074-03

多传感器数据融合[1]有测量值融合和状态向量融合。在测量值融合中，对各传感器的测量值按一定的规则进行组合，从而获得关于目标状态的最佳估计。这种融合误差较小，但在实际应用中，由于这种方法的数据传输量较大，对系统的性能要求较高，因而常采用状态矢量进行融合，即将各传感器测得的数据经滤波处理之后，得到关于目标航迹的状态向量估计，在数据融合中心，对各传感器送来的航迹数据再进行航迹—航迹相关处理和状态向量融合，从而获得关于目标状态完整的状态向量。

进行状态向量融合，是在假设从不同的信源获得的对同一目标的跟踪估计误差是不相关的条件下进行的[2]。文献[3]中给出了一种对两个异质的传感器基于测量值的融合算法，其分析是建立在互协方差矩阵为正定的基础上的。如果互协方差矩阵为非正定的，其航迹—航迹相关的结果不一定是正确的，导致其正确关联概率下降。本文针对两个异质传感器(如雷达和电子侦察测量(EMS))基于状态向量的航迹融合算法进行了研究，对其互协方差矩阵的特性进行了分析和推导。

1　数学模型

目标的动态模型由下式给出

$$X(t_{k+1}) = \Phi X(t_k) + GW(t_k) \tag{1}$$

$$Z^m(t_k) = HX(t_k) + V^m(t_k) \qquad m = 1,2 \tag{2}$$

其中，$X(t_k)$为目标的二维状态矢量(位置和速度)，输入噪声 $W(t_k)$和测量噪声 $V^m(t_k)$均为 $m=1,2$

且 $\Phi = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$，$G = \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2} \\ T \end{bmatrix}$，假设各传感器之间是互相独立的。

通过 Kalman 滤波，可得关于目标航迹的状态估计如下[4]

$$\hat{X}^m(t_{k+1}/t_{k+1}) = \Phi\hat{X}^m(t_k/t_k) + K^m(t_{k+1})[Z^m(t_{k+1}) - H\Phi\hat{X}^m(t_k/t_k)] \tag{3}$$

$$K^m(t_{k+1}) = P^m(t_{k+1}/t_k)\cdot H^T\cdot[HP^m(t_{k+1}/t_k)\cdot H^T + \sigma_X^{m^2}]^{-1} \tag{4}$$

$$P^m(t_{k+1}/t_k) = \Phi P^m(t_k/t_k)\Phi^T + GQG^T \tag{5}$$

$$P^m(t_{k+1}/t_{k+1}) = [I - K^m(t_{k+1})H]P^m(t_{k+1}/t_k) \qquad m = 1,2 \tag{6}$$

两传感器由于受共同的过程噪声影响，其互协方差矩阵为

$$P^c(t_k/t_k) = [I - K^1(t_k)H]\Phi P^c(t_{k-1}/t_{k-1})\Phi^T[I - K^2(t_k)H]^T + [I - K^1(t_k)H]GQG^T[I - K^2(t_k)H]^T \tag{7}$$

其初始状态为

$$P^c(0/0) = 0 \tag{8}$$

令

$$P^E(t_k/t_k) = P^1(t_k/t_k) + P^2(t_k/t_k) - P^c(t_k/t_k) - P^c(t_k/t_k)^T \tag{9}$$

收稿日期：2000-04-25
作者简介：王　睿(1964-)，女，陕西三原人，讲师，硕士，主要从事指挥自动化研究.

则其动态融合的状态估计及协方差为

$$\hat{X}^F(t_k/t_k)=\hat{X}^1(t_k/t_k)+[P^1(t_k/t_k)-P^c(t_k/t_k)]P^{E^{-1}}(t_k/t_k)[\hat{X}^2(t_k/t_k)-\hat{X}^1(t_k/t_k)] \tag{10}$$

$$P^F(t_k/t_k)=P^1(t_k/t_k)-[P^1(t_k/t_k)-P^c(t_k/t_k)]P^{E^{-1}}(t_k/t_k)[P^1(t_k/t_k)-P^c(t_k/t_k)]^T \tag{11}$$

这种模型假设两个滤波器采用相同的状态转移矩阵 Φ 和观测矩阵 H。

2　互协方差矩阵的稳定性分析

在此，假定两个传感器关于目标的测量满足由(6)式给出的滤波协方差矩阵 $P^m(t_k/t_k)(m=1,2)$ 达到稳态和正定的限制。抛开时间的依赖关系，互协方差矩阵在稳态时可写成下列形式

$$P^c=[I-K^1H]\Phi P^c\Phi^T[I-K^2H]^T+[I-K^1H]GHG^T[I-K^2H]^T \tag{12}$$

$$=F^1P^c(F^2)^T+Q^* \tag{13}$$

在此

$$F^m=[I-K^mH]\Phi=\begin{bmatrix}1-K_1^m & T(1-K_1^m)\\ -K_2^m & 1-TK_2^m\end{bmatrix} \tag{14}$$

$$K^m=\begin{bmatrix}K_1^m\\ K_2^m\end{bmatrix},\qquad m=1,2 \tag{15}$$

由(13)式定义的输入矩阵 Q^* 由下式给出

$$Q^*=[I-K^1H]GQG^T[I-K^2H]^T$$

$$=\sigma_a^2T^2\begin{bmatrix}\frac{T^2}{4}[1-K_1^1][1-K_1^2] & \frac{T}{2}\left[1-\frac{T}{2}K_2^2\right][1-K_1^1]\\ \frac{T}{2}\left[1-\frac{T}{2}K_2^1\right][1-K_1^2] & \left[1-\frac{T}{2}K_2^1\right]\left[1-\frac{T}{2}K_2^2\right]\end{bmatrix} \tag{16}$$

方程(13)类似于非对称的离散的李雅普诺夫方程，可写成如下形式

$$P^c=\frac{1}{\Delta}\begin{bmatrix}(\tilde{a}_{22}a_{11}-\tilde{a}_{12}a_{21})+b_{22}\tilde{a}_{22} & -b_{12}\tilde{a}_{22} & (\tilde{a}_{22}a_{12}-\tilde{a}_{12}a_{22})-b_{22}\tilde{a}_{12} & b_{12}\tilde{a}_{12}\\ -b_{21}\tilde{a}_{22} & (\tilde{a}_{22}a_{11}-\tilde{a}_{12}a_{21})+b_{11}\tilde{a}_{22} & b_{21}\tilde{a}_{12} & (\tilde{a}_{22}a_{12}-\tilde{a}_{12}a_{22})-b_{11}\tilde{a}_{12}\\ (-\tilde{a}_{21}a_{11}+\tilde{a}_{11}a_{21})-b_{22}\tilde{a}_{21} & b_{12}\tilde{a}_{21} & (-\tilde{a}_{21}a_{12}+\tilde{a}_{11}a_{22})+b_{22}\tilde{a}_{11} & -b_{12}\tilde{a}_{11}\\ b_{21}\tilde{a}_{21} & (-\tilde{a}_{21}a_{11}+\tilde{a}_{11}a_{21})-b_{11}\tilde{a}_{21} & -b_{21}\tilde{a}_{11} & (-\tilde{a}_{21}a_{12}+\tilde{a}_{11}a_{22})+b_{11}\tilde{a}_{11}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\bar{q}(1,1)\\ \bar{q}(1,2)\\ \bar{q}(2,1)\\ \bar{q}(2,2)\end{bmatrix} \tag{17}$$

其中 $\Delta=-(a_1+b_1)\tilde{a}_2$，$a_1=-Tr(A)$，$b_1=-Tr(B)$，$\tilde{a}_2=\det(\tilde{A})$，$\tilde{A}=A-\frac{b_2-a_2}{a_1+b_1}I$，矩阵 A、B 和 $\bar{Q}$ 的定义为

$$A=[F^1-I]^{-1}[F^1+I],B=[F^2-I]^{-1}[F^2+I]$$

$$\bar{Q}=-2[F^1-I]^{-1}Q^*[[F^2-I]^{-1}]^T \tag{18}$$

在(17)式中，$\tilde{a}_{ij}$、a_{ij}、b_{ij}和 $\bar{q}(i,j)$，$(i,j=1,2)$为矩阵 $\tilde{A}$、A、B、和 $\bar{Q}$ 的元素，Δ 必须是正定的。矩阵 F^1-I 和 F^2-I 的逆阵必须存在。所有这些条件都满足时，对融合的可靠性而言还必须满足下列约束条件：

1)$\det(F^1-I)>0$ 或 $K_2^1>0$　(19)

2)$\det(F^2-I)>0$ 或 $K_2^2>0$　(20)

3)$a_1=-tr(A)=-tr([F^1-I]^{-1}[F^1+I])=\frac{2K_1^1}{TK_2^1}>0$ 或 $K_1^1>0$　(21)

$b_1=-tr(B)=-tr([F^2-I]^{-1}[F^2+I])=\frac{2K_1^2}{TK_2^2}>0$ 或 $K_1^2>0$　(22)

在(21)式和(22)式中给出的 a_1 和 b_1 为正定的要求是充分的但不是必要的。但是，对 $a_1+b_1>0$ 却是必要的。由李雅普诺夫方程中的频谱搬移特性，可对 a_1 和 b_1 做如下修正

$$\tilde{a}=a_1-\rho\cdot I\ 和\ \tilde{b}=b_1+\rho\cdot I$$

选择合适的标量参数 ρ 就可使得 $\tilde{a}+\tilde{b}=a_1+b_1>0$。这种变换在某些情况下可以节省计算,但或许使其它的约束条件不满足。

$$4)\tilde{a}_2=\det(\tilde{\boldsymbol{A}})=\det\left(\boldsymbol{A}-\frac{b_2-a_2}{a_1+b_1}\boldsymbol{I}\right)>0 \tag{23}$$

在使用这个特定的二维系统及观察模型时,稳态滤波的协方差矩阵必须为正定,(19)式～(22)式的四个约束条件也必须满足。(23)式给出了 $\tilde{a}_2$ 和 K_1 及 K_2 的依赖关系。若当两个航迹融合的增益矩阵不满足这个约束条件时,则导致关联性能的下降。

3 结束语

以上对两个异质传感器航迹数据融合算法进行了讨论,对融合估计互协方差矩阵的稳定性进行了分析,给出了其约束条件及适用情况,揭示了数据融合的本质和作用。

参考文献:

[1] 杨静宇,邬永革,刘雷健,等. 战场数据融合[M]. 北京:兵器工业出版社,1994.
[2] 康耀红. 数据融合理论与应用[M]. 西安:西安电子科技大学出版社,1997.
[3] Bar-Shalom. On the track-to-track correlation problem[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, AC-26, 1981, 2(3): 571-572.
[4] A 菲利那, F A 斯塔德. 雷达数据处理[M]. 北京:国防工业出版社,1988.

Steady analysis of track fusion algorithm with dissimilar sensors

WANG Rui, ZHANG Ping-ding, ZHANG Jin-cheng
(The Missile Institute, AFEU., Sanyuan 710038, China)

Abstract: A kinematic state vector fusion algorithm is described. For the sake of simplicity, it is assumed that two dissimilar sensors are equipped with nonidentical two-dimensional optimal linear Kalman filter. The steady of cross-covariance matrix is analyzed, and the essence of data fusion is open out.

Key words: multi-sensor; data fusion; cross-covariance