第1卷第5期 空 军 工 程 大 学 学 报(自然科学版) Vol.1 No.5
2000年12月 JOURNAL OF AIR FORCE ENGINEERING UNIVERSITY(NATURAL SCIENCE EDITION) Dec. 2000

战术弹道导弹弹道和落点预报探讨

王献锋, 李为民, 申卯兴
(空军工程大学 导弹学院,陕西 三原 713800)

摘　要:给出了利用地基预警雷达的测量数据预报战术弹道导弹(TBM)弹道和落点的方法,对应用雷达测量数据预报战术弹道导弹弹道和落点的数据处理工作作了初步偿试,对反战术弹道导弹(ATBM)作战理论研究具有一定的参考价值。

关键词:战术弹道导弹;弹道预测;落点预报
中图分类号:TJ760.6　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1009-3516(2000)05-0065-03

当今战略导弹的应用受到了限制,但战术弹道导弹(TBM)却在世界范围内迅速扩散。防空导弹武器系统如何有效地拦截TBM已成为当前需要解决的课题。由于TBM作为防空导弹武器系统对付的目标,与飞机相比有很大的差别,构成一个有效的反战术弹道导弹武器系统必须解决对TBM的预警、搜索跟踪、导弹拦截等关键技术,而其中的预警系统是反TBM的前提。国外已发展了卫星预警、天基探测器、远程地面搜索雷达等多种预警手段,依据我国实际情况,可考虑用地基预警雷达与兵器的制导雷达联网提供一定的目标预警信息。

1 坐标系定义

1.1 地基预警雷达直角坐标系

原点0—地基预警雷达站所在位置,其地理经度、地理纬度分别为λ、φ,海拔高度为h_0;x轴—指向正北,与当地子午圈相切;y轴—指向天顶并与x轴、z轴垂直,满足右手法则;z轴—与当地纬线圈相切。

1.2 地基预警雷达测量坐标系

即0—$\rho\alpha\beta$坐标系,ρ为斜距;α为仰角,是目标视线与雷达站当地水平面的夹角,从水平面向上起量为正;β为方位角,是目标视线在水平面上的投影与正北方向的夹角,从正北起算,顺时针为正。

2 弹道预测

由于TBM与一般飞机的运动规律差别大,所以,对TBM的跟踪算法与反飞机情况不同,此处采用广义Kalman滤波算法预估TBM的弹道。

2.1 动态方程和量测方程

设在地基预警雷达直角坐标系中,某一时刻TBM的位置及速度分别为(x,y,z)、$(\dot{x},\dot{y},\dot{z})$,取状态变量

$$X=(x,y,z,\dot{x},\dot{y},\dot{z},\alpha),\text{记为 } X=(x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6,x_7)$$

则有[1]

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x_4\\ x_5\\ x_6\end{bmatrix}$$

收稿日期:2000-05-22
作者简介:王献锋(1965-),男,陕西大荔人,讲师,硕士,主要从事防空作战运筹研究.

$$\begin{bmatrix} x_4 \\ x_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = -\mu[(x_1+R_1)^2+(x_2+R_2)^2+x_3^2]^{-3/2}\begin{bmatrix} x_1+R_1 \\ x_2+R_2 \\ x_3 \end{bmatrix} -$$

$$\frac{\rho}{2}\alpha(x_4^2+x_5^2+x_6^2)^{1/2}\begin{bmatrix} x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} - 2\omega\begin{bmatrix} -x_5\sin\varphi+x_6\cos\varphi \\ x_4\sin\varphi \\ -x_4\cos\varphi \end{bmatrix} - \omega^2\begin{bmatrix} -x_1 \\ -x_2\sin^2\varphi+x_3\sin\varphi\cos\varphi \\ x_2\sin\varphi\cos\varphi-x_3\cos^2\varphi \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$x_7 = 0$$

式中,μ 为地球引力常数;ω 为地球自转角速度;ρ 为大气密度,可按国际标准大气密度表计算;α 为弹道系数,且 $\alpha=cs/m$,其中,c 为阻力系数,它是地面高度与目标马赫数的函数,s 为目标参考面积,m 为目标质量,α 的变化量可用模型噪声补偿;$R_1=-R\sin(\varphi-\varphi')$;$R_2=R\cos(\varphi-\varphi')+h_0$,其中,$\varphi'$ 为雷达站地心纬度,R 为地心至雷达站的距离。

动态方程为

$$\dot{X}=g(X)+\omega_t$$

式中,$g(X)$为七维向量函数,对应于方程(1)右边七维分量;ω_t 为由动态方程(1)描述的不准确性带来的模型误差。

在雷达直角坐标系中,雷达观测量为斜距 ρ、方位角 β、仰角 α,记量测向量为 $\boldsymbol{y}=(\rho,\beta,\alpha)^{\mathrm{T}}$,则量测方程为

$$\boldsymbol{y}_k=\boldsymbol{H}(X_k)+\boldsymbol{v}_k$$

$$\boldsymbol{H}(X_k)=\begin{bmatrix} (x_1^2+x_2^2+x_3^2)^{1/2} \\ \sin^{-1}[x_3/(x_1^2+x_3^2)^{1/2}] \\ \sin^{-1}[x_2/(x_1^2+x_2^2+x_3^2)^{1/2}] \end{bmatrix}$$

第二式用下式判别象限:$\cos\beta=\dfrac{x_1}{\sqrt{x_1^2+x_3^2}}$,$\boldsymbol{v}_k$ 为量测噪声,假定为零均值高斯白噪声,且有方差矩阵

$$\boldsymbol{R}_k=\begin{bmatrix} \sigma_\rho^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\beta^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\alpha^2 \end{bmatrix}$$

此处,假定雷达量测的各通道间互不相关,σ_ρ^2、σ_β^2、σ_α^2 分别为斜距、方位角、仰角观测量的量测噪声方差。

2.2 广义 Kalman 滤波递推方程

①计算预报值。$\hat{x}_{k+1/k}=\hat{x}_{k/k}+g(\hat{x}_{k/k})T+\boldsymbol{A}(\hat{\boldsymbol{x}}_{k/k})g(\hat{x}_{k/k})\dfrac{\boldsymbol{T}^2}{2}$,式中,$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x})=\dfrac{\partial g(x)}{\partial x}$。

②计算预报误差方差矩阵。$\boldsymbol{P}_{k+1/k}=\boldsymbol{\Phi}_k\boldsymbol{P}_{k/k}\boldsymbol{\Phi}_k^T+\boldsymbol{Q}_k$,式中,$\boldsymbol{\Phi}_k=\boldsymbol{I}+\boldsymbol{A}(\hat{\boldsymbol{x}}_{k/k})\boldsymbol{T}$。

③计算增益矩阵。$\boldsymbol{K}_{k+1}=\boldsymbol{p}_{k+1/k}\boldsymbol{B}_{k+1}^T(\boldsymbol{B}_{k+1}\boldsymbol{p}_{k+1/k}\boldsymbol{B}_{k+1}^T+\boldsymbol{R}_{k+1})^{-}1$,式中,$\boldsymbol{B}_{k+1}=\dfrac{\partial\boldsymbol{H}(x)}{\partial x}|_{x=\hat{x}_{k+1/k}}$。

④计算滤波值。$\hat{x}_{k+1/k+1}=\hat{x}_{k+1/k}+K_{k+1}[y_{k+1}-H(\hat{x}_{k+1/k})]$。

⑤计算滤波误差方差矩阵。$\boldsymbol{p}_{k+1/k+1}=(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{K}_{k+1}\boldsymbol{B}_{k+1})\boldsymbol{p}_{k+1/k}$

2.3 弹道估测

在方程(1)中,将弹道系数 α 作为状态变量的一个分量,是为了在获得实测数据的情况下,利用广义 Kalman 滤波算法,对弹道系数进行实时辩识和修正,以避免由于在初始时刻对 α 的估计不准确而导致给弹道估计及后续计算(如落点及命中点的估计等)带来较大误差。

利用地基预警雷达测量的目标位置和速度信息,结合弹道导弹运动学及动力学方程(1),采用广义 Kalman 滤波算法,在对量测数据滤波的同时,可估算出弹道系数,提高了计算精度。在得到目标的位置、速度及弹道系数(均为经滤波后的数据)后,利用积分外推算法,即可预测出 TBM 的弹道。

3 落点预报

设大气层界线高度为 H_J(常数),当 TBM 飞行高度超过 H_J 时,大气对它的飞行参数影响很小,可忽略不计(即 $\alpha=0$),此时,TBM 位于自由飞行段;当 TBM 再入飞行高度低于 H_J 时,TBM 位于再入段飞行。由

于 TBM 的运动方程属变系数非线性常微分方程，所以，可用数值积分法求解。利用广义 Kalman 滤波法求得雷达测量 TBM 当前时刻最优状态估值，以此为初值，用 R－K 数积分法[2]，通过求解方程(1)，可预测 TBM 的落点。

3.1 TBM 位于再入段时落点及其散布计算

以当前时刻 TBM 的位置、速度及弹道系数(经滤波处理过的值)为初值，用 R－K 数值积分法求解再入弹道方程(1)($\alpha \neq 0$)。记 $t_0=0$，积分步长 $\Delta t=t_{j+1}-t_j$，$j \geqslant 0$。若当 $t=m\Delta t$ 时，求得 TBM 的位置坐标分量 $y_m=0$，则落点坐标为$(x_m,0,z_m)$。若当 $t=m\Delta t$ 时，$y_m>0$，$t=(m+1)\Delta t$ 时，$y_{m+1}<0$，则落点坐标可近似取为$(\frac{x_m+x_{m+1}}{2},0,\frac{z_m+z_{m+1}}{2})$。

$$令 X_N=\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}x_j, Z_N=\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}z_j, \Delta X_N=\frac{1}{N-1}\sum_{j=1}^{N}(x_j-X_N)^2, \Delta Z_N=\frac{1}{N-1}\sum_{j=1}^{N}(z_j-Z_N)^2,$$
$$R_N=(\Delta X_N+\Delta Z_N)^{1/2}$$

则预测的落点为$(X_N,0,Z_N)$，落点散布为以预测落点为中心、以 R_N 为半径的圆形区域。

3.2 TBM 位于自由飞行段时落点及其散布计算

以当前时刻 TBM 位置及速度的滤波值为初值，用 R－K 数值积分法求解方程(1)($\alpha=0$)。记 $t_0=0$，积分步长 $\Delta t=t_{j+1}-t_j$，$j\geqslant 0$。若当 $t=n\Delta t$ 时，求得 TBM 的位置坐标分量 y_n 首次小于或等于 H_J，则以此时的位置、速度(外推值)为初值，依据 TBM 位于再入段时落点计算方法预测落点。设再经过 k 步可求得落点，则落点坐标为，$(x_{n+k},0,z_{n+k})$ 或$(\frac{x_{n+k}+x_{n+k+1}}{2},0,\frac{z_{n+k}+z_{n+k+1}}{2})$。设从获得当前落点算起，经外推计算已连续得到 N 个落点$(x_i,0,z_i)$，$i=1,2,\cdots,N$。

$$令 \quad X_N=\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}x_j, Z_N=\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}z_j, \Delta X_N=\frac{1}{N-1}\sum_{j=1}^{N}(x_j-X_N)^2, \Delta Z_N=\frac{1}{N-1}\sum_{j=1}^{N}(z_j-Z_N)^2, R_N=(\Delta X_N+\Delta Z_N)^{1/2}$$

则预测的落点为$(X_N,0,Z_N)$，落点散布为以预测落点为中心，以 R_N 为半径的圆形区域。

参考文献：

[1] 贾沛璋，朱征桃. 最优估计及其应用[M]. 北京：科学出版社，1984.
[2] 齐治昌. 数值分析及其应用[M]. 长沙：国防科技大学出版社，1987.

Research on Detecting the Trajectory and Impact Point of Tactical Ballistic Missile

WANG Xian-feng，　LI Wei-min，　SHEN Mao-xing
(Missile Institute，AFEU.，Sanyuan 713800，China)

Abstract: In this paper, the author presents an algorithm to detect the trajectory and impact point of tactical ballistic missile by the measuring data of ground warning radar, and the initial attempt is made for the work to predict the trajectory and impact point of tactical ballistic missile by the measuring data processing of radar. The research results in this paper will be valuable to research the operations theory of ATBM.

Key words: tactical ballistic missile; predicting trajectory; detecting impact point