

陆地上方多目标复合电磁散射特性研究

李 宁¹, 田贵龙¹, 王 童¹, 马晋文²

(空军工程大学防空反导学院, 西安, 710051; 2. 93601 部队, 山西大同, 037006)

摘要 针对多个三维导体目标位于陆地粗糙面上方的散射计算问题, 提出了自适应积分算法结合物理光学法的 AIM-PO 混合算法。采用物理光学法计算粗糙面散射, 采用自适应积分算法计算目标散射。粗糙面的散射将作为目标阻抗矩阵的一部分, 目标与粗糙面作为一个整体进行求解。求解过程中, 最主要的计算瓶颈来自于目标与粗糙面之间的耦合矩阵填充。为了克服此计算瓶颈, 提出了采用快速多极子结合快速远场近似算法加速矩阵向量相乘。该方法基于远场近似准则将粗糙面区域划分为近区与远区, 即粗糙面上面元与目标之间的距离满足远场近似条件的被划分为远区, 否则被划分为近区。近区采用快速多级子进行加速, 而远区采用快速远场近似技术加速计算。通过与传统的数值算法相对比, 验证结果表明该算法具有较高的计算精度, 同时能有效提升计算效率。最后对不同条件下多目标与环境复合散射特性的变化规律进行了分析。

关键词 复合电磁散射; 混合算法; 多目标

DOI 10.3969/j.issn.2097-1915.2024.06.006

中图分类号 TN011 **文献标志码** A **文章编号** 2097-1915(2024)06-0043-10

Research on Composite Scattering Characteristics of Multi-Targetabove Rough Environment

LI Ning¹, TIAN Guilong¹, WANG Tong¹, MA Jinwen²

(1. Air Defense and Antimissile School, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China;

2. Unit 93601, Datong 037006, Shanxi, China)

Abstract In view of the scattering calculation problem of multiple 3D conductor targets located above the rough surface, this paper proposes a hybrid AIM-PO algorithm of adaptive integral method (AIM) combined with physical optic (PO) method. In this algorithm, the scattering from rough surface is calculated by PO, and the scattering from target is calculated by AIM. The scattering from the rough surface is solved as part of the target impedance matrix, and the target the rough surface are solved as a whole. The most important computational bottleneck comes from the complement of the coupling matrix between the target and the rough surface in the process of solution. In order to overcome such a computational bottleneck, a fast multipole algorithm (MLFMA) combined with a fast far field approximation (FaFFA) algorithm is proposed to accelerate the matrix vector multiplication. The method is based on the far field approximation criterion to divide the rough surface area into near and far regions, i. e., the distance between the upper element of the rough surface and the target satisfied with the far field approximation conditions is classified as a far region, otherwise is classified as a near region. The near zone is accelerated by MLFMA, whereas the far zone is accelerated by FaFFA. Compared with the traditional numerical algorithm,

收稿日期: 2024-03-27

基金项目: 陕西省自然科学基金(2023-JC-QN-0647)

作者简介: 李 宁(1980-), 男, 陕西眉县人, 博士, 研究方向为电磁学快速算法。E-mail: lee.ning@hotmail.com

通信作者: 田贵龙(1984-), 男, 湖南永州人, 博士, 研究方向为电磁计算。E-mail: tianguilong163@163.com

引用格式: 李宁, 田贵龙, 王童, 等. 陆地上方多目标复合电磁散射特性研究[J]. 空军工程大学学报, 2024, 25(6): 43-52. LI Ning, TIAN Guilong, WANG Tong, et al. Research on Composite Scattering Characteristics of Multi-Targetabove rough Environment[J]. Journal of Air Force Engineering University, 2024, 25(6): 43-52.

the proposed algorithm has high computational accuracy, and can effectively improve the computational efficiency. Finally, the variation law of multi-target and environment composite scattering characteristics under different conditions is analyzed by numerical calculation.

Key words composite electromagnetic scattering; hybrid algorithm; multi-target

多目标与环境的复合散射特性被广泛用于军事与民用中,例如对多架飞机进行导航以及对空中多目标的探测。然而,大多数关于复合散射的研究仅局限于单个目标与环境的复合散射特性,对多目标与环境的复合散射特性进行分析较少。文献[1]研究了粗糙面与上方多目标的复合散射特性。文献[2]计算了介质粗糙面与下方多目标的复合散射特性。文献[3]研究了一维介质粗糙面和多个浅埋二维导体目标的宽带复合电磁散射。文献[4]研究了一维导体粗糙面与上方多个二维导体球的复合散射。上述研究主要针对一维粗糙面与二维目标复合散射研究,对二维粗糙面与上方三维多目标的复合散射特性研究^[5-6]较少,而本团队前期对随机粗糙面上方目标复合电磁散射特性展开了部分研究^[7-11]。

本文将自适应积分方法^[12]结合基尔霍夫近似算法计算二维随机粗糙面上方三维多目标的复合散射特性。该算法是在传统的矩量法(method of moment, MoM)结合物理光学法的 MoM-PO 算法基础上改进,采用自适应积分法(adaptive integral method, AIM)加速计算目标区域阻抗矩阵。对于 AIM-PO 混合算法,随着目标数量增加,目标区域上的未知数大量增加,粗糙面区域也随之变大,从而导致目标与粗糙面之间矩阵矢量相乘的计算成本增加。为了克服该问题,必须考虑加速策略。文献[13~14]提出了快速远场近似(fast far field approximation, FaFFA),以加速源组和场组之间的矩阵矢量相乘,在此方案中,不满足远场近似条件的近场区域仍然通过直接计算得到。为了进一步提高效率,文献[13]将多层快速多极子算法(multilevel fast multipole algorithm, MLFMA)与 FaFFA 结合,MLFMA 用于计算近场区域散射。在组合的 MLFMA-FaFFA 方案中,当目标与粗糙表面之间的距离不满足远场条件时,MLFMA 会加速相互作用,否则,采用 FaFFA 加速相互作用。因此,MLFMA-FaFFA 可以显著降低计算复杂度。此外,粗糙面截断技术被用于减少粗糙表面的计算区域^[15]。

1 粗糙面与上方导体多目标 AIM-PO 算法

1.1 MoM-PO 模型

图 1 为粗糙面上方多目标示意图。首先将目标

划分为 MoM 区域,粗糙面划分为 PO 区域。其中 S_{tk}^{MoM} 为目标 k 的 MoM 区域, S_r^{PO} 为 PO 区域中尺寸为 $L_x \times L_y$ 的粗糙表面。 k_i 为入射方向,入射角为 (θ_i, φ_i) , ϵ_r 为粗糙表面的相对介电常数。计算过程为:①将每个目标表面的散射电场用电流展开系数表示;②目标表面散射场以及外部入射场共同照射到粗糙面,通过物理光学法计算得到在粗糙表面产生的感应电流与磁流;③粗糙面等效电流与等效磁流产生的散射场照射到目标;④在每个目标的表面建立电场积分方程,将 PO 区域的贡献耦合到 MoM 区域的阻抗矩阵中,并通过 MoM 求解目标阻抗矩阵;⑤求得总散射场。对于耦合 MoM-PO 方法,仅需要计算 MoM 区域中的未知数,大大减少了存储需求。此外,该方法考虑了来自目标和粗糙表面的所有散射贡献,保证了该方法的准确性。为了确保计算精度,入射波的波长必须小于粗糙面的曲率半径。

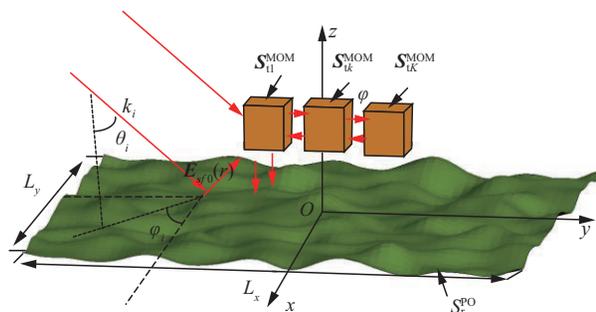


图 1 粗糙面上方多目标示意图

Fig. 1 Geometry of the multipole targets above rough surface

1.1.1 目标散射

目标表面等效电流采用 RWG 函数进行展开。目标 k 的表面总共有 N_k 个三角面元。由入射场激发的目标表面等效电流为 \mathbf{J}_{tk} , 表达式为:

$$\mathbf{J}_{tk} = \sum_{n=1}^{N_k} \alpha_{kn} \mathbf{f}_{kn}, k = 1, 2, \dots, K \quad (1)$$

式中: α_{kn} 为目标 S_{tk}^{MoM} 表面的电流展开系数。自由空间中的电流展开系数为:

$$\mathbf{E}_{tk}^s = L^e(\mathbf{J}_{tk}), k = 1, 2, \dots, K \quad (2)$$

式中:

$$L^e(\mathbf{J}(\mathbf{r}')) = \text{j}k\eta \int_s (\mathbf{I} + \frac{\nabla\nabla'}{k^2}) \mathbf{J}(\mathbf{r}') g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') ds' \quad (3)$$

式中: \mathbf{I} 为单位并矢; $k = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ 为自由空间中波数; $g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = e^{-\text{j}k|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} / 4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|$ 为自由空间中格林函数; $\mathbf{J}(\mathbf{r}')$ 为感应电流。目标区域的散射电

场为:

$$\mathbf{E}_t^s = \sum_{k=1}^K \mathbf{E}_{tk}^s = \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^{N_k} \alpha_{kn} L^e(\mathbf{f}_{kn}) \quad (4)$$

1.1.2 粗糙面散射

根据惠更斯原理,当入射场为 \mathbf{E}^i 时,粗糙表面的散射电场 $\mathbf{E}^s(\mathbf{r})$ 为:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^s(\mathbf{r}) = K^e(\mathbf{J}_s(\mathbf{r}), \mathbf{M}_s(\mathbf{r})) = \\ \int_s ds' jk \eta \left(\bar{I} + \frac{\nabla \nabla'}{k^2} \right) \mathbf{g}(\mathbf{r}', \mathbf{r}) \cdot \mathbf{J}_s(\mathbf{r}) + \\ \int_s ds' \nabla \mathbf{g}(\mathbf{r}', \mathbf{r}) \times \mathbf{M}_s(\mathbf{r}) \end{aligned} \quad (5)$$

当粗糙表面上的局部入射角 θ_i 满足局部正交坐标系 $(\hat{\mathbf{p}}, \hat{\mathbf{q}}, \hat{\mathbf{k}})$ 的条件 $\cos \theta_i = -\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{k}}_i$ 时,水平和垂直极化矢量定义为:

$$\hat{\mathbf{q}} = \frac{\hat{\mathbf{k}}_i \times \hat{\mathbf{n}}}{|\hat{\mathbf{k}}_i \times \hat{\mathbf{n}}|}, \hat{\mathbf{p}} = \hat{\mathbf{q}} \times \hat{\mathbf{k}} \quad (6)$$

当粗糙表面的曲率半径 ρ 和入射波长 λ 满足条件 $\rho \gg \lambda$ 时,即满足切平面近似的条件。基于切线平面近似,局部反射方向为 $\hat{\mathbf{k}}_r = \hat{\mathbf{k}}_i - 2\hat{\mathbf{n}}(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{k}}_i)$,并且局部反射电场和磁场满足 TEM 右手螺旋关系的条件。粗糙表面上的入射场所激发的等效电流 $\mathbf{J}_{s0}(\mathbf{r})$ 和等效磁流 $\mathbf{M}_{s0}(\mathbf{r})$ 分别为:

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{s0}(\mathbf{r}) = \\ \hat{\mathbf{n}} \times \left\{ \frac{(\hat{\mathbf{p}} \mathbf{E}^{\text{inc}})}{\eta} (1+R^{\text{TM}}) \hat{\mathbf{q}} - \frac{(\hat{\mathbf{q}} \mathbf{E}^{\text{inc}})}{\eta} [\hat{\mathbf{p}} - R^{\text{TM}} \hat{\mathbf{k}}_r \times \hat{\mathbf{q}}] \right\} \\ \mathbf{M}_{s0}(\mathbf{r}) = \\ \hat{\mathbf{n}} \times \{ (1+R^{\text{TE}}) (\hat{\mathbf{q}} \cdot \mathbf{E}^{\text{inc}}) \hat{\mathbf{q}} + (\hat{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{E}^{\text{inc}}) [\hat{\mathbf{p}} - R^{\text{TM}} \hat{\mathbf{k}}_r \times \hat{\mathbf{q}}] \} \end{aligned} \quad (7)$$

式中: R^{TE} 和 R^{TM} 为局部切平面近似条件下的菲涅耳反射系数; $\mathbf{E}_1(\mathbf{r})$ 和 $\mathbf{H}_1(\mathbf{r})$ 由外部入射场 \mathbf{E}^{inc} 产生; $\hat{\mathbf{n}}$ 为局部外部法线向量。由散射场 \mathbf{E}_{tk}^s 激发的粗糙表面上的等效电流 $\mathbf{J}_{sd}(\mathbf{r})$ 和等效磁流 $\mathbf{M}_{sd}(\mathbf{r})$ 为:

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{sd}(\mathbf{r}) = \\ \hat{\mathbf{n}} \times \left\{ \frac{1}{\eta} (\hat{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{E}_t^s) (1+R^{\text{TM}}) \hat{\mathbf{q}} - \frac{1}{\eta} (\hat{\mathbf{q}} \cdot \mathbf{E}_t^s) [\hat{\mathbf{p}} - R^{\text{TM}} \hat{\mathbf{k}}_r \times \hat{\mathbf{q}}] \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} -\langle L^e[\mathbf{J}_{t1}(\mathbf{r}'_1)] + \sum_{i=2}^K L^e[\mathbf{J}_{ti}(\mathbf{r}'_i)] + K^e[\mathbf{J}_{sd}(\mathbf{r}'_s), \mathbf{M}_{sd}(\mathbf{r}'_s)], \mathbf{f}_{lm} \rangle_{\text{tan}} = \langle \mathbf{E}^{\text{inc}}(\mathbf{r}'_1), \mathbf{f}_{lm} \rangle_{\text{tan}} + \langle K^e[\mathbf{J}_{s0}(\mathbf{r}'_s), \mathbf{M}_{s0}(\mathbf{r}'_s)], \mathbf{f}_{lm} \rangle_{\text{tan}} \\ -\langle L^e[\mathbf{J}_{tk}(\mathbf{r}'_k)] + \sum_{i=1, i \neq k}^K L^e[\mathbf{J}_{ti}(\mathbf{r}'_i)] + K^e[\mathbf{J}_{sd}(\mathbf{r}'_s), \mathbf{M}_{sd}(\mathbf{r}'_s)], \mathbf{f}_{km} \rangle_{\text{tan}} = \langle \mathbf{E}^{\text{inc}}(\mathbf{r}'_k), \mathbf{f}_{km} \rangle_{\text{tan}} + \langle K^e[\mathbf{J}_{s0}(\mathbf{r}'_s), \mathbf{M}_{s0}(\mathbf{r}'_s)], \mathbf{f}_{km} \rangle_{\text{tan}} \\ -\langle L^e[\mathbf{J}_{tK}(\mathbf{r}'_K)] + \sum_{i=1}^{K-1} L^e[\mathbf{J}_{ti}(\mathbf{r}'_i)] + K^e[\mathbf{J}_{sd}(\mathbf{r}'_s), \mathbf{M}_{sd}(\mathbf{r}'_s)], \mathbf{f}_{Km} \rangle_{\text{tan}} = \langle \mathbf{E}^{\text{inc}}(\mathbf{r}'_K), \mathbf{f}_{Km} \rangle_{\text{tan}} + \langle K^e[\mathbf{J}_{s0}(\mathbf{r}'_s), \mathbf{M}_{s0}(\mathbf{r}'_s)], \mathbf{f}_{Km} \rangle_{\text{tan}} \\ \mathbf{r}'_s \in S_r^{\text{PO}}, \mathbf{r}_k \in S_k^{\text{MoM}}, k = 1, 2, \dots, K \end{cases} \quad (14)$$

$$\mathbf{M}_{sd}(\mathbf{r}) =$$

$$\hat{\mathbf{n}} \times \{ (1+R^{\text{TE}}) (\hat{\mathbf{q}} \cdot \mathbf{E}_t^s) \hat{\mathbf{q}} + (\hat{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{E}_t^s) [\hat{\mathbf{p}} - R^{\text{TM}} \hat{\mathbf{k}}_r \times \hat{\mathbf{q}}] \} \quad (8)$$

粗糙表面上的总电流和总磁流分别为:

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_s(\mathbf{r}) = \mathbf{J}_{sd}(\mathbf{r}) + \mathbf{J}_{s0}(\mathbf{r}) \\ \mathbf{M}_s(\mathbf{r}) = \mathbf{M}_{sd}(\mathbf{r}) + \mathbf{M}_{s0}(\mathbf{r}) \end{aligned} \quad (9)$$

从粗糙表面到目标的散射电场 $\mathbf{E}^s(\mathbf{r})$ 可以表示为:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^s(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_{s0}(\mathbf{r}) + \mathbf{E}_{sd}(\mathbf{r}) = \\ K^e(\mathbf{J}_{s0}, \mathbf{M}_{s0}) + K^e(\mathbf{J}_{sd}, \mathbf{M}_{sd}) \end{aligned} \quad (10)$$

式中: $\mathbf{E}_{s0}(\mathbf{r})$ 为来自粗糙表面的直接散射电场; $\mathbf{E}_{sd}(\mathbf{r})$ 为目标与粗糙表面之间的耦合散射电场。

1.1.3 目标与粗糙面耦合

来自目标 S_k^{MoM} 的散射场 $\mathbf{E}^s(\mathbf{r}_k)$ 由目标自身上的等效电流激发的散射电场,由其他目标表面等效电流以及由粗糙表面上等效电磁流激发的散射场组成, $\mathbf{E}^s(\mathbf{r}_k)$ 的表达式为:

$$\mathbf{E}^s(\mathbf{r}_k) = L^e(\mathbf{J}_{tk}) + \sum_{i=1, i \neq k}^K L^e(\mathbf{J}_{ti}) + K^e(\mathbf{J}_s, \mathbf{M}_s) \quad (11)$$

当入射波为垂直极化时,基于 Dirichlet 边界条件,导体目标表面切向电场为 0。

$$\mathbf{E}_{\text{tan}} = \mathbf{E}^{\text{inc}} + \mathbf{E}^s \Big|_{\text{tan}} = 0 \quad (12)$$

式中: \mathbf{E}^{inc} 为外部入射电场; \mathbf{E}^s 为自由空间中的散射电场,由目标和粗糙表面上的等效电流产生的散射电场组成。将式(11)代入式(12),式(12)可以改写为:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1, i \neq k}^K L^e[\mathbf{J}_{ti}(\mathbf{r}'_i)] + \\ (K^e[\mathbf{J}_{s0}(\mathbf{r}'_s), \mathbf{M}_{s0}(\mathbf{r}'_s)] + K^e[\mathbf{J}_{sd}(\mathbf{r}'_s), \mathbf{M}_{sd}(\mathbf{r}'_s)]) \Big|_{\text{tan}} + \\ \mathbf{E}^{\text{inc}}(\mathbf{r}'_s) + L^e[\mathbf{J}_{tk}(\mathbf{r}'_s)] = 0, \mathbf{r}'_s \in S_r^{\text{PO}}, \mathbf{r}_k \in S_k^{\text{MoM}}, \\ k = 1, 2, \dots, K \end{aligned} \quad (13)$$

然后通过 Galerkin 方法测试该方程,并将其离散化为矩阵方程:

向量的内积定义为 $\langle \mathbf{f}, \mathbf{g} \rangle = \int_s \mathbf{f} \cdot \mathbf{g} ds$ 。式(14)

可以简化为:

$$\begin{aligned} [\mathbf{Z}_{mn}^1 + \mathbf{Z}_{mn}^{1t} + \mathbf{Z}_{mn}^{1s}] \cdot [\boldsymbol{\alpha}_1] &= [\mathbf{V}_1^{\text{inc}} + \mathbf{V}_1^s] \\ &\vdots \\ [\mathbf{Z}_{mn}^k + \mathbf{Z}_{mn}^{kt} + \mathbf{Z}_{mn}^{ks}] \cdot [\boldsymbol{\alpha}_k] &= [\mathbf{V}_k^{\text{inc}} + \mathbf{V}_k^s] \\ &\vdots \\ [\mathbf{Z}_{mn}^K + \mathbf{Z}_{mn}^{Kt} + \mathbf{Z}_{mn}^{Ks}] \cdot [\boldsymbol{\alpha}_K] &= [\mathbf{V}_K^{\text{inc}} + \mathbf{V}_K^s] \end{aligned} \quad (15)$$

式中: \mathbf{Z}_{mn}^k 为目标 S_{ik}^{MoM} 上的自阻抗矩阵; \mathbf{Z}_{mn}^{kt} 为目标 S_k^{MoM} 与其他目标之间的互阻抗矩阵; \mathbf{Z}_{mn}^{ks} 为目标与粗糙表面之间的互阻抗矩阵; $\mathbf{V}_m^{\text{inc}}$ 为来自外部入射场的激励, 由入射波照射到粗糙面上产生。双站散射系数(BCS)可以表示为:

$$\sigma_{\alpha\beta} = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{4\pi r^2 |\mathbf{E}_\alpha^{\text{Sur}} + \mathbf{E}_\alpha^{\text{Tar}}|^2 \cos \theta_i}{|\mathbf{E}_\beta^i|^2 S \cos \theta_i} \quad (16)$$

式中: α 为散射方向; β 为入射方向; $\mathbf{E}_\alpha^{\text{Sur}}$ 与 $\mathbf{E}_\alpha^{\text{Tar}}$ 分别是粗糙表面和目标的 α -极化散射电场; \mathbf{E}_β^i 为 β -极化入射电场; θ_i 为入射角; $S \cos \theta_i$ 为垂直极化方向上被入射波照亮的投影区域。通过计算得到目标表面的电磁流以及粗糙面表面的电磁流后, 便可以计算得到 BCS。

1.2 加速算法

互阻抗矩阵 \mathbf{Z}_{mn}^{ks} 是通过目标与粗糙表面之间的矩阵矢量相乘获得的。 \mathbf{Z}_{mn}^{ks} 的计算复杂度为 $O(2M^2P)^{[16]}$, 其中 M 和 P 分别为 MoM 区域和 PO 区域中的基函数。显然, 当 PO 区域面积较大时, 计算 \mathbf{Z}_{mn}^{ks} 非常耗时。为了加速向量矩阵相乘, 引入了多层快速多极子算法(MLFMA)和快速远场近似技术(FaFFA)。MLFMA 与 FaFFA 均是通过对矩阵矢量相乘采用“聚合-转移-解聚”方式进行加速, 由于针对 FaFFA 的转移算子计算效率远大于对 MLFMA 的转移算子计算效率, 使得 FaFFA 的计算效率大于 MLFMA 的计算效率, 而 FaFFA 的使用必须满足快速远场近似条件, 因此只能在满足快速远场近似条件的远区使用 FaFFA 进行加速, 而在近区使用 MLFMA 加速。

1.2.1 MLFMA 算法

为了实施 MLFMA 和 FaFFA 算法, 首先, 将三维多目标模型放入最小的立方体盒子中, 并将其命名为零级框, 此时的剖分级别 $L_c = 0$; 然后将零级框分为 8 个相同的子立方体, 这些子立方体被命名为一级框, 此时的剖分级别 $L_c = 1$; 每个一级框被分为 8 个相同的二级框; 递归地继续执行该过程, 直到最细的框的大小约为 $0.2\lambda \sim 0.5\lambda$ 为止。通过以上过程得到二叉树结构。类似地, 将粗糙表面划分为四

叉树结构。得到树形结构后, 将对每个级别的框进行索引, 并且仅记录无空框。

MLFMA 基于加法定理。假设 \mathbf{r}_m 和 \mathbf{r}'_m 分别为场组和源组的中心向量。 \mathbf{r}_a 和 \mathbf{r}_b 分别为场点和源点, $\mathbf{r}_{ab} = \mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b = \mathbf{r}_{am} - \mathbf{r}'_{mm} - \mathbf{r}'_{bm}$ 。当距离满足条件 $|\mathbf{r}'_{mm}| > |\mathbf{r}_{am} - \mathbf{r}'_{bm}|$ 时, 可以将 Ewald 球上定义的 Green 函数表示为^[17]:

$$\frac{e^{jk|\mathbf{r}_{ab}|}}{|\mathbf{r}_{ab}|} = \frac{jk}{4\pi} \int_{S_E} d^2 \hat{\mathbf{k}} e^{jk(\mathbf{r}_{am} - \mathbf{r}'_{bm})} \alpha'_{mm}(\hat{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{r}'_{mm}) \quad (17)$$

式中: $\int_{S_E} d^2 \hat{\mathbf{k}}$ 为单位球体(Ewald 球体)上的积分; $\alpha'_{mm}(\hat{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{r}'_{mm})$ 为从场组中心到源组中心的转移函数, 表示为:

$$\alpha'_{mm}(\hat{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{r}'_{mm}) = \sum_{l=0}^L (-j)^l (2l+1) h_l^{(1)}(kr'_{mm}) P_l(\hat{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{r}'_{mm}) \quad (18)$$

式中: $h_l^{(1)}$ 为第一类球形 Hankel 函数; P_l 为 Legendre 多项式; L 为无穷求和的截断数。根据文献[18]可知:

$$L = kD_0 + \beta(kD_0)^{1/3} \quad (19)$$

式中: D_0 为最大的组尺寸; $d_0 = \log(1/\zeta)$ 为所需的精确度, ζ 为计算误差, 一般来说 $\zeta \leq 10^{-3}$ 。Ewald 球面上的总采样数可以表示为^[19]:

$$K = 2L^2 + 4 \quad (20)$$

显然, 总采样数是巨大的, 并且需要大量的计算资源来执行 MLFMA 中的转移函数。

1.2.2 FaFFA 算法

由于 MLFMA 中的转移函数是定义在整个 Ewald 球上, 因此 MLFMA 对于计算电大尺寸粗糙面与目标的耦合作用非常耗时。当组距离很好地分开时, 转移函数可以通过 FaFFA 进行简化, 其中在沿射线传播方向的转移函数中仅包含单个方向矢量。当组距离足够大时, 可以将格林函数简化为:

$$\frac{e^{jk|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|}}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} \sim \frac{e^{jkr_{mn}}}{r_{mn}} e^{ikr_{mn}(\mathbf{r}_{im} + \mathbf{r}_{nj})} = \frac{jk}{4\pi} \int_{S_E} d^2 \hat{\mathbf{k}} e^{jk(\mathbf{r}_{im} + \mathbf{r}_{nj})} \alpha_{mn}^{\text{far}} \quad (21)$$

式中:

$$\alpha_{mn}^{\text{far}} = 4\pi \frac{e^{jkr_{mn}}}{jkr_{mn}} \delta(\hat{\mathbf{k}} - \hat{\mathbf{r}}_{mn}) \quad (22)$$

可以看到, FaFFA 中的转移函数仅有一个采样方向, 即沿着从面元组 m 到面元组 n 的射线传播方向。

1.2.3 MLFMA-FaFFA 组合

在 FaFFA 中, 远场近似条件可以表示为:

$$r_{mn} \geq 3\gamma \sqrt{(D_x^l)^2 + (D_y^l)^2 + (D_z^l)^2} \quad (23)$$

式中: $3\gamma\sqrt{(D_x^l)^2+(D_y^l)^2+(D_z^l)^2}$ 为2个近邻组的最大距离^[20],且 $\gamma \geq 1$ 。此外,最粗糙的剖分级别 L_C 应满足条件 $L_C > 2$ 。因此,当源点与场点之间的距离满足远场条件时使用 FaFFA,否则,使用 MLFMA。不符合远场条件的近场区域中的粗糙面与目标的相互作用使用 MLFMA 计算,需要计算 Ewald 球体上的所有采样方向。当粗糙面与目标之间的距离满足远场条件时,转移函数被简化为仅含有一个采样方向,大大降低了计算复杂度。图2为 MLFMA-FaFFA 的示意图。

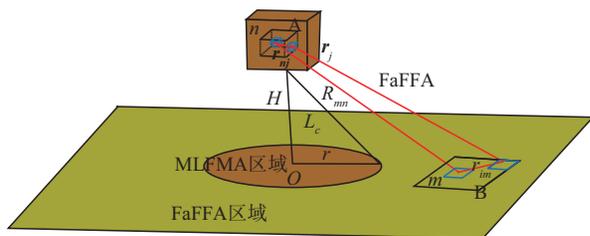


图2 MLFMA-FaFFA 示意图

Fig. 2 Schematic of MLFMA-FaFFA

MLFMA 区域和 FaFFA 区域随粗糙表面和目标之间的距离的变化而变化。当目标靠近粗糙面时,MLFMA 区域将增大,而 FaFFA 区域将减小,计算时间将增加。然而,随着距离的增加,MLFMA 面积将减少,FaFFA 面积将增加,计算复杂度将相应降低。此外,当粗糙面中面元与目标之间的距离很大时,其对相互作用的贡献非常小,甚至可以忽略不计。因此,可将粗糙面进行截断以进一步降低计算复杂度。

1.2.4 自适应积分法(AIM)

尽管采用 MLFMA-FaFFA 加速了目标与粗糙面之间的耦合作用计算,但 MoM 区域的阻抗矩阵计算仍然十分耗时,其计算复杂度为 $O(M^2)$ 。因此,引入自适应积分方法(AIM)以进一步加速 MoM 部分阻抗矩阵计算。通过引入位于一系列网格节点上的辅助基函数来使用 AIM。AIM 的主要计算过程如下:

1) 向量矩阵 $[\mathbf{Z}_{mn}^k + \mathbf{Z}_{mn}^{kt} + \mathbf{Z}_{mn}^{ks}]$ 分为近相互作用项 \mathbf{Z}_{mn}^k 和远相互作用项 $[\mathbf{Z}_{mn}^{kt} + \mathbf{Z}_{mn}^{ks}]$,近相互作用项由目标的自阻抗矩阵构成,远相互作用项由不同目标之间的阻抗矩阵以及目标与粗糙面之间的耦合阻抗矩阵构成。

2) 将 MoM 中基函数投影到网格点。

3) 近相互作用项 \mathbf{Z}_{mn}^k 采用直接计算,远相互作用项 $[\mathbf{Z}_{mn}^{kt} + \mathbf{Z}_{mn}^{ks}]$ 采用 FFT 进行加速。

使用 AIM,可以将 MoM 区域中独立矩阵的计算复杂度从 $O(M^2)$ 降低到 $O(M \log M)$ 。

2 仿真与分析

2.1 MoM-PO 混合算法验证

为了验证改进的 MoM-PO 混合方法,以粗糙表面上方的单个导体球为例,如图3所示。

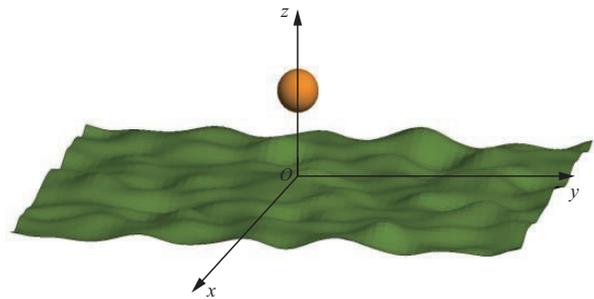


图3 单个球位于粗糙表面示意图

Fig. 3 Geometry of single sphere above rough surface

计算参数如下:工作频率 $f = 0.3$ GHz,入射角 $\theta_i = 30^\circ$, $\varphi_i = 0^\circ$,观察角 $\theta_s = -90^\circ \sim 90^\circ$, $\varphi_s = 0^\circ$,粗糙表面类型是粉质黏土,粉质黏土含水量 $m_v = 0.3 \text{ g} \cdot \text{cm}^3$,环境温度为 22°C ,相对介电常数 $\epsilon = (8.69, -0.47)$,粗糙表面的尺寸为 $L_x \times L_y$,即 $40 \text{ m} \times 40 \text{ m}$,粗糙表面的均方根高度 $h_{in} = 0.1 \text{ m}$,粗糙表面的相关长度 $l_x = l_y = 1 \text{ m}$,每个波长取5个采样点,理想导体球体积 $r^3 = 1 \text{ m}^3$,球在下表面上方的高度 $h = 5 \text{ m}$ 。该计算平台为 3.2 GHz AMD 处理器、64 位内核和 64 GB RAM。本文中的示例通过蒙特卡洛方法计算了30个粗糙表面的统计平均值。

图4为水平-水平(HH)极化和垂直-垂直(VV)极化的仿真结果。所提出的方法与 MoM 很好地吻合。为了更好地分析所提方法的准确性,利用误差分析函数给出均值偏差和最大偏差的表达式分别为:

$$\langle \gamma \rangle = \frac{1}{N_{\theta_s}} \sum_{\langle \theta_s \rangle} | \gamma^T(\theta_s) - \gamma^M(\theta_s) | \quad (24)$$

$$\max \gamma = \max_{\langle \theta_s \rangle} | \gamma^T(\theta_s) - \gamma^M(\theta_s) | \quad (25)$$

式中: $\gamma^T(\theta_s)$ 为通过改进的 MoM-PO 获得的 BCS; $\gamma^M(\theta_s)$ 为通过 MoM 获得的 BCS; N_{θ_s} 为散射角的数目。经典矩量法将目标与环境看作一个目标,并统一进行剖分得到未知面元,同时通过对所有面元之间相互作用进行直接计算得到不同面元之间的耦合散射,因此计算量极为庞大,无法在实际工程中进行应用。但其计算精度非常高,并且已有大量的实测数据检验了算法的准确性,因此常被用于检验其他算法的计算精度。

不同极化方式下的计算误差比较结果如表1所示。在 VV 和 HH 极化中,该方法与 MoM 吻合很好。

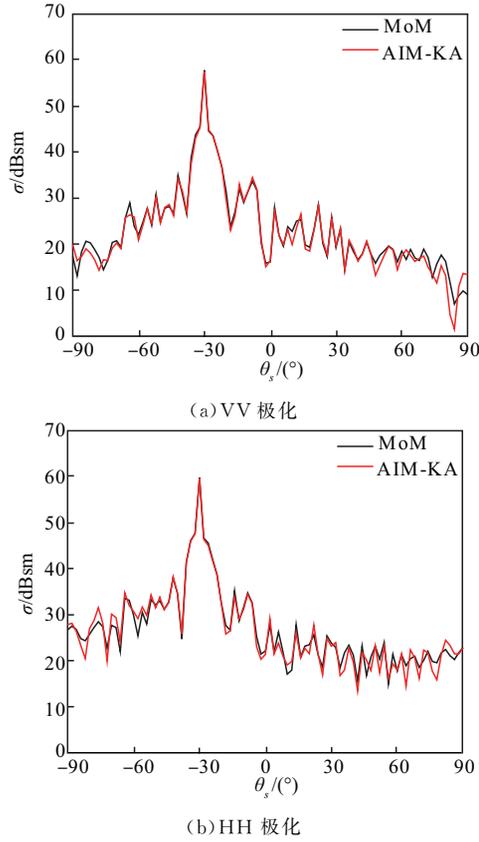


图 4 不同极化方式下 BCS 计算结果对比

Fig. 4 Comparison of BCS calculation results under different polarization modes

表 1 不同极化方式下的计算误差

Tab. 1 Calculation errors under different polarization modes

极化方式	γ/dB	max γ/dB
VV	1.156 3	5.921 9
HH	1.302 0	5.473 2

图 5 为针对不同的均方根 (root mean square, RMS) 获得的仿真结果。除 RMS 高度外, 计算参数与图 4 的相同。RMS 高度分别为 $h_{\text{in}} = 0.1\lambda$ 和 $h_{\text{in}} = 0.3\lambda$ 。随着 RMS 的增加, 径向方向 BCS 逐渐减小, 而后向散射方向 BCS 逐渐增大。这是由于径向方向的 BCS 主要由相干散射引起, 后向散射方向的 BCS 主要由非相干散射引起。因此, 随着 RMS 的增加, 相干散射变弱, 并且非相干散射变强, 导致了径向方向的 BCS 弱, 后向散射方向的 BCS 强。

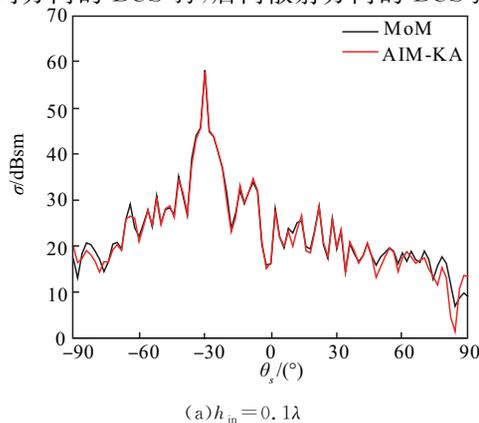
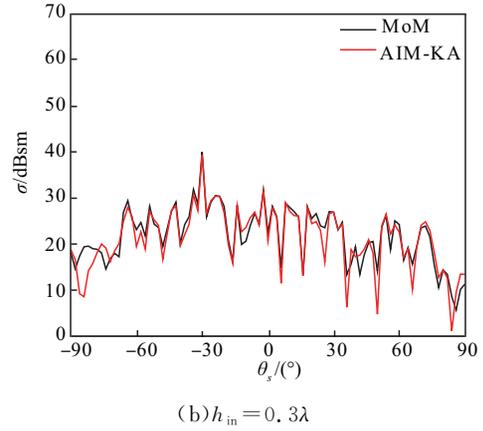
(a) $h_{\text{in}} = 0.1\lambda$ (b) $h_{\text{in}} = 0.3\lambda$

图 5 不同均方根高度下 2 种算法的计算结果

Fig. 5 Calculation results between two algorithms under different RMS heights

表 2 比较了不同计算方法的误差分析结果。随着 RMS 的增加, 改进 MoM-PO 的准确性下降, 尤其是在大入射角下。这是由于当 RMS 增大时, 粗糙面不同面元之间的相互作用会增强, 而 PO 方法并没有考虑粗糙面面元之间的耦合作用, 因此具有局限性, 特别是对于具有高 RMS 高度的粗糙表面。该方法更适用于计算具有较小 RMS 高度的粗糙面与目标的复合散射。

表 2 不同 RMS 下的误差分析

Tab. 2 Error analysis under different RMS values

h_{in}	γ/dB	max γ/dB
0.1λ	1.156 3	5.921 9
0.3λ	2.307 9	11.341 5

表 3 比较了 2 种算法的计算时间和存储要求。AIM-PO 的存储需求为 MoM 的 0.12%, 计算时间为 MoM 的 2.3%。因此, AIM-PO 技术具有较低的存储需求和较高的计算效率。

表 3 不同算法之间计算时间与内存需求结果

Tab. 3 Results of calculation time and memory requirements between different algorithms

极化方式	方法	计算时间/s	存储需求/Gbyte
VV	MoM	102 142	63.595
	AIM-PO	1 641	0.853
HH	MoM	100 525	63.595
	AIM-PO	1 610	0.853

2.2 计算实例

2.2.1 不同数量的目标与粗糙面的复合散射特性

图 6 为从粗糙表面上方的 1 个、2 个和 3 个立方体获得的 BCS 结果。立方体的大小为 $l \times l \times l$, 即 $2\text{ m} \times 2\text{ m} \times 2\text{ m}$, 入射角 $\theta_i = 30^\circ$, $\varphi_i = 0^\circ$, 观察角 $\theta_s = -90^\circ \sim 90^\circ$, $\varphi_s = 0^\circ$, 粗糙表面为粉质黏土,

粉质黏土的含水量 $m_v = 0.3 \text{ g} \cdot \text{cm}^3$, 相对介电常数 $\epsilon = (8.69, -0.47)$ 。

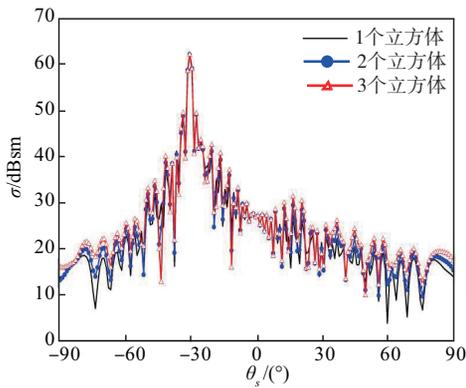


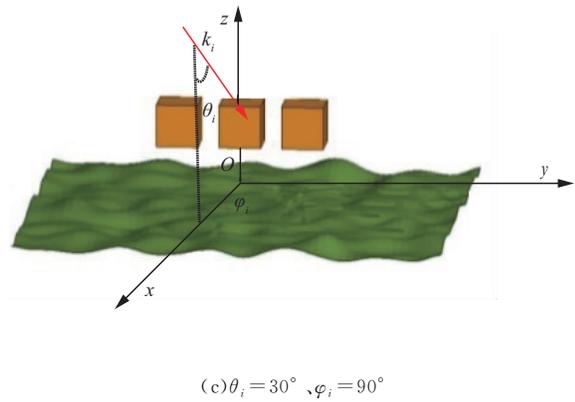
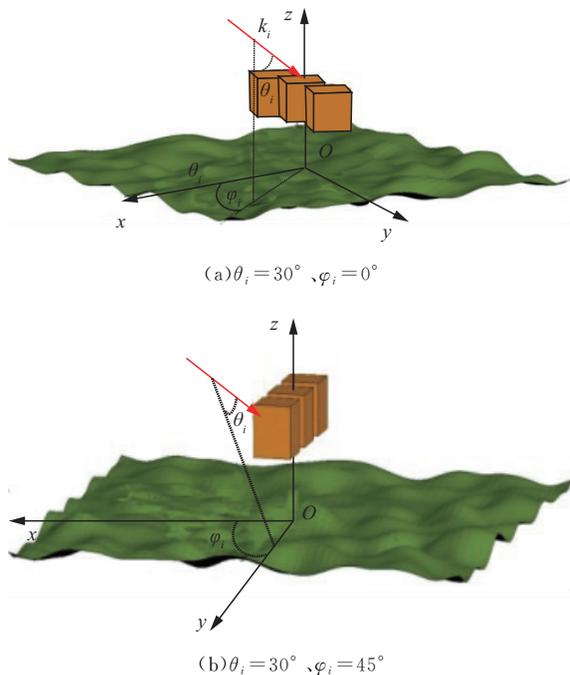
图 6 不同数量的目标与环境复合得到的 BCS

Fig. 6 BCS Obtained from the composition of different numbers of targets and environments

可以观察到, BCS 随着目标数量的增加而增加。此外, 在径向散射方向上, 粗糙表面上方具有不同数量的立方体获得的 BCS 值在径向散射方向上是相同的, 并且对于具有不同数目的立方体而言, 其 BCS 值之间的差异随着散射角的增加而增加。这是因为目标与下面的粗糙表面之间的相互作用对径向散射影响很小, 而在其他方向上, BCS 随目标数量的增加而增加。

2.2.2 不同入射角条件下粗糙面与目标复合散射特性分析

不同入射角条件下的粗糙面表面与上方立方体的复合散射模型如图 7 所示。不同入射角条件下的 BCS 的比较结果如图 8 所示。



(c) $\theta_i = 30^\circ, \varphi_i = 90^\circ$

图 7 不同入射角示意图

Fig. 7 Schematic diagram of different incident angles

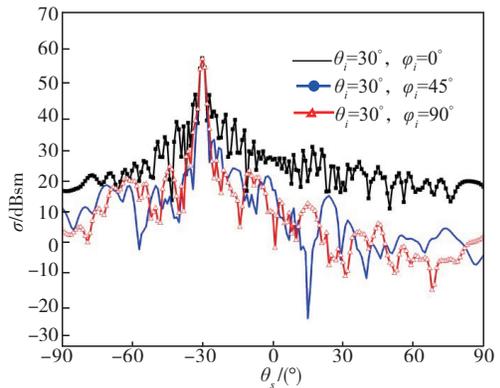


图 8 不同入射角条件下的 BCS 对比

Fig. 8 Comparison of BCS under different incident angle conditions

入射角分别为 $\theta_i = 30^\circ, \varphi_i = 0^\circ, \theta_i = 30^\circ, \varphi_i = 45^\circ, \theta_i = 30^\circ, \varphi_i = 90^\circ$, 观察角分别为 $\theta_s = -90^\circ \sim 90^\circ, \varphi_s = 0^\circ, \theta_s = -90^\circ \sim 90^\circ, \varphi_s = 45^\circ, \theta_s = -90^\circ \sim 90^\circ, \varphi_s = 90^\circ$ 。立方体的尺寸为 $l \times l \times l$, 即 $2 \text{ m} \times 2 \text{ m} \times 2 \text{ m}$, 粗糙表面为粉质黏土, 粉质黏土的含水量 $m_v = 0.3 \text{ g} \cdot \text{cm}^3$, 相对介电常数 $\epsilon = (8.69, -0.47)$ 。从 3 个入射角获得的值中, 以入射角 $\theta_i = 30^\circ$ 和 $\varphi_i = 0^\circ$ 的粗糙面上方的立方体的 BCS 最大。入射角 $\theta_i = 30^\circ, \varphi_i = 45^\circ$ 的 BCS 的起伏较大, 而入射角 $\theta_i = 30^\circ, \varphi_i = 0^\circ$ 以及 $\theta_i = 30^\circ, \varphi_i = 90^\circ$ 的情况下, BCS 的波动较大。这是因为, 对于 $\theta_i = 30^\circ, \varphi_i = 0^\circ$, 照明面积较大, 并且对于 $\theta_i = 30^\circ, \varphi_i = 45^\circ$, 来自边缘的散射较强。

2.2.3 不同姿态多目标与环境复合散特性

图 9 为不同姿态多目标与环境的复合散射模型, 图 10 为不同姿态目标与环境复合的 BCS 结果。3 个立方体位于粗糙表面的上方, 图 10(a) 为 3 个立方体平行于粗糙表面, 图 10(b) 为 3 个立方体相对于粗糙表面旋转 45° ; 入射角为 $\theta_i = 30^\circ$ 且 $\varphi_i = 0^\circ$, 观察角为 $\theta_s = -90^\circ \sim 90^\circ$ 且 $\varphi_s = 0^\circ$, 立方体体积为 $l \times l \times l$, 即 $2 \text{ m} \times 2 \text{ m} \times 2 \text{ m}$, 其粗糙表面是粉质黏土, 土壤含水量 $m_v = 0.3 \text{ g} \cdot \text{cm}^3$, 相对介电常数

$\epsilon = (8.69, -0.47)$ 。2 个不同位置的径向散射是相同的,平行于粗糙表面的 3 个立方体的后向散射比相对于粗糙表面旋转 45° 的 3 个立方体的后向散射要强。然而,对于大散射角方向上的复合模型,相对于粗糙表面旋转 45° 的立方体所获得的 BCS 高于平行于粗糙表面的 3 个立方体所获得的 BCS。这是因为当立方体平行于粗糙表面时,立方体与粗糙表面之间的接触面积更大,有助于增加立方体与粗糙表面之间的相互作用。由于来自立方体边缘的散射,从相对于粗糙表面旋转 45° 的立方体获得的 BCS 在大的散射角方向上更大。

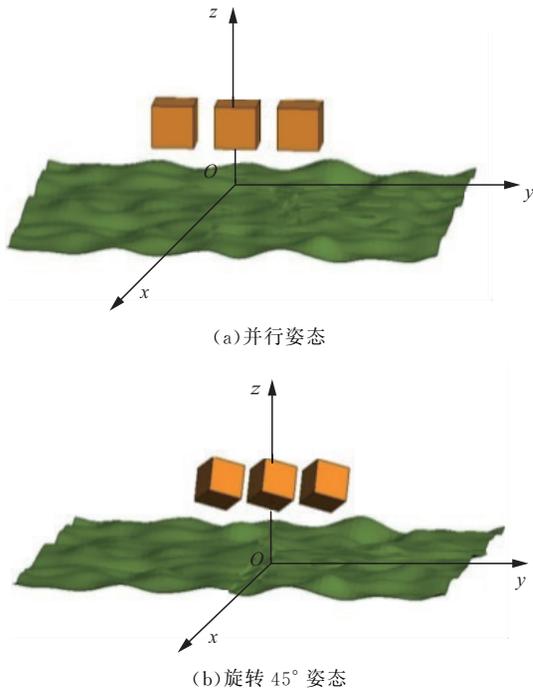


图 9 不同姿态立方体位于粗糙面上方示意图

Fig. 9 Schematic diagram of cubes in different orientations above a rough surface

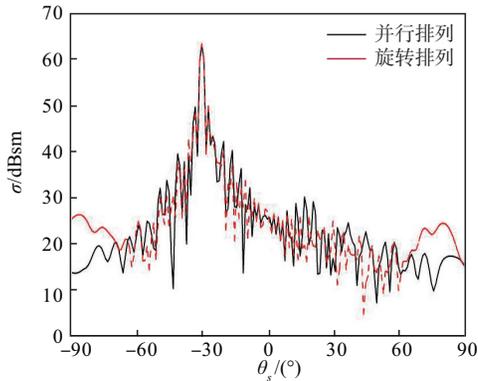


图 10 不同姿态立方体位于粗糙面上方得到的 BCS

Fig. 10 BCS obtained from cubes in different orientations above a rough surface

2.2.4 不同类型多目标与环境复合散特性

图 11 为来自粗糙表面上方不同类型目标的复合散射模型,图 12 为粗糙表面上方 3 种不同类型目

标获得的 BCS 结果。目标分别为球体、圆柱体和立方体,入射角 $\theta_i = 30^\circ$ 且 $\varphi_i = 0^\circ$, 观察角 $\theta_s = -90^\circ \sim 90^\circ$ 且 $\varphi_s = 0^\circ$, 立方体体积为 $l \times l \times l$, 即 $2 \text{ m} \times 2 \text{ m} \times 2 \text{ m}$, 圆柱体体积为 $\pi r^2 \times l$, 即 $\pi \times 12 \text{ m} \times 2 \text{ m}$, 球体体积为 $4/3\pi r^3$, 即 $4/3\pi \times 12 \text{ m}^3$, 粗糙表面是粉质黏土, 土壤含水量 $m_v = 0.3 \text{ g} \cdot \text{cm}^3$, 相对介电常数 $\epsilon = (8.69, -0.47)$ 。可以看到,3 个立方体与粗糙表面复合得到 BCS 值最大,而 3 个球体与粗糙面复合得到的 BCS 最低。此外,在径向散射方向和后向散射方向上,粗糙面与立方体复合所获得的 BCS 比球体和圆柱体与目标复合所获得的 BCS 要高。此结果是因为立方体比圆柱体或球体具有更多的边缘,从而导致立方体与粗糙表面之间的相互作用更强。

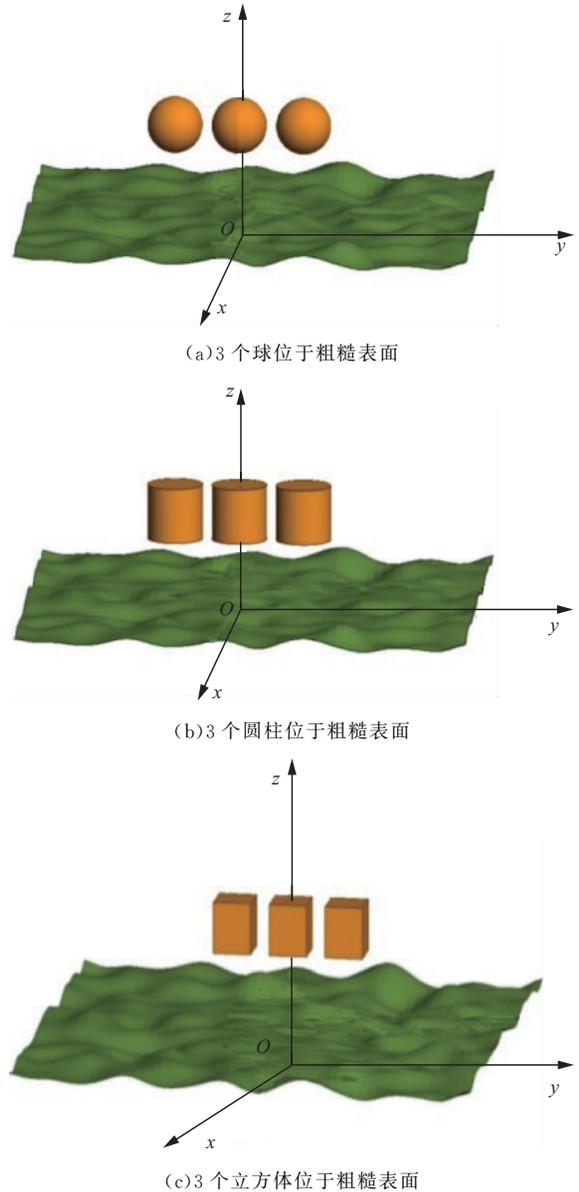


图 11 不同类型目标位于粗糙面上方示意图

Fig. 11 Schematic diagram of different types of targets positioned above a rough surface

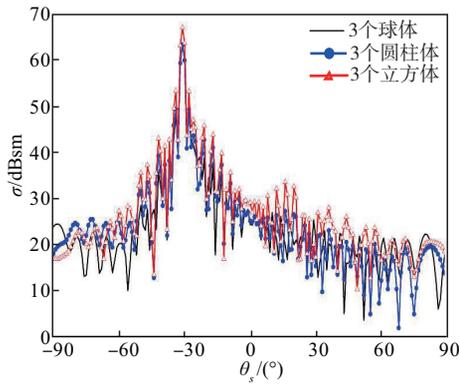


图12 不同类型目标与环境复合得到的BCS

Fig. 12 BCS obtained from different types of targets and environmental composites

2.2.5 不同类型粗糙面与目标复合散射特性

图13为3种不同类型的粗糙表面与上方3个立方体复合获得的BCS值。粗糙表面类型分别为沙土、粉壤土和粉质黏土,对应的相对介电常数分别为 $\epsilon = (15.10, -0.91)$ 、 $\epsilon = (13.61, -0.79)$ 和 $\epsilon = (8.69, -0.47)$ 。入射角 $\theta_i = 30^\circ$ 且 $\varphi_i = 0^\circ$,观察角 $\theta_s = -90^\circ \sim 90^\circ$ 且 $\varphi_s = 0^\circ$,立方体体积为 $l \times l \times l$,即 $2\text{ m} \times 2\text{ m} \times 2\text{ m}$,土壤含水量 $m_v = 0.3\text{ g} \cdot \text{cm}^3$ 。可以看出,在沙土与上方立方体复合散射获得的BCS值最高。此外,在径向散射方向上,沙土与上方立方体复合获得的BCS值高于粉壤土和粉质黏土与上方立方体复合获得的BCS值。这是因为沙土的相对介电常数高于粉壤土和粉质黏土的,从而导致沙土的反射效果更强,立方体与沙土之间的相互作用更强。

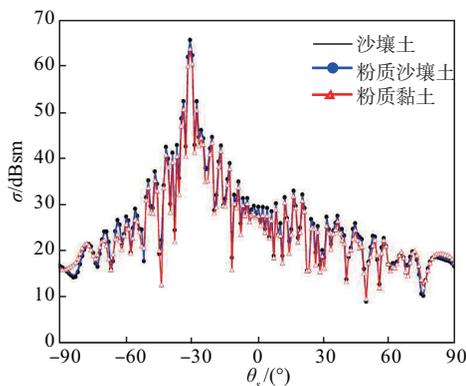


图13 不同土壤类型粗糙面与目标复合得到的BCS对比

Fig. 13 BCS obtained from the targets above rough surfaces of different soil types

2.2.6 不同含水量粗糙面与目标复合散射特性

图14为含水量不同的粉质黏土与目标复合的BCS值。粗糙表面为粉质黏土,粉质黏土3种含水量分别为 $m_v = 0.2\text{ g} \cdot \text{cm}^3$ 、 $m_v = 0.3\text{ g} \cdot \text{cm}^3$ 和 $m_v = 0.4\text{ g} \cdot \text{cm}^3$,对应的相对介电常数分别为 $\epsilon = (56, 0.09)$ 、 $\epsilon = (8.68, 0.19)$ 和 $\epsilon = (16.29, 0.37)$ 。

入射角为 $\theta_i = 30^\circ$ 、 $\varphi_i = 0^\circ$,观察角为 $\theta_s = -90^\circ \sim 90^\circ$ 、 $\varphi_s = 0^\circ$,立方体体积为 $l \times l \times l$,即 $2\text{ m} \times 2\text{ m} \times 2\text{ m}$ 。可以看出,随着粗糙表面水分含量的增加,相对介电常数的实部急剧增加,而虚部则略有下降。因此,对于含水量 $m_v = 0.4\text{ g} \cdot \text{cm}^3$ 的粉质黏土与上方立方体复合散射,其BCS值最高。此外,随着含水量的增加,粉质黏土与上方的立方体复合获得的BCS沿径向散射方向和后向散射方向均增加。这是因为相对介电常数随着含水量的增加而增加,有助于增大粉质黏土的反射系数以及增加立方体与粉质黏土粗糙表面之间的相互作用。

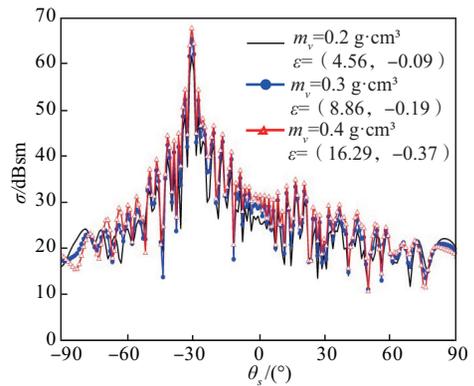


图14 不同含水量土壤与目标复合得到的BCS

Fig. 14 BCS obtained from soil with different moisture contents and the target composite

3 结语

针对陆地表面与上方多个3D导体目标的散射问题,提出了一种结合AIM和PO的改进混合方法。将整个复合模型分为目标区域与粗糙面区域,粗糙面区域的散射贡献和不同目标的相互作用被耦合到目标区域部分的独立矩阵方程中。通过结合使用多层快速多极子算法和快速远场近似(MLFMA-FaFFA)来加速目标和粗糙面之间的矩阵矢量相乘,并应用粗糙表面截断技术进一步降低计算复杂度。与传统的MoM-PO相比,这种改进的混合方法被证明具有更快的速度并保持相同的精度。最后,对在不同条件下随机介电粗糙表面与上方多个目标复合得到的BCS进行了分析和详细讨论。

参考文献

- [1] LIANG Y, GUO L X, WU Z S. The EPILE Combined with the Generalized-FBM for Analyzing the Scattering from Targets above and on a Rough Surface[J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2010, 9: 809-813.
- [2] LIANG Y, GUO L X, WU Z S. The Fast EPILE Com-

- bined with FBM for Electromagnetic Scattering from Dielectric Targets Above and Below the Dielectric Rough Surface[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2011, 49(10): 3892-3905.
- [3] REN X C, ZHU X M, LIU P. Wide-Band Composite Electromagnetic Scattering from the Earth Soil Surface and Multiple Targets Shallowly Buried[J]. Acta Physica Sinica, 2016, 65(20): 204101.
- [4] LI B, MA M C, LEI M Z. Hybrid Algorithm for Composite Electromagnetic Scattering from the Multi-Target on and above Rough Sea Surface[J]. Acta Physica Sinica, 2017, 66(5): 050301.
- [5] TIAN G L, TONG C M, PENG P, et al. Fast RFGG-FG-FFT/IKA for Scattering from Multiple Targets above a Rough Surface[J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2021, 20(7): 1239-1243.
- [6] TIAN G L, TONG C M, XIA L, et al. Electromagnetic Scattering from Multiple Moving Targets Above a Rough Surface [J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2022, 19: 5002305.
- [7] 王建军, 曹泽阳, 童创明, 等. 半主动导引的防空导弹抗多径干扰方法研究[J]. 战术导弹技术, 2019(6): 42-48.
WANG J J, CAO Z Y, TONG C M, et al. Study of Anti-Multipath Method of Semi-Active Guided Air Defense Missile[J]. Tactical Missile Technology, 2019(6): 42-48. (in Chinese)
- [8] 田贵龙, 彭鹏, 孙华龙, 等. 一种基于目标与环境复合电磁散射场的运动目标识别方法: CN114842052A [P]. 2022-08-02.
TIAN G L, PENG P, SUN H L, et al. A Method for Identifying Moving Targets Based on the Composite Electromagnetic Scattering Field of Targets and Environment: CN114842052A [P]. 2022-08-02. (in Chinese)
- [9] 王赵隆, 童创明, 田贵龙, 等. 二维多粗糙度分层粗糙面与上方目标复合电磁散射计算方法[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2022, 23(2): 46-54.
WANG Z L, TONG C M, TIAN G L, et al. A Calculation Method of Composite Electromagnetic Scattering from Two-Dimensional Multi-Roughness Layered Rough Surface and Target Above[J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition), 2022, 23(2): 46-54. (in Chinese)
- [10] 王童, 童创明, 王宜进, 等. 基于近场散射模型的超低空目标雷达回波模拟[J]. 系统工程与电子技术, 2022, 44(1): 139-145.
WANG T, TONG C M, WANG Y J, et al. Radar Echo Simulation of Ultra-Low Altitude Target Based on Near-Field Scattering Model[J]. Systems Engineering and Electronics, 2022, 44(1): 139-145. (in Chinese)
- [11] 田贵龙, 童创明, 龙振国, 等. 二维高斯随机粗糙面与其上方三维双立方体复合散射的混合算法[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2018, 19(2): 62-66, 71.
TIAN G L, TONG C M, LONG Z G, et al. A Hybrid Method for Scattering from 3-D Double Cubic above a Randomly Gaussian Rough Surface[J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition), 2018, 19(2): 62-66, 71. (in Chinese)
- [12] BLESZYNSKI E, BLESZYNSKI M, JAROSZEWICZ T. AIM: Adaptive Integral Method for Solving Large-Scale Electromagnetic Scattering and Radiation Problems[J]. Radio Science, 1996, 31(5): 1225-1251.
- [13] LU C C, CHEW W C. Fast Far-Field Approximation for Calculating the RCS of Large Objects[J]. Microwave and Optical Technology Letters, 1995, 8: 238-241.
- [14] TIAN G L, TONG C M, LIU H, et al. An Improved MoM-PO Hybrid Method for Scattering from Multiple 3-D Objects above the 2-D Random Conducting Rough Surface [J]. Electromagnetics, 2019, 39(5): 375-392.
- [15] CHEW W C, CUI T J, SONG J M, et al. A FAFFA-MLFMA Algorithm for Electromagnetic Scattering [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2002, 50(11): 1641-1649.
- [16] ZHANG X Y, SHENG X Q. Method for Computing the Backscattering from Objects Above a Dielectric Rough Surface[J]. Transactions of Beijing Institute of technology, 2010, 30(4): 460-463.
- [17] LIU Z L, WANG C F. Efficient Iterative Method of Moments—Physical Optics Hybrid Technique for Electrically Large Objects [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2012, 60(7): 3520-3525.
- [18] COIFMAN R, ROKHLIN V, WANDZURA S. The Fast Multipole Method for the Wave Equation: a Pedestrian Prescription[J]. IEEE Antennas and Propagation Magazine, 1993, 35(3): 7-12.
- [19] CHEW W C, JIN J M, MICHELSEN E, et al. Fast and Efficient Algorithms in Computational Electromagnetics[M]. Boston: Artech House, 2001.
- [20] SONG J, LU C C, CHEW W C. Multilevel Fast Multipole Algorithm for Electromagnetic Scattering by Large Complex Objects [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1997, 45(10): 1488-1493.

(编辑: 徐楠楠)