

# 预设性能控制的脆弱性问题探究

卜祥伟<sup>1</sup>, 姜宝续<sup>2</sup>

(1. 空军工程大学防空反导学院, 西安, 710051; 2. 空军工程大学研究生院, 西安, 710051)

**摘要** 基于对现有预设性能控制理论的脆弱性缺陷分析, 提出了非脆弱 PPC 新理论的基本构想。首先, 简要概述了 PPC 的基本框架与关键技术; 然后, 系统分析了现有 PPC 当系统遭遇执行器饱和、受扰等问题时可能导致的控制奇异问题, 并指出了现有 PPC 的脆弱性缺陷; 接着, 给出了非脆弱 PPC 新理论的主要设想以及需要解决的 3 个基础性问题, 即误差感知、包络调整与预设可达; 最后, 基于非脆弱 PPC 的技术构想, 对现有 PPC 方法进行改进, 给出了可行的非脆弱 PPC 技术方案, 并通过数值对比仿真验证了所提方案的优越性。相关结果有望弥补 PPC 理论的脆弱性缺陷, 有助于开辟非脆弱 PPC 研究新领域。

**关键词** 预设性能控制(PPC); 非脆弱 PPC; 误差感知; 包络调整; 预设可达

**DOI** 10.3969/j.issn.2097-1915.2022.04.002

**中图分类号** TP273 **文献标志码** A **文章编号** 2097-1915(2022)04-0005-09

## Research on the Fragility Problem of Prescribed Performance Control

BU Xiangwei<sup>1</sup>, JIANG Baoxu<sup>2</sup>

(1. Air Defense and Missile School, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China;  
2. College of Graduate, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

**Abstract** The fragility defect of the existing prescribed performance control (PPC) is discussed. Based on this, the basic conception of non-fragile PPC is proposed. Firstly, the basic framework and key technologies of PPC are briefly summarized. Then, the possible control singular problem caused by actuator saturation and disturbance of the existing PPC is systematically analyzed, the fragility problem of the existing PPC is pointed out, and the main idea of the non-fragile PPC methodology and three basic problems (i. e., error sensing, envelope adjustment and prescribed performance guarantee) that should be solved are given. Finally, based on the basic conception of non-fragile PPC, feasible implementation schemes of which are presented, and the superiority is verified via compared simulations. The relevant researching results are able to make up for the fragility defect of PPC and also are beneficial for opening up the new research field of non-fragile PPC.

**Key words** prescribed performance control; non-fragile PPC; error sensing; envelope adjustment; prescribed performance guarantee

自动控制技术使人类从繁重的体力劳动中解放出来, 实现了从“手动”到“自动”的巨大跨

收稿日期: 2022-04-14

基金项目: 中国科协青年人才托举工程项目(18-JCJQ-QT-007)

作者简介: 卜祥伟(1987—), 男, 河南夏邑人, 副教授, 博士, 研究方向为飞行控制。E-mail: buxiangwei1987@126.com

**引用格式:** 卜祥伟, 姜宝续. 预设性能控制的脆弱性问题探究[J]. 空军工程大学学报, 2022, 23(4): 5-13. BU Xiangwei, JIANG Baoxu. Research on the Fragility Problem of Prescribed Performance Control[J]. Journal of Air Force Engineering University, 2022, 23(4): 5-13.

越<sup>[1-2]</sup>。自动控制技术也是当今世界发展最快,影响最深远的技术之一。自动控制系统设计的核心是通过寻找合适的反馈控制律,使得闭环控制系统的输出定量或定性满足“稳”“准”“快”等方面的性能指标要求。对于能控且能观的线性定常系统,总能找到合适的反馈控制律,对闭环系统的极点进行任意配置,从而对控制系统的性能指标进行任意地定量设计。然而,对于非线性系统,传统基于 Lyapunov 理论的反馈控制策略,通常仅能将稳态误差最终或在有限时间内调节到一个大小可调的紧集内,以实现稳态性能的定性设计,但却无法对收敛时间、超调量等动态性能指标进行定量或定性设计<sup>[3]</sup>。

至于如何保证非线性控制系统同时具备满意的动态性能与稳态精度,IEEE Fellow、加拿大 Davison 教授早在 1991 年就进行了初步探索<sup>[4]</sup>。之后,德国学者 Ilchmann 等人<sup>[5]</sup>于 2002 年创立了漏斗控制(funnel control, FC)理论,谋求通过设计不依赖系统模型的高增益控制律来保证控制误差期望的动态性能与稳态精度。但是,由于限制条件太过苛刻,FC 仅适用于极少数的一类特殊系统<sup>[5-6]</sup>。为此,在 FC 的基础上,希腊学者 Bechlioulis 等人又于 2008 年演化发展出了预设性能控制(prescribed performance control, PPC)理论<sup>[7]</sup>。PPC 基于“性能函数设计”与“误差等价变换”的基本框架,可与现存几乎所有的控制理论相结合,从而设计出多种多样的控制律形式,将控制误差始终限定在预设的约束包络内,以便同时保证控制误差期望的动态性能与稳态精度。因此,近年来 PPC 已经成为控制领域的一个前沿热点方向,引起了国内外科技人员的格外关注。

## 1 PPC 概述

PPC 突破了传统控制理论无法约束控制系统动态性能的限制,实现了对控制系统动态性能的约束与调节,在保证理想控制精度的同时,兼顾超调量与调节时间等动态性能,可以保证控制系统具有较好的过渡品质。所谓预设性能是指将跟踪误差限定在一个预先设定的可调区域内,以保证跟踪误差收敛过程的动态性能与稳态性能满足预先设定的要求<sup>[7]</sup>。PPC 的基本思想是设计性能函数  $\rho(t) \in \mathbb{R}_{>0}$  对跟踪误差  $e(t)$  的收敛轨迹进行限定,通过为  $\rho(t)$  选择特定的设计参数来保证  $e(t)$  具有满意的动态性能与稳态精度,见图 1。

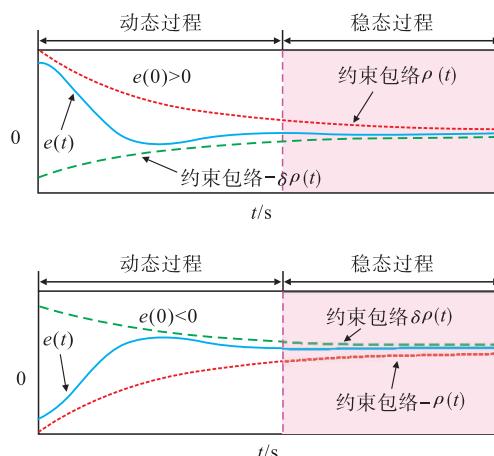


图 1 PPC 对误差  $e(t)$  的包络约束示意图

### 1.1 性能函数

定义 1<sup>[7]</sup>: 如果光滑连续函数  $\rho(t): \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}_{>0}$  满足: ①  $\rho(t)$  单调递减; ②  $\lim_{t \rightarrow +\infty} \rho(t) = \rho_{\infty} \in \mathbb{R}_{>0}$ ; ③  $\rho(0) > \rho_{\infty}$ 。则称  $\rho(t)$  为性能函数。

文献[7]将  $\rho(t)$  设计为  $\rho(t) = (\rho_0 - \rho_{\infty})e^{-lt} + \rho_{\infty}$ , 这里,  $\rho_0 > \rho_{\infty} > 0, l \in \mathbb{R}_{>0}$  为待设计参数。

如果误差初值  $e(0)$  为已知, 则采用  $\rho(t)$  对  $e(t)$  进行如下包络约束:

$$\begin{cases} -\delta\rho(t) < e(t) < \rho(t), & e(0) > 0 \\ -\rho(t) < e(t) < \delta\rho(t), & e(0) < 0 \end{cases} \quad (1)$$

$0 \leq \delta \leq 1$  为待设计参数, 由于工程实际中  $e(0) = 0$  的情况很少见, 文献[7]中未考虑。

注 1: 以  $0 < |e(0)| < \rho(0)$  为例, 则  $\rho_{\infty}$  表示  $e(t)$  稳态值的上界,  $\delta\rho(0)$  表示  $e(t)$  允许的最大超调,  $\rho(t)$  的收敛速度直接影响  $e(t)$  的调节时间。因此, 若能将  $e(t)$  限定在图 1 与式(1)所示的区域内, 就可通过为  $\rho(t)$  选择合适的设计参数, 来保证  $e(t)$  具有满意的动态性能与稳态精度。

### 1.2 误差变换

由于无法直接针对式(1)设计控制律, 故引入误差变换函数  $S(\epsilon(t))$ , 将受约束系统(1)转化为如下不受约束的等价系统:

$$e(t) = \rho(t)S(\epsilon(t)) \quad (2)$$

式中:  $\epsilon(t) \in \mathbb{R}$  为转换误差,  $S(\epsilon(t))$  的表达式为:

$$S(\epsilon(t)) = \begin{cases} \frac{e^{\epsilon(t)} - \delta e^{-\epsilon(t)}}{e^{\epsilon(t)} + e^{-\epsilon(t)}}, & e(0) > 0 \\ \frac{\delta e^{\epsilon(t)} - e^{-\epsilon(t)}}{e^{\epsilon(t)} + e^{-\epsilon(t)}}, & e(0) < 0 \end{cases} \quad (3)$$

式(3)的逆变换为:

$$\epsilon(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} \ln \left( \frac{e(t)/\rho(t) + \delta}{1 - e(t)/\rho(t)} \right), & e(0) > 0 \\ \frac{1}{2} \ln \left( \frac{e(t)/\rho(t) + 1}{\delta - e(t)/\rho(t)} \right), & e(0) < 0 \end{cases} \quad (4)$$

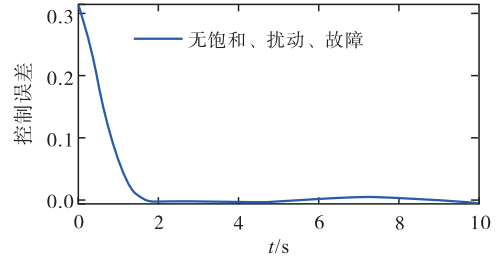
引理 1<sup>[7]</sup>: 如果转换误差  $\epsilon(t)$  有界, 则预设性能(1)可达, 即对于任意  $e(0)$  满足式(1), 则跟踪误差

$e(t)$ 始终位于预设的约束包络(1)内。

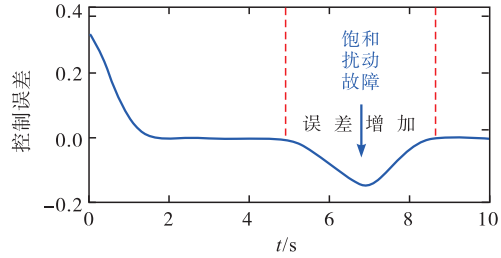
实际的控制律是基于式(4)设计的,且控制律设计用到的是转换误差  $\epsilon(t)$ 而非跟踪误差  $e(t)$ 。引理 1 表明,只要转换误差  $\epsilon(t)$ 有界,便能保证  $e(t)$ 具有期望的动态性能与稳态精度。

## 2 PPC 的脆弱性缺陷

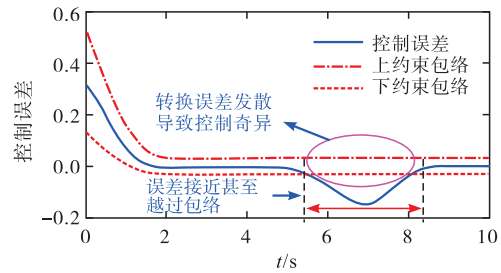
近年来,PPC 理论得到了快速发展,取得了一大批可喜的研究成果<sup>[8-10]</sup>。研究者们注意到 Bechlioulis<sup>[7]</sup>的约束包络(1)需要根据  $e(0)$ 的符号分情况进行构造,由此导致控制律也要根据  $e(0)$ 的正、负情况重复进行设计,这其中可能还要涉及不同情形的控制切换问题。这种对  $e(0)$ 的依赖问题严重制约了其工程实用性。为此,文献[11~12]设计了一种新型性能函数,通过设定一个充分大的性能函数初值,使 PPC 摆脱了对误差初值的依赖,在一定程度上增强了算法的可操作性。但是,过大的性能函数初值极易造成超调量失控,导致跟踪误差的动态性能不理想。为了克服这个缺陷,文献[13~14]利用符号函数的性质,将传统性能函数<sup>[7]</sup>改进为一种能够保证跟踪误差小超调收敛的新型约束形式;相关仿真结果表明,该方法可以保证跟踪误差小超调甚至无超调收敛。传统 PPC 约束包络<sup>[8-14]</sup>的收敛时间需要综合利用性能函数的所有设计参数才能定性确定一个大致范围,因此很难对跟踪误差的收敛时间进行定量约束。为此,文献[15~16]在充分借鉴有限时间滑模控制相关思想的基础上,设计了有限/固定时间性能函数,保证了跟踪误差在任意设定的时间内收敛到稳态。上述 PPC 方法仅能定性或部分定量地保证跟踪误差期望的预设性能,鉴于此,文献[17]将小超调 PPC 与有限时间 PPC 相结合,为乘波体飞行器提出了一种定量 PPC 新方法,能够保证跟踪误差具有任意设定的收敛时间和稳态误差,并且超调量近似为零。除此之外,PPC 在输入受限系统<sup>[18-19]</sup>与受扰系统<sup>[19-20]</sup>也有较多应用。但是,应当特别指出的是,现有 PPC 在处理控制执行器饱和、受扰等问题时,极易诱发控制奇异问题,表现出十分明显的脆弱性缺陷。所谓脆弱性<sup>[21-22]</sup>,是指当控制执行器突发饱和或受扰时,即便采取及时有效的补偿措施,控制误差相对于饱和与扰动出现之前也会有明显的瞬时增加<sup>[19,21-22]</sup>;当控制误差因增大而逐渐接近甚至越过约束包络时,就会导致控制奇异、闭环系统失稳进而控制失效、预设性能不可达,见图 2。



(a) 无饱和、扰动、故障时误差收敛过程



(b) 出现饱和、扰动、故障时误差瞬时增加



(c) 误差因增加而靠近并越过约束包络,导致控制奇异

图 2 PPC 的脆弱性示意图

以执行器饱和为例,分析 PPC 的脆弱性成因。PPC 以转换误差  $\epsilon(t)$ 作为反馈变量,构造反馈控制律  $u(\epsilon(t))$ ,将跟踪误差  $e(t)$ 限定在式(1)所示的约束包络内。将执行器饱和定义为:

$$u(\epsilon(t)) = \begin{cases} \bar{u}, & \text{if } u_d(\epsilon(t)) \geq \bar{u} \\ u_d(\epsilon(t)), & \text{if } \underline{u} < u_d(\epsilon(t)) < \bar{u} \\ \underline{u}, & \text{if } u_d(\epsilon(t)) \leq \underline{u} \end{cases} \quad (5)$$

式中: $u(\epsilon(t))$ 为系统能提供的控制输入; $u_d(\epsilon(t))$ 为  $u(\epsilon(t))$ 的期望值, $\bar{u} \in \mathfrak{R}$ 与  $\underline{u} \in \mathfrak{R}$ 分别为  $u(\epsilon(t))$ 的上界与下界,则有  $u(\epsilon(t)) \in [\underline{u}, \bar{u}]$ 。定义执行器的饱和度为  $\Delta u = u(\epsilon(t)) - u_d(\epsilon(t))$ 。若  $\Delta u = 0$ ,则有  $u(\epsilon(t)) = u_d(\epsilon(t))$ ,即  $u(\epsilon(t))$ 能够提供系统所期望的控制输入  $u_d(\epsilon(t))$ ;否则,当执行器处于饱和状态时,有  $\Delta u \neq 0, u(\epsilon(t)) \neq u_d(\epsilon(t))$ 。此时,  $u(\epsilon(t))$ 无法提供系统所期望的控制输入  $u_d(\epsilon(t))$ ,则闭环控制系统在 Lyapunov 意义下不再稳定;即便采取及时有效的补偿措施,  $|e(t)|$ 也会有明显的增加<sup>[19]</sup>(见图 2(b))。当  $|e(t)|$ 因自身增加而逐渐接近 PPC 约束包络的上、下包络时,会导致  $|\epsilon(t)|$ 急剧增加。当  $e(t)$ 靠近预设包络(1)的下包络时,有  $\epsilon(t) \rightarrow -\infty$ ;而当  $e(t)$ 靠近预设包络(1)的上包络时,有  $\epsilon(t) \rightarrow +\infty$ 。

$\epsilon(t) \rightarrow \pm\infty$ , 必然导致  $u_d(\epsilon(t))$  急剧增加或减小, 导致  $u_d(\epsilon(t)) \geq \bar{u}$  或者  $u_d(\epsilon(t)) \leq \underline{u}$ , 这进一步加剧了控制执行器的饱和度, 从而形成一个“正反馈”<sup>[9,19]</sup>, 促使  $e(t)$  呈现出愈发靠近预设上、下包络的趋势, 直至控制奇异, 见图 3。对于外部的突发扰动, 不难分析, 同样会导致类似的控制奇异问题。由此可见, 现有 PPC 理论在处理执行器饱和与突发扰动等问题时, 表现出十分明显的脆弱性缺陷。

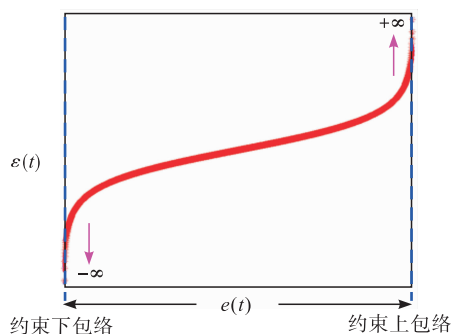


图 3  $e(t)$  靠近约束包络时  $\epsilon(t)$  变化示意图

尽管文献<sup>[18~20,23~24]</sup>的 PPC 方法也涉及执行器饱和与外部扰动等问题, 仿真结果似乎表明方法依然有效。但是, 应当清楚看到, 上述方法仅考虑极短时间内的执行器饱和或较平缓的外部扰动, 饱和与扰动还尚未引起足够明显的误差波动, 故未能呈现出 PPC 的脆弱性缺陷。考虑到几乎所有的控制系统都或多或少存在执行器饱和与受扰等问题, PPC 的脆弱性缺陷已经成为制约其理论发展与工程应用的技术瓶颈, 是 PPC 走向工程实用所必须迈过的“鸿沟”。因此, 探索非脆弱 PPC 新理论已经迫在眉睫。

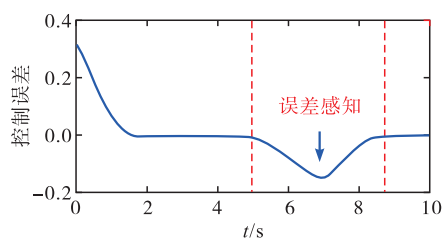
### 3 非脆弱 PPC 新理论基本构想

由 PPC 脆弱性成因分析可见, 执行器饱和、受扰等因素导致 PPC 控制奇异的一个关键原因是传统的预设约束包络不具备再调整能力, 即预设约束包络不能实时“感知”由执行器饱和与受扰等因素引起的误差波动情况, 也不能根据误差  $e(t)$  的波动情况, 有针对性地自动调整预设约束包络, 导致误差因接近甚至到达预设约束的上、下包络而造成控制奇异, 见图 2(c)。

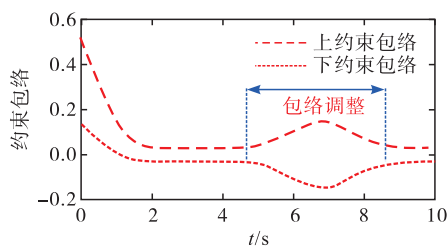
基于以上分析, 给出非脆弱 PPC 新理论的基本构想。所谓非脆弱 PPC, 是指预设约束包络能够自主感知误差波动, 自动调整约束包络, 从而确保控制执行器饱和、受扰等情形下预设性能始终可达的 PPC 新理论<sup>[9,21-22]</sup>, 见图 4。为了达成非脆弱 PPC 的上述设想, 需要突破误差感知、包络调整与预设可达等一系列的基础性问题。

#### 3.1 误差感知

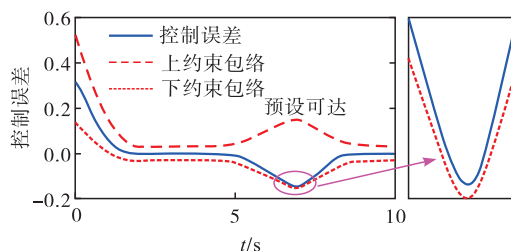
误差感知, 是指 PPC 能够实时“感知”跟踪误差的波动态势, 即确定跟踪误差是否存在靠近约束上包络或下包络从而导致控制奇异的风险隐患。为了确保能够准确感知误差波动情况, 需要事先剖析控制执行器饱和、受扰等引起误差波动的根本原因, 进而探究约束包络对误差波动的自主感知模式, 从而构建的自主感知方案。



(a) 自主感知误差波动情况



(b) 自适应调整约束包络



(c) 控制误差始终位于约束包络内

图 4 非脆弱 PPC 关键技术构想示意图

#### 3.2 包络调整

包络调整, 是指在准确感知误差波动态势的基础上, PPC 能够自动调整预设约束包络的形状(比如, 当“感知”到误差增大时, 可以自适应地增大约束上包络, 减小约束下包络, 以避免控制奇异), 以保证跟踪误差始终位于约束包络内。为了达成这个目标, 需要针对控制执行器饱和、受扰等导致的误差波动问题, 分类研究和制定约束包络的调整方案。还要寻找导致误差波动的关键变量, 探索约束包络调整项的构造方法。

#### 3.3 预设可达

预设可达, 是指在预设约束包络再调整的情形下, 将跟踪误差约束在约束包络内应当满足的相关条件。为了避免饱和、扰动等导致的 PPC 奇异问题, 需要在准确感知误差波动的基础上, 设计调整项

对约束包络(由性能函数构造)进行修正,修正以后的性能函数不再满足传统 PPC 中必须为连续单调递减的限制条件。对于这种跳出现有 PPC 理论框架之外的特殊情形,还需要研究采用何种补偿措施、构建何种反馈控制方案,才能保证闭环系统稳定和转换误差有界,从而保证预设性能是可达的。

## 4 非脆弱 PPC 应用案例

根据非脆弱 PPC 新理论的上述构想,基于笔者的前期成果<sup>[24]</sup>,给出非脆弱 PPC 可行的技术方案。

### 4.1 受扰动力学系统的非脆弱 PPC 方案

考虑如下受扰动力学系统

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}_1 = f_1(\bar{x}_1) + g_1(\bar{x}_1)x_2 + d_1(t) \\ \dot{\bar{x}}_2 = f_2(\bar{x}_2) + g_2(\bar{x}_2)u + d_2(t) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (6)$$

式中: $\bar{x}_1 = x_1 \in \mathfrak{R}$ ,  $\bar{x}_2 = [x_1, x_2]^T \in \mathfrak{R}^2$  为系统状态; $d_1(t) \in \mathfrak{R}$ ,  $d_2(t) \in \mathfrak{R}$  为外部扰动; $u \in \mathfrak{R}$  为控制输入; $y = x_1 \in \mathfrak{R}$  为系统输出; $f_1(\bar{x}_1): \mathfrak{R} \mapsto \mathfrak{R}$ ,  $g_1(\bar{x}_1): \mathfrak{R} \mapsto \mathfrak{R}$ ,  $f_2(\bar{x}_2): \mathfrak{R}^2 \mapsto \mathfrak{R}$ ,  $g_2(\bar{x}_2): \mathfrak{R}^2 \mapsto \mathfrak{R}$  为已知的连续函数,其表达式为<sup>[24]</sup>:

$$\begin{cases} f_1(\bar{x}_1) = \sin(x_1) + \frac{1}{x_1^2 + 1} \\ g_1(\bar{x}_1) = 1, g_2(\bar{x}_2) = 5 \\ f_2(\bar{x}_2) = (x_1 + 1)x_2^2 + \frac{\exp(x_1 + 2x_2) + x_1^2 + x_2^2}{\sin(x_2) + 0.5} \end{cases}$$

控制目标为:设计虚拟控制律  $x_{2d}$  与实际控制律  $u$ , 使得  $x_1$  跟踪其参考指令  $x_{1d}$ ,  $x_2$  跟踪  $x_{2d}$ , 并且跟

$$R_{e,i}(t) = \begin{cases} \tau_{1,e,i} \tanh(|\dot{e}_i(t)|), & \text{if } \min\{e_i(t) - P_{\bar{L}_i}, P_{\bar{N}_i} - e_i(t)\} \leq \tau_{2,e,i} [P_{\bar{N}_i} - P_{\bar{L}_i}], i = 1, 2 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

**注 2:**与文献[24]的传统 PPC 不同,非脆弱预设性能(9)包含了自适应调整项  $R_{e,1}(t)$ 、 $R_{e,2}(t)$ 。以跟踪误差与上、下约束包络的最小距离  $\min\{e_i(t) - P_{\bar{L}_i}, P_{\bar{N}_i} - e_i(t)\}$  作为感知变量,以  $\min\{e_i(t) - P_{\bar{L}_i}, P_{\bar{N}_i} - e_i(t)\} \leq \tau_{2,e,i} (P_{\bar{N}_i} - P_{\bar{L}_i})$  作为包络调整的触发条件,以  $\tau_{1,e,i} \tanh(|\dot{e}_i(t)|)$  作为约束包络的调整幅值,当跟踪误差因为系统遭遇外部扰动而呈现出逐渐接近约束包络的趋势时(见图 3(b)~(c)),约束包络(9)能够自适应地增大其上包络,同时减小其下包络(见图 4(b)),从而以短时间内牺牲稳态精度为代价,保证了预设性能的可达性(见图 4(c)),避免了可能的控制奇异风险,克服了脆弱性缺陷。

基于非脆弱预设性能(式(9)),对转换误差(式(8))修正,见式(10):

跟踪误差  $e_1 = x_1 - x_{1d}$ ,  $e_2 = x_2 - x_{2d}$  满足如下预设性能<sup>[24]</sup>:

$$\begin{cases} P_{l1} < e_1 < P_{r1} \\ P_{l2} < e_2 < P_{r2} \end{cases} \quad (7)$$

式中:

$$\begin{aligned} P_{l1} &= [\text{sign}(e_1(0)) - 0.5] \rho_1 - 0.3 \text{sign}(e_1(0)); \\ P_{r1} &= [\text{sign}(e_1(0)) + 0.5] \rho_1 - 0.3 \text{sign}(e_1(0)); \\ P_{l2} &= [\text{sign}(e_2(0)) - 0.5] \rho_2 - 0.15 \text{sign}(e_2(0)); \\ P_{r2} &= [\text{sign}(e_2(0)) + 0.5] \rho_2 - 0.15 \text{sign}(e_2(0)); \\ \rho_1 &= (2.5 - 0.3) \exp(-0.4t) + 0.3; \\ \rho_2 &= (2.5 - 0.15) \exp(-0.4t) + 0.15. \end{aligned}$$

转换误差为<sup>[24]</sup>:

$$\varepsilon_i = \ln\left(\frac{\vartheta_i}{1 - \vartheta_i}\right), i = 1, 2 \quad (8)$$

式中: $\vartheta_i = \frac{e_i - P_{\bar{L}_i}}{P_{\bar{N}_i} - P_{\bar{L}_i}}, i = 1, 2$ 。

鉴于文献[24]的传统 PPC 不具备约束包络自调整能力,当遭遇足够强度外部扰动  $d_1(t)$ 、 $d_2(t)$  时,极易造成控制奇异,表现出明显的脆弱性缺陷。为此,基于前文非脆弱 PPC 新理论的相关构想,对文献[24]方法进行改进,给出一种非脆弱 PPC 的可行方案。

对文献[24]的预设性能式(7)进行改进:

$$\begin{cases} P_{l1} - R_{e,1}(t) < e_1 < P_{r1} + R_{e,1}(t) \\ P_{l2} - R_{e,2}(t) < e_2 < P_{r2} + R_{e,2}(t) \end{cases} \quad (9)$$

式中: $R_{e,1}(t) \in \mathfrak{R}_{\geq 0}$ ,  $R_{e,2}(t) \in \mathfrak{R}_{\geq 0}$  为自适应调整项,  $R_{e,i}(t)$  公式表示如下,式中  $\tau_{1,e,i} = 5$ ,  $\tau_{2,e,i} = 1/3$ ,  $i = 1, 2$ 。

$$\varepsilon_i = \ln\left(\frac{\bar{\vartheta}_i}{1 - \bar{\vartheta}_i}\right), i = 1, 2 \quad (10)$$

式中: $\bar{\vartheta}_i = \frac{e_i - (P_{\bar{L}_i} - R_{e,i}(t))}{(P_{\bar{N}_i} + R_{e,i}(t)) - (P_{\bar{L}_i} - R_{e,i}(t))}, i = 1, 2$ 。

闭环控制系统的稳定性证明过程见文献[24],文中不再赘述。

### 4.2 输入受限动力学系统的非脆弱 PPC 方案

考虑如下输入受限的倒立摆系统<sup>[25]</sup>:

$$\begin{cases} \dot{s}_1(t) = s_2(t) \\ \dot{s}_2(t) = f_s(\bar{s}) + g_s(\bar{s})u \end{cases} \quad (11)$$

式中: $s_1(t)$ 、 $s_2(t)$  为系统状态,  $u$  为控制输入,  $f_s(\bar{s})$  与  $g_s(\bar{s})$  的表达式为:

$$f_s(\bar{s}) = \frac{g \sin(s_1) - m l s_2^2 \cos(s_1) \sin(s_1)}{l(4/3 - m \cos^2(s_1)) + (m + m_c)}$$

$$g_s(\bar{s}) = \frac{\cos(s_1)}{l(4/3 - m \cos^2(s_1)) + (m + m_c)}$$

式中: $m_c = 1 \text{ kg}$ ,  $m = 0.1 \text{ kg}$ ,  $l = 0.5 \text{ m}$ ,  $g = 9.8$

m/s<sup>2</sup>。

假设  $u \in \mathfrak{R}$  受到如下饱和约束:

$$u = \begin{cases} u^M, & \text{if } u_d > u^M \\ u_d, & \text{if } u^m \leq u_d \leq u^M \\ u^m, & \text{if } u_d < u^m \end{cases} \quad (12)$$

式中:  $u_d$  为  $u$  的期望值,  $u^m$  与  $u^M$  分别为  $u$  的下界与上界。

控制目标为: 在控制输入受到  $u \in [-1.5, 1.12]$  约束条件下, 设计合适的反馈控制律使得  $s_1(t)$  稳定跟踪其参考指令  $s_1^d(t) = 0.1 \sin(t)$ , 并且跟踪误差  $z_1(t) = s_1(t) - s_1^d(t)$  满足如下非脆弱预设性能:

$$\sigma_{\text{low}}(t) - \varphi_r < z_1(t) < \sigma_{\text{up}}(t) + \varphi_r \quad (13)$$

式中:

$$\begin{aligned} \varphi_r &= c_2 \tanh(\text{abs}(c_{1,1} x_1)) \\ \sigma_{\text{up}}(t) &= \left( \text{sign}(z_1(0)) + \frac{1}{2} \right) p(t) - p_T \text{sign}(z_1(0)) \\ \sigma_{\text{low}}(t) &= \left( \text{sign}(z_1(0)) - \frac{1}{2} \right) p(t) - p_T \text{sign}(z_1(0)) \\ p(t) &= \begin{cases} \left(1 - \frac{t}{T}\right)^\alpha (p_0 - p_T) + p_T, & t \leq T \\ p_T, & t > T \end{cases} \end{aligned}$$

其中,  $\alpha = 2$ ,  $T = 2$ ,  $p_0 = \pi/50$ ,  $p_T = \pi/600$ ,  $c_2 = 0.2$ ,  $c_{1,1} = 0.1$ ;  $x_1$  为如下辅助系统的状态:

$$\dot{x}_1 = -a_1 \Delta_1(x_1) + g_s(\bar{s})(u - u_d) \quad (14)$$

式中:  $\Delta_1(x_1) = (e^{x_1} - 1)/(e^{x_1} + 1)$ ;  $a_1 = 5$ 。

定义转换误差  $T_z \in \mathfrak{R}$ :

$$T_z = \ln \left( \frac{z_1(t) - (\sigma_{\text{low}}(t) - \varphi_r)}{(\sigma_{\text{up}}(t) + \varphi_r) - z_1(t)} \right) \quad (15)$$

为  $s_2(t)$  选取如下参考指令:

$$\begin{aligned} s_2^d(t) &= -k_T T_z + 1^d(t) - \frac{\dot{\sigma}_{\text{low}}(t) - \dot{\sigma}_{\text{up}}(t)}{\sigma_{\text{up}}(t) - \sigma_{\text{low}}(t) + 2\varphi_r} z_1(t) - \\ &\frac{\dot{\sigma}_{\text{up}}(t)(\sigma_{\text{low}}(t) - \varphi_r)}{\sigma_{\text{up}}(t) - \sigma_{\text{low}}(t) + 2\varphi_r} + \frac{(\sigma_{\text{up}}(t) + \varphi_r)\dot{\sigma}_{\text{low}}(t)}{\sigma_{\text{up}}(t) - \sigma_{\text{low}}(t) + 2\varphi_r} \end{aligned} \quad (16)$$

式中:  $k_T = 1.5$ 。

定义跟踪误差  $z_2(t) = s_2(t) - s_2^d(t)$ , 并采用  $x_1$  对  $z_2(t)$  进行修正, 得到修正误差  $M_z = z_2(t) - x_1$ 。

进一步, 定义  $S_z = (d/dt + \gamma) \int_0^t M_z d\tau$ , 其中  $\gamma =$

1.5。将  $u_d$  设计为:

$$u_d = g_s^{-1}(\bar{s}) [-k_z S_z - \gamma M_z - f_s(\bar{s}) + 2^d(t) - a_1 \Delta_1(x_1)] \quad (17)$$

式中:  $k_z = 2$ 。

**注 3:** 针对输入受限问题, 所设计的非脆弱预设约束包络(13)含有一个自适应调整项  $\varphi_r \in \mathfrak{R}_{\geq 0}$ 。以  $x_1$  作为感知变量, 当执行器处于饱和时, 有  $x_1 \neq 0$ ,  $\varphi_r = c_2 \tanh(|c_{1,1} x_1|) > 0$ 。则  $\varphi_r$  能够准确感知控制输入的饱和情况, 并自适应地增大约束上包络并减小

约束下包络(调整幅值为  $c_2 \tanh(|c_{1,1} x_1|)$ ), 从而确保跟踪误差始终位于约束包络内, 保证了预设性能的可达性, 并克服了传统 PPC 的脆弱性缺陷。

## 5 数值仿真

为了验证非脆弱 PPC 相对于传统 PPC 的优越性, 采用 MATLAB/Simulink 软件进行数字仿真, 采用四阶龙格-库塔法进行求解, 仿真步长均为 0.01 s。

### 5.1 受扰动力学系统的非脆弱 PPC 仿真

分别在以下两种情景下进行仿真。

情景 1: 采用文献[24]的 PPC 进行仿真, 且不考虑外部扰动, 仿真结果如图 5~8 所示。

情景 2: 采用本文的非脆弱 PPC 进行仿真, 且考虑外部扰动, 并取  $d_1(t) = 2\sin(0.02\pi t)$ 、 $d_2(t) = 2\sin(0.02\pi t)$ , 仿真结果如图 9~12 所示。

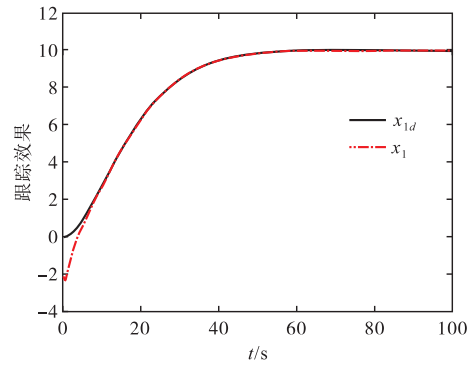


图 5  $x_1$  对其参考指令的跟踪效果(情景 1)

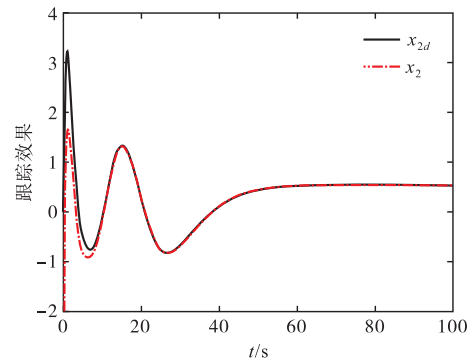


图 6  $x_2$  对其参考指令的跟踪效果(情景 1)

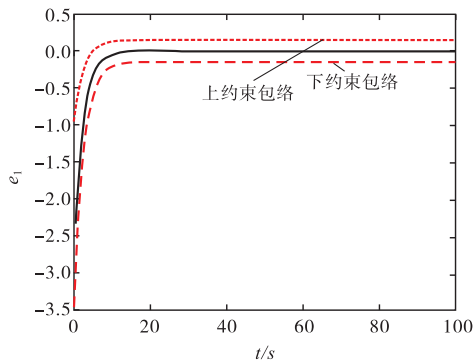


图 7 跟踪误差  $e_1$ (情景 1)

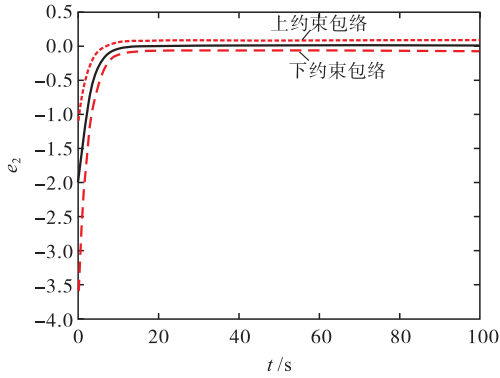


图 8 跟踪误差  $e_2$  (情景 1)

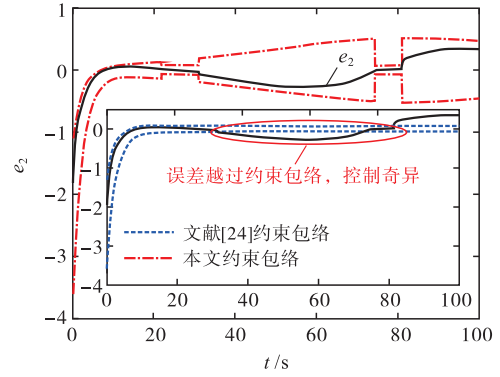


图 12 跟踪误差  $e_2$  (情景 2)

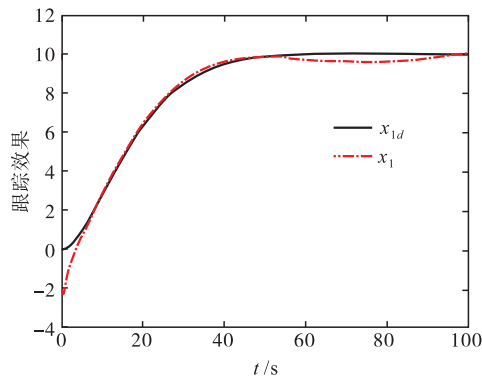


图 9  $x_1$  对其参考指令的跟踪效果(情景 2)

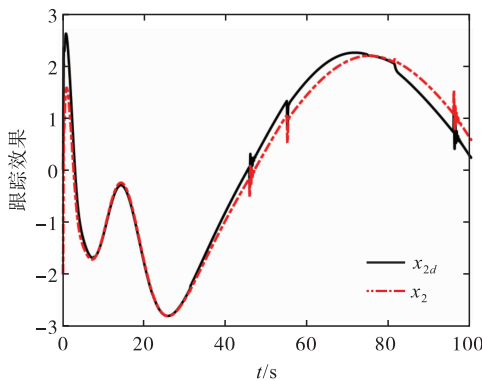


图 10  $x_2$  对其参考指令的跟踪效果(情景 2)

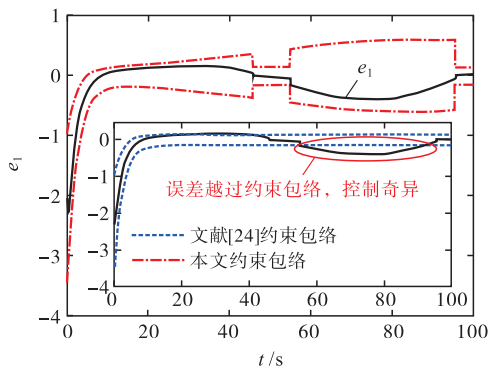
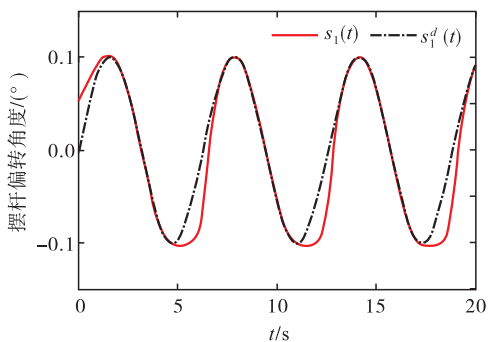
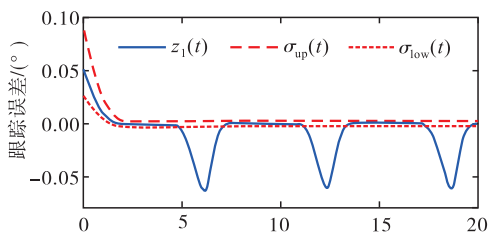


图 11 跟踪误差  $e_1$  (情景 2)

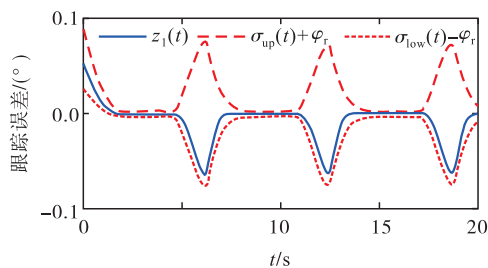
由图 5~8 可见,当没有外部扰动时,文献[24]的传统 PPC 能够实现  $x_1$ 、 $x_2$  对其参考指令的精确跟踪,并且,跟踪误差  $e_1$ 、 $e_2$  始终位于约束包络(7)内,具有满意的动态性能与稳态精度。但是,图 11~12 表明,当存在外部扰动时,文献[24]的传统 PPC 无法将  $e_1$ 、 $e_2$  限定在约束包络(7)内,将直接导致控制奇异,表现出明显的脆弱性。图 9~12 表明,即便存在外部干扰,所提出的非脆弱 PPC 仍能有效避免控制奇异问题。当外部扰动导致跟踪误差增加时,所提出的非脆弱 PPC 能够自主感知误差的变化趋势,并自动调整约束包络(9),即增大上包络同时减小下包络,使得跟踪误差始终位于约束包络(9)内,满足期望的预设性能。综上所述,仿真结果充分证明了本文非脆弱 PPC 的有效性以及相对于传统方法的优越性,能够克服传统 PPC 的脆弱性缺陷。

### 5.2 输入受限动力学系统的非脆弱 PPC 仿真

分别在约束包络是否含有再调整项  $\varphi_r$  的两种情形下进行仿真。仿真结果如图 13~15 所示。图 13 与图 15 表明,在控制输入受限条件下,非脆弱 PPC 能够实现  $s_1(t)$  对  $s_1^d(t)$  的稳定跟踪;当执行器饱和时,跟踪误差虽有所增大,但依然有界。进一步,由图 14(b)可见,当跟踪误差因执行器饱和而有所增加时,所设计的非脆弱约束包络(13)能够通过变量  $x_1$  准确感知误差的增长态势,并自适应地调整约束包络的形状(增大上包络,同时减小下包络),使得跟踪误差仍位于约束包络内。同等条件下,如果预设包络不含有再调整项,则由图 14(a)可见,因为控制执行器饱和导致跟踪误差越过约束包络,将造成控制奇异,控制系统失效。仿真结果充分表明,所提方案可以有效避免传统 PPC 的脆弱性缺陷。

图 13  $s_1(t)$  对  $s_1^d(t)$  的跟踪效果

(a) 约束包络不含再调整项



(b) 约束包络含有再调整项

图 14 跟踪误差

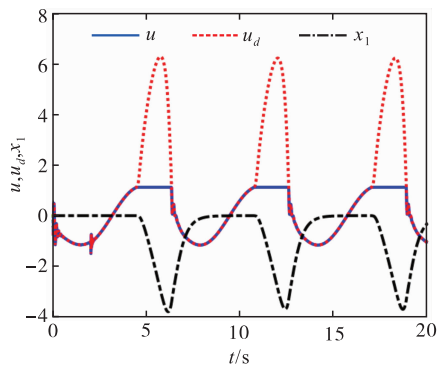


图 15 控制输入与辅助系统的状态

## 6 结语

针对现有 PPC 理论的脆弱性缺陷,系统阐述了非脆弱 PPC 新理论的基本构想。通过对传统 PPC 理论框架与关键技术的回顾,简要分析了导致其脆弱性问题的关键因素与作用机理。在此基础上,探讨了开辟非脆弱 PPC 新理论应当解决的关键基础问题。最后,给出了非脆弱 PPC 新方法的技术实现方案。数值仿真结果证明了所提方案的有效性和相对于传统 PPC 的优越性。下一步,将针对 PPC 脆弱性的度量问题,开展相关算法优化研究。

## 参考文献

- [1] 路宏广, 赵树恩. 基于鲁棒模型预测的智能汽车轨迹跟踪控制研究[J]. 系统仿真学报, 2022, 34(1): 153-162.
- [2] 孟建军, 王终军, 胥如迅, 等. 基于模糊复合策略的高速列车主动悬挂控制研究[J]. 系统仿真学报, 2021, 33(7): 1554-1564.
- [3] 卜祥伟. 高超声速飞行器控制研究进展[J]. 航空兵器, 2018(1): 47-61.
- [4] MILLER D E, DAVISON E J. An Adaptive Controller Which Provides an Arbitrarily Good Transient and Steady-State Response[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1991, 36(1): 68-81.
- [5] ILCHMANN A, RYAN E P, SANGWIN C J. Tracking with Prescribed Transient Behaviour[J]. ESAIM: Control, Optimisation and Calculus of Variations, 2002, 7: 471-493.
- [6] BU X W. Air-Breathing Hypersonic Vehicles Funnel Control Using Neural Approximation of Non-Affine Dynamics[J]. IEEE/ASME Transactions On Mechatronics, 2018, 23(5): 2099-2108.
- [7] BECHLIOLIS C, ROVITHAKIS G. Robust Adaptive Control of Feedback Linearizable MIMO Nonlinear Systems with Prescribed Performance [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2008, 53(9): 2090-2099.
- [8] 姜宝续, 卜祥伟, 齐强. 乘波体飞行器低复杂度预设性能反演控制方法[J]. 航空兵器, 2021, 28(2): 11-20.
- [9] BU X W. Prescribed Performance Control Approaches, Applications and Challenges: A Comprehensive Survey [J]. Asian Journal of Control, 2022: 1-21.
- [10] WANG Y, HU J, LI J, ET AL. Improved Prescribed Performance Control for Nonaffine Pure-Feedback Systems with Input Saturation[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2019, 29(6): 1769-1788.
- [11] BU X W, WU X Y, ZHU F J, et al. Novel Prescribed Performance Neural Control of a Flexible Air-Breathing Hypersonic Vehicle with Unknown Initial Errors[J]. ISA Transactions, 2015, 59: 149-159.
- [12] SI W J, DONG X D, YANG F F. Adaptive Neural Prescribed Performance Control for a Class of Strict-feedback Stochastic Nonlinear Systems under Arbitrary Switchings[J]. International Journal of Systems Science, 2017, 48(11): 2300-2310.
- [13] BU X W, XIAO Y, WANG K. A Prescribed Performance Control Approach Guaranteeing Small Overshoot for Air-Breathing Hypersonic Vehicles via



- Neural Approximation[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2017, 71: 485-498.
- [14] SHAO X, SI H, ZHANG W. Fuzzy Wavelet Neural Control with Improved Prescribed Performance for MEMS Gyroscope Subject to Input Quantization[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2021, 411: 136-154.
- [15] LIU Y, LIU X, JING Y. Adaptive Neural Networks Finite-Time Tracking Control for Non-Strict Feedback Systems via Prescribed Performance[J]. *Information Sciences*, 2018, 468: 29-46.
- [16] LIU Y, LIU X, JING Y. Adaptive Fuzzy Finite-Time Stability of Uncertain Nonlinear Systems Based on Prescribed Performance[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2019, 374: 23-39.
- [17] BU X W, QI Q, JIANG B X. A Simplified Finite-time Fuzzy Neural Controller with Prescribed Performance Applied to Waverider Aircraft[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2021. DOI: 10.1109/TFUZZ.2021.3089031.
- [18] ZHENG Z W, LAU G K, XIE L H. Event-Triggered Control for a Saturated Nonlinear System with Prescribed Performance and Finite-Time Convergence[J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2018,28: 5312-5325.
- [19] ASL H J, NARIKIYO T, KAWANISHI M. Bounded-Input Prescribed Performance Control of Uncertain Euler-Lagrange Systems[J]. *IET Control Theory & Applications*, 2019, 13(1): 17-26.
- [20] BU X W, XIAO Y, LEI H M. An Adaptive Critic Design-Based Fuzzy Neural Controller for Hypersonic Vehicles; Predefined Behavioral Nonaffine Control[J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2019, 24(4): 1871-1881.
- [21] BU X W, JIANG B X, LEI H M. Non-Fragile Quantitative Prescribed Performance Control of Waverider Vehicles with Actuator Saturation[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2022. DOI: 10.1109/TAES.2022.3153429.
- [22] BU X W, JIANG B X, FENG Y A. Non-Fragile Tracking Control of Constrained Waverider Vehicles with Readjusting Prescribed Performance[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2022. DOI: 10.1007/s11071-022-07430-6.
- [23] YANG Y, TAN J, DONG Y. Prescribed Performance Tracking Control of a Class of Uncertain Pure-Feedback Nonlinear Systems with Input Saturation[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2020, 50(5): 1733-1745.
- [24] BU X W, HE G J, WEI D Z. A New Prescribed Performance Control Approach For Uncertain Nonlinear Dynamic Systems via Back-Stepping[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2018, 355: 8510-8536.
- [25] ZHANG J, Yang G. Prescribed Performance Fault-Tolerant Control of Uncertain Nonlinear Systems With Unknown Control Directions [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, 62 ( 12 ): 6529-6535.

(编辑:徐敏)