

干扰条件下基于 Bayesian 博弈的认知 制导雷达波形设计

甘奕夫, 李 伟, 赵俊龙

(空军工程大学信息与导航学院, 西安, 710077)

摘要 现代战场电磁环境复杂, 制导雷达与干扰机间对抗日趋激烈。针对对抗过程中制导雷达和干扰方不能获取对方完整信息情形下的性能降低问题, 基于 SINR 准则建立制导雷达和干扰 Bayesian 博弈模型, 通过海萨尼转换方法, 采用目标概率集合形式表达未知信息, 求解博弈模型并设计雷达和干扰优化波形、基于二次注水和迭代注水法分配信号频域能量, 并对 Bayesian 博弈纳什均衡存在性展开研究。最后通过仿真分析不同策略下的雷达和干扰信号具体形式, 验证不同波形条件下制导雷达检测性能。仿真结果证明, 迭代注水信号及二次注水信号检测概率最高可比线性调频信号分别提升 15.41%、12.79%, 为不完全信息博弈中制导雷达信号优化提供了解决方案。

关键词 波形设计; 不完全信息博弈; 信干噪比; 纳什均衡; 迭代注水法

DOI 10.3969/j.issn.1009-3516.2021.02.014

中图分类号 TN957.3 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2021)02-0091-08

A Cognitive Guidance Radar Waveform Design Based on Bayesian Game under Conditions of Jamming

GAN Yifu¹, LI Wei², ZHAO Junlong²

(Information and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

Abstract With the development of electronic warfare technology and the complex electromagnetic environments of battlefield, the confrontation between the guidance radar and the jammer has become increasingly fierce. Aimed at the problem that performance degrades in the process of confrontation when the guidance radar and the jammer are out of condition to obtain the complete information of the other party during the game, a guidance radar and jamming Bayesian game model is established based on the SINR criterion, and the unknown information is expressed in the form of target probability set through the Harsanyi conversion method. Optimized waveforms of radar and jammer are designed based on game model solution, signal frequency domain energy is distributed based on secondary water-filling and iterative water-filling methods, and the existence of Bayesian game Nash equilibrium is studied. Finally, different strategies of radar and jammer are analyzed through simulation. The specific form of the signal verifies the waveform detection performance. The simulation results prove that the detection probability of the iterative water-filling signal

收稿日期: 2020-10-10

基金项目: 国家自然科学基金(61571456); 陕西省自然科学基金(2020JM-347)

作者简介: 甘奕夫(1998—), 男, 湖南岳阳人, 硕士生, 研究方向: 博弈条件下的雷达波形设计。E-mail: yifu3017@163.com

通信作者: 李 伟(1978—), 男, 山东济宁人, 副教授, 研究方向: 雷达和干扰博弈新体制雷达。E-mail: liweichangsha@163.com

引用格式: 甘奕夫, 李伟, 赵俊龙. 干扰条件下基于 Bayesian 博弈的认知制导雷达波形设计[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2021, 22(2): 91-98. GAN Yifu, LI Wei, ZHAO Junlong. A Cognitive Guidance Radar Waveform Design Based on Bayesian Game under Conditions of Jamming[J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition), 2021, 22(2): 91-98.

and the second water-filling signal is up to 15.41% and 12.79% (higher than that of the chirp signal) respectively, providing a solution for the optimization of the guidance radar signal in the incomplete information game.

Key words waveform design; incomplete information game; signal-to-interference-plus-noise ratio (SINR); Nash equilibrium; iterative water-filling method

当前制导雷达在复杂电磁环境中工作性能受到严重影响,尤其是当敌方目标对制导雷达实施压制干扰和欺骗干扰时,雷达和干扰间存在二元零和非合作博弈现象。在博弈过程中,不仅制导雷达可自适应优化其发射信号,而且具有电子对抗能力的目标也可实时捕获和精准干扰。现有相关文献大多围绕制导雷达和非智能干扰间对抗展开研究,并未考虑双方在获取信息不完全条件下的博弈策略选取。因此,研究不完全信息条件下雷达和干扰间相互博弈如何进行,雷达如何优化发射波形以应对干扰并提升检测性能是当前极为重要的课题。

在雷达波形设计领域常用优化准则有 MI、MMSE、SINR 等。文献[1]最早提出利用最大化目标脉冲响应和回波间互信息量(MI)准则和信噪比(SNR)准则在能量约束条件下设计雷达波形。文献[2]给出了一种 MI 和 MMSE 之间的关系,指出在相同功率约束下采用这两种准则优化波形可以得到相同效果。文献[3]则进一步指出在非高斯噪声环境中,基于 MI 和 MMSE 准则设计的波形与目标和噪声特征向量相关。文献[4]采用最大化雷达接收机端信干噪比(SINR)准则对分布式 MIMO 雷达发射信号矩阵进行优化,文献[5]则在此基础上推导出 SINR 的频域表达式。

近年来,国内外学者对雷达和干扰间博弈现象广泛关注,文献[6]率先提出基于 MI 准则的 Stackelberg 博弈波形设计,文献[7]研究发现基于信息理论的 MI 准则难以应用于非高斯杂波环境下的雷达波形求解,可采用 SINR 准则进行杂波条件下波形设计。文献[8]基于 SINR 准则研究了多目标条件下的雷达资源分配方法,但未研究制导雷达波形设计,文献[9]从信息获取不完全角度出发,研究了 MIMO 雷达博弈过程中的天线功率分配,但未考虑杂波影响,且不适用于制导雷达博弈。

针对上述问题,本文从不完全信息条件出发,对制导雷达和干扰间非合作博弈展开研究,首先在雷达信号发射-接收模型基础上,建立雷达和干扰 Bayesian 博弈模型,依据文献[10]提出的海萨尼转换方法,利用概率集合形式表示未知信息,将不完全信息博弈转换为等价的完全信息博弈;而后,采用 SINR 准则设计博弈优化波形,在功率约束条件下,

通过注水法分配信号频域能量,最后通过仿真分析验证波形效果,提升认知制导雷达对目标的检测性能。

1 模型构建

1.1 雷达信号模型

假设雷达发射与接收信号分别为 $x(t)$ 与 $y(t)$, 信号带宽和功率约束为 W 与 P_s 。目标脉冲响应 $h(t)$ 为时间 T_h 有限的随机模型, $r(t)$ 为接收滤波器脉冲响应,令 $H(f)$ 与 $R(f)$ 分别为 $h(t)$ 与 $r(t)$ 的傅里叶变换。噪声 $n(t)$ 为零均值高斯信道过程,其功率谱密度 PSD 为 $S_m(f)$, 在 W 内不为零。杂波 $c(t)$ 为非高斯随机过程,功率谱密度 $S_c(f)$ 在 W 内不为常数。功率约束 P_j 的干扰机信号为 $j(t)$, 其 PSD 为 $J(f)$ 。图 1 为制导雷达发射-接收信号模型。

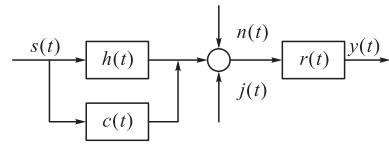


图 1 制导雷达发射-接收信号模型

如图 1 所示,接收滤波器输出端信号 $y(t)$ 表达式为:

$$y(t) = r(t) * (x(t) * h(t) + x(t) * c(t) + n(t) + j(t)) \quad (1)$$

式中:“*”为卷积运算。

令 $y_s(t) = r(t) * (x(t) * h(t))$ 和 $y_j(t) = r(t) * (x(t) * c(t) + n(t) + j(t))$ 分别为信号分量与干扰分量。则 t_0 时刻 SINR 频域表达式为:

$$(SINR)_{t_0} = \frac{|y_s(t_0)|^2}{E(|y_j(t_0)|^2)} = \frac{\left| \int_{-\infty}^{+\infty} R(f) H(f) X(f) e^{j2\pi f t_0} df \right|^2}{\int_{-\infty}^{+\infty} |R(f)|^2 (S_c(f) |X(f)|^2 + J(f) + S_m(f)) df} \quad (2)$$

目标脉冲响应为时间有限随机模型,可用能量谱方差(ESV)表示^[11]:

$$\sigma_h^2(f) = E(|H(f) - \mu_h(f)|^2) \quad (3)$$

式中: $\mu_h(f)$ 是 $H(f)$ 的均值,假设为零。将式(3)代入式(2),根据施瓦兹不等式可得:

$$(SINR)_{i_0} \leq \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} |R(f)|^2 (S_{cc}(f) |X(f)|^2 + J(f) + S_m(f)) df \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sigma_h^2(f) |X(f)|^2}{S_{cc}(f) |X(f)|^2 + J(f) + S_m(f)} df}{\int_{-\infty}^{+\infty} |R(f)|^2 (S_{cc}(f) |X(f)|^2 + J(f) + S_m(f)) df} \quad (4)$$

当且仅当 $R(f) = \frac{[k\sigma_h(f)X(f)e^{j2\pi f_0}]^*}{S_{cc}(f)|X(f)|^2 + J(f) + S_m(f)}$ 时,式(4)可取等号,此时 SINR 值最大,其中 k 为任意常数。若干扰机可精确估计雷达信号频谱^[12],并将干扰调整至与雷达信号相同的频带内以提升干扰有效性,则有:

$$(SINR)_{i_0} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sigma_h^2(f) |S(f)|^2}{S_{cc}(f) |S(f)|^2 + J(f) + S_m(f)} df = \Delta f \sum_{k=1}^K \frac{\sigma_h^2(f_k) |S(f_k)|^2}{S_{cc}(f_k) |S(f_k)|^2 + J(f_k) + S_m(f_k)} \quad (5)$$

式中: K 为频率采样数; Δf 为频率采样间隔; $K\Delta f = W$ 。

1.2 Bayesian 博弈模型

不完全信息博弈是指博弈参与者对于其他参与者的信息(目标类型、行动策略、效益函数等)不了解或了解的不够准确,也称为 Bayesian 博弈。针对这种情况,HARSANYI^[10] 提出在博弈中引入一个虚拟的参与者“自然”,通过“自然”赋予每个参与者各类型出现的概率或概率密度函数,进行博弈,这种方法即称为“海萨尼转换”,目前已成为处理 Bayesian 博弈的标准方法。

制导雷达和干扰间不完全信息博弈过程,可分为 2 个阶段:第 1 阶段为自然的行动选择,根据参与者类型的空间概率分布选择目标类型;第 2 阶段为去除自然后其他参与者的完全信息博弈,即雷达和干扰根据自然选择的目标概率分布进行动态博弈。由文献[10]可知,上述过程体现的是一个二元零和博弈,等价于双方直接将未知目标可能的概率集合作为目标类型进行完全信息动态博弈,下面用目标概率集合对目标类型进行表示。

假设雷达方不清楚目标散射特征、干扰方未知雷达接收机端噪声,但双方可通过未知变量可能的先验分布对未知信息进行估计,其余信息双方已知。下面构建雷达与干扰 Bayesian 博弈模型,以概率集代替目标信息,采用注水法对信号进行优化设计。雷达和干扰 Bayesian 博弈模型可表示为:

$$G = \langle P, T, A, \theta, U \rangle \quad (6)$$

参与集: $P = \{\text{雷达}, \text{干扰机}\}$ 表示博弈参与者。

类型集: $T = T_r \times T_j$, 其中, $T_r = \{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_I\}$ 表示探测目标可能具有的目标散射系数, $T_j = \{n_1, n_2, \dots, n_I\}$ 表示雷达接收端噪声功率。在此模型中,雷达接收机的局部噪声功率水平决定了雷达的类

型,目标散射系数决定了目标的类型。

行动集: $A = A_r \times A_j$, 其中, $A_r = \{S(f_1), S(f_2), \dots, S(f_k)\}$ 为雷达行动策略,即雷达发射波形, $A_j = \{J(f_1), J(f_2), \dots, J(f_k)\}$ 为干扰机行动策略。

概率集: $\theta = \theta_r \times \theta_j$, 其中, $\theta_r = \{P_{\sigma_1}, P_{\sigma_2}, \dots, P_{\sigma_I}\}$ 表示不同类型的目标可能出现的概率集合, $\theta_j = \{P_{n_1}, P_{n_2}, \dots, P_{n_I}\}$ 表示雷达接收端不同等级的噪声概率。

效用集: $U = \{U_r, U_j\}$, 其中, $U_r = \max\{SINR\}$ 为雷达效用函数,目的是最大化雷达发射波形在接收机端的 SINR, $U_j = \min\{SINR\}$ 为干扰机行动策略,旨在通过设计干扰信号,降低雷达接收 SINR。

1.3 检测模型

根据统计判决理论,文章中讨论的雷达检测问题可定性为假设检验问题,解决该问题的基本方法为经典 Neyman-Pearson(NP)定理^[13]。根据 NP 定理,制导雷达对目标的检测问题可视为在 2 种假设中做出选择的二元假设检验问题:

$$\begin{cases} H_0 = SC + N + J, \text{无目标} \\ H_1 = SH + SC + N + J, \text{有目标} \end{cases}$$

其中: H_0 为零假设; H_1 为备选假设。根据 NP 准则建立 NP 检测器^[4],则制导雷达对目标检测概率 P_D 为:

$$P_D = Q(Q^{-1}(P_F) - \sqrt{d^2}) \quad (7)$$

式中: P_F 为虚警概率, $P_F = Q(\gamma) = \int_{\gamma}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-$

$\frac{1}{2}t^2) dt$, γ 为制导雷达检测门限; d^2 为偏移系数。

具体计算方法由文献[15]给出。对于此类检测器,检测性能完全由偏移系数确定,偏移系数即为式(5)所求的信干噪比。因此,通过求解信干噪比即可得到特定发射波形条件下制导雷达对目标检测概率。

2 信号优化策略

2.1 无博弈的单边优化

假设制导雷达可根据环境与目标的先验知识,自适应改变发射波形^[16]。在单边优化过程中,假定干扰方仅在信号频带 W 内以有限功率释放高斯白噪声干扰。以 $\max\{SINR\}$ 为雷达效用函数(简称为 max 策略),雷达发射信号优化如下:

$$\begin{cases} \max_{|X(f_k)|^2} \Delta f \sum_{k=1}^K \frac{\sigma_h^2(f_k) |X(f_k)|^2}{S_{cc}(f_k) |X(f_k)|^2 + J(f_k) + S_m(f_k)} \\ \text{s. t. } \Delta f \sum_{k=1}^K |X(f_k)|^2 \leq P_s, \Delta f \sum_{k=1}^K J(f_k) \leq P_j \end{cases} \quad (8)$$

式中: P_s 与 P_j 为雷达与干扰信号能量限制。由于干扰波形功率谱在频带 W 内均匀分布, 目标函数仅取决于 $|X(f_k)|^2$ 。由式(8)可知, 目标函数是关于 $|X(f_k)|^2$ 的凸函数, 功率约束为线性, 因此可用拉格朗日乘子法求解式(8), 得:

$$\begin{aligned} L(|X(f_k)|^2, \lambda) = \\ \Delta f \sum_{k=1}^K \frac{\sigma_h^2(f_k) |X(f_k)|^2}{S_{cc}(f_k) |X(f_k)|^2 + J(f_k) + S_m(f_k)} + \\ \lambda (P_s - \Delta f \sum_{k=1}^K |X(f_k)|^2) \end{aligned} \quad (9)$$

对式(9)取 $|X(f_k)|^2$ 的导数并令其为零, 得到最大化 SINR 的 $|X(f_k)|^2$, 利用注水定理重新分配频域能量:

$$\begin{aligned} |X(f_k)|^2 = \\ \left(\sqrt{\frac{\sigma_h^2(f_k)(J(f_k) + S_m(f_k))}{S_{cc}^2(f_k)\lambda}} - \frac{J(f_k) + S_m(f_k)}{S_{cc}(f_k)} \right)^+ \end{aligned} \quad (10)$$

式中: $(x)^+ \triangleq \max\{0, x\}$, $\lambda > 0$ 通过 $\Delta f \sum_{k=1}^K |X(f_k)|^2 = P_s$ 确定并决定注水位。

同理, 智能干扰机为降低雷达性能, 尽可能减少雷达接收机端 SINR, 假设雷达信号频谱在带宽 W 内均匀分布, 可根据 $\min\{\text{SINR}\}$ 效用函数(min 策略)对干扰信号进行设计:

$$\begin{cases} \min_{J(f_k)} \Delta f \sum_{k=1}^K \frac{\sigma_h^2(f_k) |X(f_k)|^2}{S_{cc}(f_k) |X(f_k)|^2 + J(f_k) + S_m(f_k)} \\ \text{s. t. } \Delta f \sum_{k=1}^K |X(f_k)|^2 \leq P_s, \Delta f \sum_{k=1}^K J(f_k) \leq P_j \end{cases} \quad (11)$$

式(11)中目标函数为凹函数, $J(f_k)$ 的功率约束是线性的, 以此求得干扰优化波形为:

$$\begin{aligned} J(f_k) = \\ \left(\sqrt{\frac{\sigma_h^2(f_k) |X(f_k)|^2}{\gamma}} - S_{cc}(f_k) |X(f_k)|^2 - S_m(f_k) \right)^+ \end{aligned} \quad (12)$$

式中: γ 由功率约束 $\Delta f \sum_{k=1}^K J(f_k) = P_j$ 确定。

2.2 获取信息不完全的二次注水优化策略

2.2.1 雷达策略

不完全信息条件下, 假设雷达可获得杂波、噪声等先验信息, 但不能准确估计目标类型, 为了实现信号优化, 需通过前期获得的先验知识估计目标类型。假设雷达端已知干扰方依据 min 策略对干扰信号

进行设计, 则雷达估计的干扰信号可表示为:

$$\begin{cases} \min_{J_r(f_k)} \Delta f \sum_{k=1}^K \frac{(\sum_{i=1}^I P_i \sigma_i^2(f_k)) |X(f_k)|^2}{S_{cc}(f_k) |X(f_k)|^2 + S_m(f_k) + J_r(f_k)} \\ \text{s. t. } \Delta f \sum_{k=1}^K J_r(f_k) \leq P_j, k = 1, 2, \dots, K \end{cases} \quad (13)$$

构建拉格朗日乘数方程得:

$$\begin{aligned} L(J_r(f_k), \lambda_r) = \\ \Delta f \sum_{k=1}^K \frac{(\sum_{i=1}^I P_i \sigma_i^2(f_k)) |X(f_k)|^2}{S_{cc}(f_k) |X(f_k)|^2 + S_m(f_k) + J_r(f_k)} + \\ \lambda_r (P_j - \Delta f \sum_{k=1}^K J_r(f_k)) \end{aligned} \quad (14)$$

解得雷达估计的干扰波形为:

$$\begin{aligned} J_r(f_k) = \\ \left(\sqrt{\frac{(\sum_{i=1}^I P_i \sigma_i^2(f_k)) |X(f_k)|^2}{\lambda_r}} - S_{cc}(f_k) |X(f_k)|^2 - S_m(f_k) \right)^+ \end{aligned} \quad (15)$$

由此可以将雷达信号优化策略表示为:

$$\begin{cases} \max_{|X(f_k)|^2} \Delta f \sum_{k=1}^K \frac{(\sum_{i=1}^I P_i \sigma_i^2(f_k)) |X(f_k)|^2}{S_{cc}(f_k) |X(f_k)|^2 + S_m(f_k) + J_r(f_k)} \\ \text{s. t. } J_r(f_k) = \left(\sqrt{\frac{(\sum_{i=1}^I P_i \sigma_i^2(f_k)) |X(f_k)|^2}{\lambda_r}} - S_{cc}(f_k) |X(f_k)|^2 - S_m(f_k) \right)^+ \\ \text{s. t. } \Delta f \sum_{k=1}^K |X(f_k)|^2 \leq P_s \end{cases} \quad (16)$$

式中: $\sigma_i^2(f_k)$ 为雷达估算的目标谱方差, P_{σ_i} 代表真实目标为 $\sigma_i^2(f_k)$ 的概率函数, 需要注意的是, 上式中 $J_r(f_k)$ 为雷达根据干扰优化准则估计的干扰信号样式, 并非真实干扰信号。构造拉格朗日方程如下:

$$\begin{aligned} L(|X(f_k)|^2, \lambda_2, \lambda_3) = \\ \Delta f \sum_{k=1}^K \frac{(\sum_{i=1}^I P_i \sigma_i^2(f_k)) |X(f_k)|^2}{S_{cc}(f_k) |X(f_k)|^2 + S_m(f_k) + J_r(f_k)} + \\ \lambda_3 (P_s - \Delta f \sum_{k=1}^K |X(f_k)|^2) + \\ \lambda_2 \left[J_r(f_k) - \sqrt{\frac{(\sum_{i=1}^I P_i \sigma_i^2(f_k)) |X(f_k)|^2}{\lambda_r}} - S_{cc}(f_k) |X(f_k)|^2 - S_m(f_k) \right] \end{aligned} \quad (17)$$

求解上述方程,得到经过二次注水法重新分配频域能量的雷达信号:

$$|X(f_k)|^2 = \left[\frac{\left(\sum_{i=1}^I P_{\sigma_i} \sigma_i^2(f_k) \right) (2\lambda_r - \lambda_2)^2}{4\lambda_r (\lambda_3 - (\lambda_2 + \lambda_r) S_{cc}(f_k))} \right]^+ \quad (18)$$

2.2.2 干扰策略

假设干扰机对雷达接收机端噪声没有准确信息,但其对我方雷达可能噪声功率水平有大致了解,因此可采用 min 策略对干扰信号进行优化:

$$\begin{cases} \min_{J(f_k)} \Delta f \sum_{k=1}^K \frac{\sigma_h^2(f_k) |X(f_k)|^2}{S_{cc}(f_k) |X(f_k)|^2 + \left(\sum_{i=1}^I P_i n_i(f_k) \right) + J(f_k)} \\ \text{s. t. } \Delta f \sum_{k=1}^K J(f_k) \leq P_J, k = 1, 2, \dots, K \end{cases} \quad (19)$$

式中: $n_i(f_k)$ 为干扰机估算的噪声功率谱; P_{n_i} 代表 $n_i(f_k)$ 为真实值的概率,构建拉格朗日乘数方程得:

$$L(J(f_k), \lambda) = \Delta f \sum_{k=1}^K \frac{\sigma_h^2(f_k) |X(f_k)|^2}{S_{cc}(f_k) |X(f_k)|^2 + \left(\sum_{i=1}^I P_i n_i(f_k) \right) + J(f_k)} + \lambda \left(P_J - \Delta f \sum_{k=1}^K J(f_k) \right) \quad (20)$$

解得干扰波形为:

$$J(f_k) = \left(\sqrt{\frac{\sigma_h^2(f_k) |X(f_k)|^2}{\lambda_r}} - S_{cc}(f_k) |X(f_k)|^2 - \left(\sum_{i=1}^I P_i n_i(f_k) \right) \right)^+ \quad (21)$$

最终,不完全信息条件下雷达和干扰之间博弈的信号策略表示为:

$$\begin{cases} |X(f_k)|^2 = \left[\frac{\left(\sum_{i=1}^I P_{\sigma_i} \sigma_i^2(f_k) \right) (2\lambda_r - \lambda_2)^2}{4\lambda_r (\lambda_3 - (\lambda_2 + \lambda_r) S_{cc}(f_k))} \right]^+ \\ J(f_k) = \left[\sqrt{\frac{\sigma_h^2(f_k) |X(f_k)|^2}{\lambda_r}} - S_{cc}(f_k) |X(f_k)|^2 - \left(\sum_{i=1}^I P_i n_i(f_k) \right) \right]^+ \\ \text{s. t. } \Delta f \sum_{k=1}^K |X(f_k)|^2 \leq P_S, \Delta f \sum_{k=1}^K J(f_k) \leq P_J \end{cases} \quad (22)$$

2.3 雷达和干扰迭代注水优化策略

假设雷达和干扰双方虽不清楚对手信息,但能够捕获对手波形,进行实时动态博弈,此时可得 Bayesian 博弈模型下雷达迭代注水算法,算法流程如表 1 所示。

依据式(7)中雷达波形优化准则,求解雷达最优波形,式(23)表示制导雷达和干扰机在迭代过程中优化策略。

表 1 Bayesian 模型中迭代注水法

1	初始化双方策略,对未知参数进行估计	$X(f_k) = X(f_k)_0, J(f_k) = J(f_k)_0$
2	雷达方实现 SINR 最大化,获得更高收益	$\max_{\text{SINR}} (X(f_k)^*, \lambda)$
3	生成并更新雷达波形策略	$X(f_k) = X(f_k)^*$
4	干扰方法使 SINR 最小化,降低雷达性能	$\min_{\text{SINR}} (J(f_k)^*, \lambda)$
5	生成并更新干扰信号策略	$J(f_k) = J(f_k)^*$
6	重复步骤 2~5 直到 $X(f_k)^*$ 与 $J(f_k)^*$ 保持不变	

$$\begin{cases} |X(f_k)|^2 = \left[\sqrt{\frac{\left(\sum_{i=1}^I P_{\sigma_i} \sigma_i^2(f_k) \right) (J(f_k) + S_m(f_k))}{S_{cc}^2(f_k) \lambda}} - \frac{J(f_k) + S_m(f_k)}{S_{cc}(f_k)} \right]^+ \\ J(f_k) = \left(\sqrt{\frac{\sigma_h^2(f_k) |X(f_k)|^2}{\lambda_r}} - S_{cc}(f_k) |X(f_k)|^2 - \left(\sum_{i=1}^I P_i n_i(f_k) \right) \right)^+ \\ \text{s. t. } \Delta f \sum_{k=1}^K |X(f_k)|^2 \leq P_S, \Delta f \sum_{k=1}^K J(f_k) \leq P_J \end{cases} \quad (23)$$

由于目前在雷达领域 Bayesian 纳什均衡还未得到数学定义^[17],难以通过数学推导方式验证 Bayesian 纳什均衡点的存在性,本文直接通过仿真测试迭代注水方法是否收敛,验证制导雷达与干扰机 Bayesian 博弈中纳什均衡解的存在性。

3 仿真分析

对不完全信息条件下雷达博弈波形性能进行仿真分析,验证制导雷达与干扰在 Bayesian 博弈中是否存在纳什均衡现象,以及各波形策略性能提升效

果。仿真假设雷达发射信号带宽 $W = 100$ MHz, 工作中心频率 $f_c = 35$ GHz, 发射信号时宽 $T = 10$ ms。受弹载雷达硬件平台限制, 在设置功率分配时本文为简化计算, 将整个频带划分为 5 个子频带^[18], 每个子频带 $\Delta f = 20$ MHz。定义雷达接收机端噪声为高斯白噪声, 外界环境温度 $T_{em} = 300$ K, 其对应噪声功率谱密度 $S_m(f) = kbT_{em} = 4.143 0 \times 10^{-21}$, 其中 kb 为玻尔兹曼常量, 对数据进行归一化处理, 定义 $S_m(f) = 1$ 。选择探测目标为某型装甲车, 雷达反射截面每 1 GHz 谱方差幅度变化率参数 $B = 7.957 7 \times 10^{-16}$, 谱方差随频率变化率为 $a = 1 \times 10^{-13} \text{ s}^2$, 定义实际目标响应为 $\{\sigma_h^2(f_k)\} = \{1, 3, 5, 7, 4\}$, 下标 $k = 1, 2, \dots, 5$, 对应 5 个不同的子频带, 模拟起伏地杂波 $\{S_{cc}(f_k)\} = \{1, 2, 2, 1.5, 1, 0.8\}$ 。雷达在估计目标参数时得到的目标响应可能为 $\{\sigma_1^2(f_k)\} = \{1, 3, 5, 7, 4\}$, $\{\sigma_2^2(f_k)\} = \{2, 3, 6, 4, 5\}$ 和 $\{\sigma_3^2(f_k)\} = \{4, 6, 5, 4, 1\}$, 概率分别为 $P_{\sigma_1} = 50\%$, $P_{\sigma_2} = 30\%$, $P_{\sigma_3} = 20\%$, 干扰对雷达接收端噪声估计值 $n_1(f_k) = 1$, $n_2(f_k) = 2$, $P_{n_1} = 50\%$, $P_{n_2} = 50\%$ 。

3.1 固定功率性能分析

首先对等功率条件下制导雷达和干扰机不完全信息博弈展开分析, 验证 Bayesian 模型中迭代注水算法是否收敛。图 2 中显示在不完全信息博弈中雷达接收机端 SINR 随迭代过程的收敛情况, 可以看出雷达与干扰经历 8 次迭代后, SINR 最终收敛于 9.503 dB, 证明在制导雷达与干扰 Bayesian 模型中存在着博弈纳什均衡解, 通过迭代注水算法可实现雷达不完全信息博弈的最优策略。图 3 中展示不完全信息博弈中的纳什均衡现象。

从图 2 和图 3 可知, 随着注水算法迭代进行, 雷达和干扰波形策略变化则体现在注水因子的不同, 由此可得 SINR 随雷达、干扰注水因子的变化图。由图看出 Bayesian 纳什均衡于 B 点达成, 此时, 基于保守性和合理性假设, 在对敌方参数估计不变的条件下, 双方都不再改变波形策略, 雷达注水因子 $\lambda = 0.406$, 干扰注水因子 $\lambda = 0.396$, $SINR = 9.503$ dB。图 4 为 Bayesian 博弈中, 制导雷达和干扰各策略在不同子频带内的功率分配情况。

由图 4 可见, 当雷达发射线性调频信号时, 此时雷达方未进行任何优化, 功率在全频带内平稳分布, 而干扰方已经开始有针对性地依据各子频带的目标和环境特性以及雷达信号进行干扰响应变化。从干扰信号在频带 3 和 5 中的功率分配情况可以看出, 此时干扰信号优化设计受目标散射特性影响较大, 相比频带 5 而言, 干扰在目标冲激响应 $\sigma_h^2(f)$ 高但目

标杂波比(target-to-clutter Ratio, TCR)^[19]低的频带 3 内分配了更多功率。

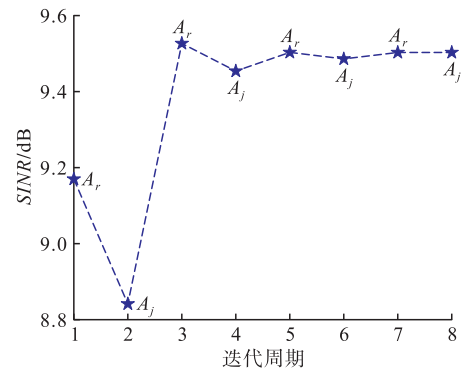


图 2 Bayesian 博弈中雷达 SINR 随迭代周期变化关系

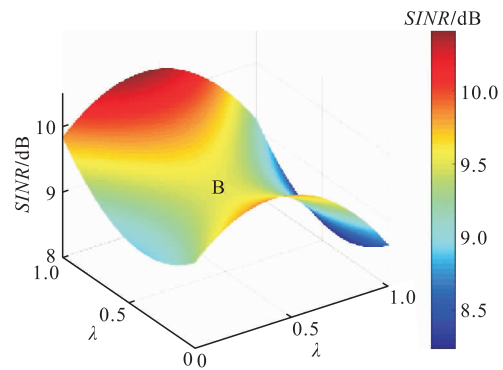


图 3 Bayesian 博弈各策略的 SINR 收益

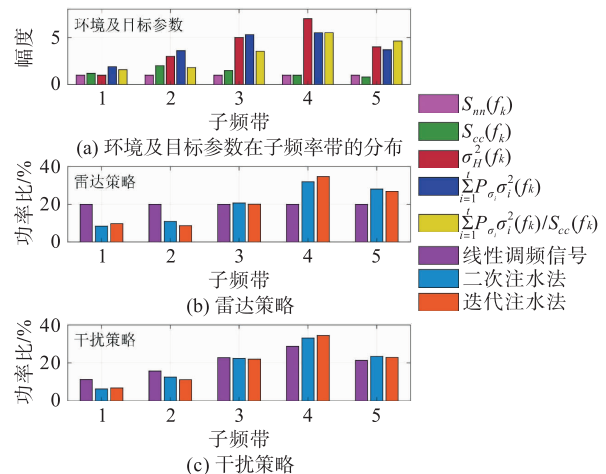


图 4 雷达和干扰在不同子频带中频率分配策略

对比迭代注水法和二次注水法可知, 迭代注水法在频带 4 与频带 1 中注入了更多的信号功率。这是因为频带 4 是实际中目标冲激响应 $\sigma_h^2(f)$ 及 TCR 最高的频带, 干扰机知晓目标的散射特性, 为降低雷达探测性能, 会在频带 4 中分配高的干扰功率; 而在雷达估计的目标特性中, 频带 4 依旧为含目标信息最高的频带, 当干扰机对频带 4 进行干扰时, 雷达需要针对干扰信号进行调整, 但由于雷达对目标的估计值要低于实际值, 为提升整体检测性能, 雷达并未在频带 4 分配更多的功率。向频带 1 中注入较多功率, 则是因为在雷达对目标特性的估计中频

带 1 中的期望信息要高于实际值,干扰机了解真实目标特性,不会在频带 1 中进行过多干扰,而雷达侦测到干扰方在此处干扰信号强度弱,为获取期望信息会提高频带 1 中的信号能量。

3.2 变化功率性能分析

下面对不同功率下雷达波形性能展开分析。假设干扰机功率 $P_j = (10 \sim 30)$ dB,图 5 中显示了二次注水、迭代注水波形在不完全信息博弈过程中雷达功率分配策略随干扰功率变化情况。

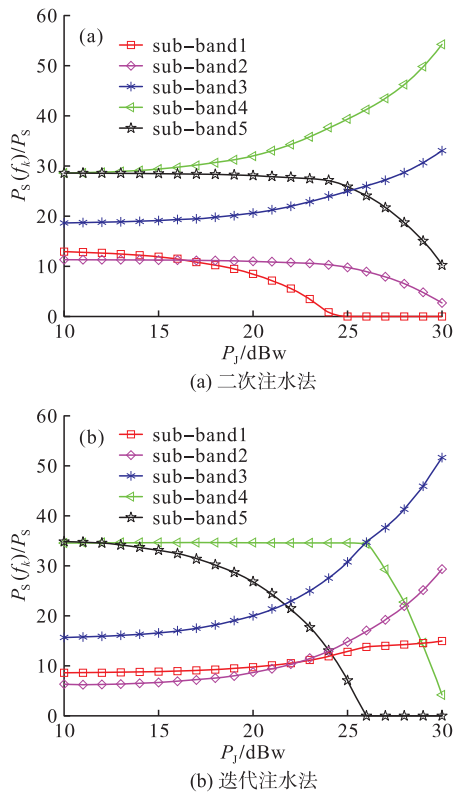


图 5 不同干扰下雷达功率分配策略

由图 5(a)可知,在二次注水法中,随干扰功率上升,雷达会提高频带 3、4 中的功率分布,降低其余频带功率。由雷达对目标特性的估计值可见,频带 3、4 的目标冲激响应最为强烈,同时频带 4 的 TCR 要高于频带 3,所以雷达会增加频带 3、4 的功率且频带 4 要高于频带 3;在其余子频带内,功率降低顺序分别为频带 1、2、5,这同在该频带的估计目标冲激响应值一致,表明在二次注水法中,雷达会依据所估计的目标特性同干扰进行博弈对抗。

观察图 5(b)可知,在迭代注水法中,随干扰功率升高,雷达倾向于提高低 TCR 频带 1、2、3 中的功率,降低高 TCR 频带 4、5 的功率。这说明在迭代过程中,雷达更倾向于躲避干扰的影响,而非正面对抗。在雷达估计的目标特性中,频带 3 中目标冲激响应的占比要远高于实际,仅次于频带 4,但干扰却在频带 3 内释放的干扰功率远低于频带 4,所以雷达对频带 3 中的功率提升更为明显。

图 6 显示了 Bayesian 博弈中雷达对扩展目标的检测概率,可见在不完全信息条件下通过博弈理论优化的雷达波形仍可实现较高的性能提升,雷达对信息估计的准确度会影响提升效果。

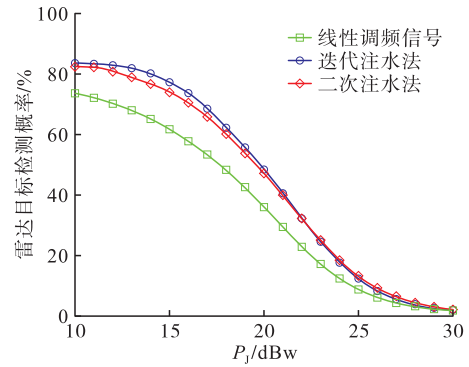


图 6 Bayesian 博弈中雷达波形对目标检测概率

对比二次注水法和迭代注水法知,在干扰功率低于雷达时 ($P_j \leq 20$ dBw),经过动态博弈的迭代注水波形可进一步提升检测性能;当干扰功率高于雷达时 ($P_j > 22$ dBw),虽然在博弈过程中雷达迭代注水方法可进一步针对干扰设计优化波形,但由于雷达对目标的估计并不等同于实际值,雷达方会对战场博弈形势产生一定的误判^[20],而干扰方却已知目标信息,导致雷达在博弈中处于下风,对比二次注水法,雷达检测性能并未提升,反而还有些许的下降。

综上,基于 Bayesian 博弈的二次注水及迭代注水波形设计方法可应用于提升不完全信息条件下的雷达目标检测性能,但对未知信息估计的准确程度极大地影响雷达探测性能。

4 结语

针对电子战中我方制导雷达和敌方干扰机不能获取对手完全信息的问题,本文研究了不完全信息条件下制导雷达与干扰机 Bayesian 博弈模型,利用目标可能出现的概率集合对未知目标进行表示,并以此为基础,将二次注水法及迭代注水法应用于 Bayesian 博弈模型。仿真表明所设计的波形优化算法在 Bayesian 博弈中具有收敛性,能够达到纳什均衡,对比线性调频信号,迭代注水信号及二次注水信号检测概率最高可分别提升 15.41%,12.79%。证明了所设计波形优化方法在制导雷达与干扰不完全信息博弈中的可行性。

参考文献

[1] BELL M R. Information Theory and Radar Waveform Design[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1993,39(5):1578-1597.

- [2] GUO D, SHAMAI S, VERDU S. Mutual Information and Minimum Mean-Square Error Estimation in Gaussian Channels[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2005, 51(4):1261-1282.
- [3] YANG Y, BLUM R S. Waveform Design for MIMO Radar Waveform Design Based on Mutual Information and Minimum Mean-Square Error Estimation [C]// 2006 40th Annual Conference on Information Sciences and Systems. Princeton, NJ: IEEE, 2007:330-343.
- [4] CHEN C, VAIDYANATHAN P. MIMO Radar Waveform Optimization with Prior Information of the Extended Target and Clutter[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(9):3533-3544.
- [5] ROMERO R, BAE J, GOODMAN N. Theory and Application of SNR and Mutual Information Matched Illumination Waveforms [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2011, 47(2): 912-927.
- [6] SONG X, WILLETT P, ZHOU S, et al. The MIMO Radar and Jammer Games[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(2): 687-699.
- [7] LAN X, LI W, WANG X, et al. MIMO Radar and Target Stackelberg Game in the Presence of Clutter [J]. *IEEE Sensors Journal*, 2015, 15(12): 6912-6920.
- [8] DELIGIANNIS A, LAMBOTHARAN S, CHAMBERS J A. Game Theoretic Analysis for MIMO Radars with Multiple Targets[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2016, 52(6):2760-2774.
- [9] GAO H, WANG J, JIANG C, et al. Equilibrium between a Statistical MIMO Radar and a Jammer[C]// Proceedings of 2015 IEEE Radar Conference. Johannesburg: IEEE, 2015: 461-466.
- [10] HARSANYTI J C. Games with Incomplete Information Played by "Bayesian" Players, I-III Part I. The Basic Model[J]. *Management Science*, 1967, 14(3): 159-182.
- [11] 李伟, 王泓霖, 郑家毅, 等. 博弈条件下雷达波形设计策略研究[J]. *电子与信息学报*, 2019, 41(11): 2654-2660.
- [12] 胡旭, 贾鑫, 秦乙. 一种新的认知雷达波形优化方法[J]. *电子信息对抗技术*, 2014, 29(1):33-37.
- [13] 邹鲲. 认知雷达的未知目标检测[J]. *电子与信息学报*, 2018, 40(1): 166-172.
- [14] STEVEN M KAY, 罗鹏飞. 统计信号处理基础:估计与检测理论[M]. 北京:电子工业出版社, 2014: 425-445.
- [15] MAHAFZA B R. 雷达系统分析与设计: MATLAB 版[M]. 3版,北京:电子工业出版社, 2016: 358-360.
- [16] 王璐璐, 王宏强, 王满喜, 等. 雷达目标检测的最优波形设计综述[J]. *雷达学报*, 2016, 5(5): 487-498.
- [17] WANG H L, LI W, WANG H, et al. Radar Waveform Strategy Based on Game Theory[J]. *Radio engineering*, 2019, 28(4):757-764.
- [18] 王泓霖, 李伟, 郑家毅, 等. 基于 Stackelberg 模型的弹载雷达和干扰波形设计[J]. *信号处理*, 2020, 36(1):42-49.
- [19] WANG L L, BRENNAN P V, WANG H Q, et al. Minimax Robust Jamming Techniques Based on Signal-to-Interference-Plus-Noise Ratio and Mutual Information Criteria[J]. *IET Communications*, 2014, 8(10): 1859-1867.
- [20] Drew Fudenberg, Jean Tirole, 黄涛, 等. 博弈论: Game Theory[M]. 北京:中国人民大学出版社, 2015: 171-185.

(编辑:徐楠楠)