

# 基于多传感器抗差融合的 UKF 弹道跟踪算法

黄姣茹<sup>1</sup>, 李灵芝<sup>1</sup>, 高嵩<sup>1</sup>, 钱富才<sup>1,2</sup>, 王敏<sup>3</sup>

(1. 西安工业大学电子信息工程学院, 西安, 710021; 2. 西安理工大学陕西省复杂系统控制与智能信息处理重点实验室, 西安, 710048; 3. 西安卫星测控中心宇航动力学国家重点实验室, 西安, 710043)

**摘要** 弹道跟踪测量过程中, 由于环境的复杂性和测量机制自身的问题, 测量数据不可避免存在异常值等。传统的加权观测融合估计算法往往直接对来自各个传感器的测量数据进行处理, 忽略了数据质量问题对滤波精度的影响。为解决此问题, 在加权观测融合算法的基础上引入抗差估计理论, 根据观测融合值与融合预测值, 计算测量融合残差向量、抗差权重因子和融合观测向量等价协方差阵, 实现了异常值的实时分离与修正, 解决了融合过程中由于测量数据存在污染导致弹道数据处理精度下降的问题。同时引入平方根滤波思想, 避免了常规 UKF 中误差协方差矩阵非正值引起的滤波散度问题。仿真结果表明该算法估计精度高, 计算负担小, 能有效地减小测量误差对弹道定轨精度的影响。

**关键词** 弹道跟踪; 抗差估计; 数据融合; 平方根无迹卡尔曼滤波

**DOI** 10.3969/j.issn.1009-3516.2021.02.012

中图分类号 TP293 文献标志码 A 文章编号 1009-3516(2021)02-0077-06

## A UKF Trajectory Tracking Algorithm Based on Multi-Sensor Robust Fusion

HUANG Jiaoru<sup>1</sup>, LI Lingzhi<sup>1</sup>, GAO Song<sup>1</sup>, QIAN Fucai<sup>1,2</sup>, WANG Min<sup>3</sup>

(1. School of Electronic Information Engineering, Xi'an Technological University, Xi'an 710021, China;  
2. Key Laboratory of Shaanxi Province for Complex System Control and Intelligent Information Processing,  
Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China; 3. State Key Laboratory of Astronautic Dynamics,  
Xi'an Satellite Measurernent and Control Center, Xi'an 710043, China)

**Abstract** In the process of trajectory tracking measurement, the abnormal values of measurement data are in existence inevitably due to the complexity of the environment and the limitation of the measurement mechanism itself. Being ignorance from the influence of data quality on filtering accuracy, the traditional weighted observation fusion estimation algorithms are often directly used to deal with the measurement data from various sensors. For this reason, the robust estimation theory is introduced into the weighted observation fusion algorithm, and the measurement fusion residual vector, the robust weight factor and the equivalent covariance matrix of the fusion observation vector are calculated based on the observation fusion value and the fusion prediction value. The algorithm proposed realizes the real-time separation and correction of abnormal values, and solves the accuracy decreasing problem of the ballistic data fusion estimation

收稿日期: 2020-09-28

基金项目: 国家自然科学基金(61773016, 62073259, 61873201, 61903298); 陕西省重点研发计划项目(2021GY-067, 2019KWZ-10, 2019GY-066)

作者简介: 黄姣茹(1987—), 女, 河南灵宝人, 博士, 讲师, 研究方向: 信息融合与滤波。E-mail: huangjiaoru@xatu.edu.cn

通信作者: 高嵩(1966—), 男, 陕西西安人, 博士, 教授, 研究方向: 信息融合与滤波。E-mail: gao2223@qq.com

引用格式: 黄姣茹, 李灵芝, 高嵩, 等. 基于多传感器抗差融合的 UKF 弹道跟踪算法[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2021, 22(2): 77-82. HUANG Jiaoru, LI Lingzhi, GAO Song, et al. A UKF Trajectory Tracking Algorithm Based on Multi-Sensor Robust Fusion[J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition), 2021, 22(2): 77-82.

due to the pollution of the measurement data. At the same time, the square root filtering idea is introduced, avoiding the filtering divergence problem caused by the non-positive value of the error covariance matrix in the conventional UKF. The simulation results show that the fusion algorithm is high in estimation accuracy and has a little burden to computation, and can effectively reduce the influence of measurement errors on the accuracy of ballistic orbit determination.

**Key words** trajectory tracking; robust estimation; data fusion; square root unscented Kalman filter

导弹武器具有超强攻击性和巨大威慑力等特点,是现代社会中维持战略平衡的支撑<sup>[1-2]</sup>。随着导弹试验技术的发展和需要,多传感器测量系统在导弹跟踪中备受关注,因此多传感器数据融合滤波技术对提高弹道跟踪精度具有极其重要的意义<sup>[3-4]</sup>。

目前常用的多传感器测量融合方法主要有两种结构:集中式测量融合(centralized measurement fusion, CMF)和加权测量融合(weighted measurement fusion, WMF)<sup>[5-8]</sup>,加权测量融合方法以其高精度和低计算量的优势被广泛使用。同时,由于导弹系统模型具有非线性特点,基于非线性滤波的加权观测融合方法得到了广泛的研究<sup>[9-13]</sup>,但是,这些算法往往直接对来自各个传感器的测量数据按照不同的加权准则计算融合测量值,并未考虑异常观测值对融合算法精度的影响。

然而,在实际跟踪测量中,由于量测设备的冲击、振动,传感器的老化、故障,复杂环境的干扰,操作人员的失误等,即使采用高精度测量设备和测量机制跟踪目标,都会导致测量数据出现异常值<sup>[14-15]</sup>。这些异常值带来的数据质量问题,对弹道协同跟踪量测系统的工作存在不利影响,直接影响弹道跟踪的精度和稳定性。

针对观测值存在异常值的问题,国内外学者基于抗差理论进行了大量的研究<sup>[16-18]</sup>,主要针对单传感器中测量值存在污染的情况进行讨论,然而在实际应用中,多传感器测量机制更为普遍。

本文针对多传感器跟踪导弹过程中数据污染导致弹道解算精度下降的问题,将抗差估计与加权观测融合、平方根 UKF 及自适应估计相结合,通过构造加权观测融合方程,抗差权函数以及抗差权因子,自适应计算等价噪声协方差融合矩阵来修正异常值,减弱了数据污染对弹道参数估计精度的影响,同时有效地避免了融合估计发散的问题。

## 1 问题描述

### 1.1 弹道状态方程

设再入弹道的状态方程为:

$$\mathbf{x}(k+1) = f(\mathbf{x}(k), k) + \mathbf{w}(k) \quad (1)$$

式中: $f(\cdot)$ 为已知非线性函数; $\mathbf{x}(k)$ 为第  $k$  个时刻系统状态; $\mathbf{w}(k)$ 为状态噪声,为零均值方差阵为  $Q$  的白噪声。

为了得到高精度的弹道模型,需根据导弹的机动性能和噪声统计特性,结合目标运动学信息,利用相应的随机函数来逼近弹道运动。本文采用匀加速模型作为目标的状态方程。

### 1.2 弹道观测方程

本文中采用光电经纬仪与雷达协同工作的测量机制跟踪导弹,观测设备为多个光电经纬仪与多个雷达组成的测量机制,观测量为测距和角度,以单个光电经纬仪与单个雷达协同工作为例介绍测量原理,测量坐标系光电经纬仪与雷达的测量关系如下<sup>[19]</sup>:

$$\begin{aligned} (x-x_2)^2 + (y-y_2)^2 + (z-z_2)^2 &= R^2 \\ y = (x-x_1) \tan A / \cos E + y_1 \\ z = (x-x_1) \tan E + z_1 \end{aligned} \quad (2)$$

式中: $(x_1, y_1, z_1)$ 为光电经纬仪的坐标; $(x_2, y_2, z_2)$ 为雷达的坐标; $(x, y, z)$ 为目标的坐标; $R$ 为雷达测距值; $E$ 为方位角和  $A$ 为高低角,经过对式(2)进行数值解算及分析,得到观测量如下:

$$\begin{bmatrix} R \\ A \\ E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2 + (z-z_2)^2} \\ \arctan \frac{y-y_1}{\sqrt{(x-x_1)^2 + (z-z_1)^2}} \\ \arctan \frac{(z-z_1)}{(x-x_1)} \end{bmatrix} \quad (3)$$

可得第  $j$  个测量体系的观测方程为:

$$\mathbf{z}^{(j)}(k) = \mathbf{h}^{(j)}(\mathbf{x}(k), k) + \mathbf{v}^{(j)}(k), \quad j=1, 2, \dots, L \quad (4)$$

式中: $\mathbf{v}^{(j)}(k)$ 为第  $j$  个传感器的观测噪声,为零均值方差阵为  $R$  的白噪声。 $\mathbf{h}^{(j)}$ 为  $j$  个测量体系的观测量,可表示为:

$$\begin{aligned} \mathbf{h}^{(j)}(\mathbf{x}(k), k) = & \left[ \begin{array}{c} \sqrt{(x-x_{2j})^2 + (y-y_{2j})^2 + (z-z_{2j})^2} \\ \arctan \frac{y}{\sqrt{(x-x_{1j})^2 + (z-z_{1j})^2}} \\ \arctan \frac{(z-z_{1j})}{(x-x_{1j})} \end{array} \right] \end{aligned} \quad (5)$$

假设  $\mathbf{h}^{(j)}(\mathbf{x}(k), k)$  满足如下形式:

$$\mathbf{h}^{(j)}(\mathbf{x}(k), k) = \mathbf{H}^{(j)} h(\mathbf{x}(k), k) \quad (6)$$

式中: $\mathbf{H}^{(j)}(k)$ 为线性化系数矩阵,则系统(1)和(4)

的加权测量近似融合方程可表示如下:

$$\mathbf{z}^{(I)}(k) = \mathbf{H}^{(I)} \mathbf{h}(\mathbf{x}(k), k) + \mathbf{v}^{(I)}(k) \quad (7)$$

这里,对式(5)中  $\mathbf{h}^{(j)}(\mathbf{x}(k), k)$  进行  $\mu$  阶泰勒级数展开得到:

$$\mathbf{H}^{(0)} = \left[ \begin{array}{cccc} \mathbf{h}^{(1)} & \mathbf{D}_{h1} & \frac{1}{2!} \mathbf{D}_{h1}^2 & \cdots & \frac{1}{\mu!} \mathbf{D}_{h1}^\mu \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mathbf{h}^{(j)} & \mathbf{D}_{hj} & \frac{1}{2!} \mathbf{D}_{hj}^2 & \cdots & \frac{1}{\mu!} \mathbf{D}_{hj}^\mu \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mathbf{h}^{(I)} & \mathbf{D}_{hl} & \frac{1}{2!} \mathbf{D}_{hl}^2 & \cdots & \frac{1}{\mu!} \mathbf{D}_{hl}^\mu \end{array} \right] \Big|_{x=\hat{x}} \quad (8)$$

$$\mathbf{D}_{hj}^i = \left( \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}^T} \right)^i \mathbf{h}^{(j)}(\mathbf{x}(k), k), i=1, 2, \dots, \mu \quad (9)$$

$$\mathbf{h}^{(j)} = \mathbf{D}_{hj}^0 = \mathbf{h}^{(j)}(\mathbf{x}(k), k), \mathbf{D}_{hj} = \mathbf{D}_{hj}^1 \quad (10)$$

$$\mathbf{H}^{(I)} = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{H}^{(0)} \quad (11)$$

$\mathbf{M}$  和  $\mathbf{H}^{(I)}$  分别为  $\mathbf{H}^{(0)}$  的列满秩矩阵和行满秩矩阵。近似函数为:

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}(k), k) = [1 \ (\Delta x)^T \ \cdots \ ((\Delta x)^\mu)^T] \quad (12)$$

本文要解决的问题是,对系统式(1)和式(4),考虑测量数据质量问题对跟踪精度的影响,研究一种抗差加权观测融合平方根无迹卡尔曼滤波算法(weighted measurement robust fusion square root unscented Kalman filter, WMRF-SRUKF)提高弹道跟踪的精度和稳定性。

## 2 抗差加权观测融合平方根 UKF 算法

在多台传感器跟踪导弹的过程中,由于导弹飞行的复杂性和测量设备自身的问题,会出现观测值存在异常值的问题,如果不对这部分异常值及时地进行修正,会影响弹道跟踪精度。本节利用抗差估计理论自适应地实现观测异常值的检验和分离以及修正,提高估计精度。

### 2.1 抗差估计理论

当弹道观测数据中存在异常值时,根据极大似然估计原理,通过对整个时间段的残差取合适的极值函数,抑制异常值的影响。极值函数如下:

$$\Omega = \min \left\{ \sum_{k=1}^n \rho(\mathbf{v}_i^I(k)) \right\} \quad (13)$$

式中: $\mathbf{v}_i^I(k)$  是测量融合残差向量  $\mathbf{v}^I(k)$  的第  $i$  个分量。 $\rho$  函数的取法有很多种,根据导弹飞行工程背景,可行的取法为权函数中国科学院大地测量与地球物理研究所(institute of geodesy and geophysics, IGG) I 方案<sup>[20]</sup>,则  $\rho$  函数可表示为:

$$\rho(\mathbf{v}_i^I(k)) =$$

$$\begin{cases} \left( \frac{\mathbf{v}_i^I(k)}{2} \right)^2, & |\mathbf{v}_i^I(k)| < k_1 \sigma_i \\ k_1 \sigma_i |\mathbf{v}_i^I(k)|, & k_1 \sigma_i \leq |\mathbf{v}_i^I(k)| < k_2 \sigma_i \\ C, & |\mathbf{v}_i^I(k)| > k_2 \sigma_i \end{cases} \quad (14)$$

式中: $k_1$  和  $k_2$  为淘汰点, $\sigma_i$  为融合测量值  $\mathbf{z}^I$  的方差的第  $i$  个分量。对  $\rho(\mathbf{v}_i^I(k))$  关于  $\mathbf{v}_i^I(k)$  求偏得:

$$\sum_{k=1}^n \frac{\partial \rho}{\partial \mathbf{v}_i^I} \frac{\partial \mathbf{v}_i^I}{\partial \mathbf{x}_i^I} = 0 \quad (15)$$

$$\text{式中: } a(k) = \frac{\partial \mathbf{v}_i^I}{\partial \mathbf{x}_i^I}, \varphi(\mathbf{v}_i^I(k)) = \frac{\partial \rho}{\partial \mathbf{v}_i^I},$$

$$w_i(k) = \frac{\varphi(\mathbf{v}_i^I(k))}{\mathbf{v}_i^I(k)}, \text{则式(15)可写为:}$$

$$\sum_{k=1}^n w_i(k) \mathbf{v}_i^I(k) \mathbf{a}_i(k) = 0 \quad (16)$$

$$\text{令 } \bar{\mathbf{v}}_i^I = w_i \mathbf{v}_i^I, \text{ 式(16)可写为:}$$

$$\sum_{k=1}^n \bar{\mathbf{v}}_i^I(k) \mathbf{a}_i(k) = 0 \quad (17)$$

根据多传感器的观测融合值与该时刻融合预测值,定义测量融合残差向量:

$$\mathbf{v}^I(k+1) = \mathbf{z}^I(k+1) - \hat{\mathbf{z}}^I(k+1|k) \quad (18)$$

则抗差权的具体表达式为:

$$\varphi(\mathbf{v}_i^I(k)) = \begin{cases} \mathbf{v}_i^I(k), & \mathbf{d}_i < k_1 \\ k_1 \sigma_i, & k_1 \leq \mathbf{d}_i < k_2 \\ 0, & \mathbf{d}_i > k_2 \end{cases} \quad (19)$$

$$w_i(k) = \begin{cases} 1, & \mathbf{d}_i < k_1 \\ k_1 / \mathbf{d}_i, & k_1 \leq \mathbf{d}_i < k_2 \\ 0, & \mathbf{d}_i > k_2 \end{cases} \quad (20)$$

$$\mathbf{d}_i = \left| \left( \frac{\mathbf{v}_i^I}{\sigma_i} \right) \right| \quad (21)$$

为了计算方便,引入误差因子  $\mathbf{d}_i$ ,其中  $\varphi$  为抗差权函数, $w$  为抗差权因子。当观测数据存在污染时,通过计算抗差权重因子  $w_i$ ,自适应分布状态融合预测值与当前观测融合信息的权重,从而提高了弹道参数估计的精度。当观测数据正常时, $w_i$  为 1,算法为标准的加权观测融合算法。

### 2.2 WMRF-SRUKF 算法

为保证泰勒级数的收敛性,需使真实状态  $\mathbf{x}(k)$  值接近于对当前时刻的估计  $\hat{\mathbf{x}}(k)$ ,即要求  $\Delta x$  尽可能小,本文以  $k$  时刻状态值  $\mathbf{x}(k)$  的预测值  $\hat{\mathbf{x}}(k-1|k)$  作为泰勒级数的展开位置,采用平方根 UKF 算法计算预测值  $\hat{\mathbf{x}}(k-1|k)$ 。算法步骤如下:

#### Step 1: 初始化

在初始时刻传感器的状态向量以及协方差矩阵的平方根初值分别为:

$$\hat{\mathbf{x}}^I(0) = E(\mathbf{x}^I(0)) \quad (22)$$

$$\mathbf{S}^I(0) = \text{chol} \left\{ \begin{bmatrix} E[\mathbf{x}^I(0) - \hat{\mathbf{x}}^I(0)] \\ [\mathbf{x}^I(0) - \hat{\mathbf{x}}^I(0)]^T \end{bmatrix} \right\} \quad (23)$$

式(23)中的函数  $\text{chol}(\cdot)$  表示对矩阵进行 Cholesky 分解。

### Step 2: 时间更新

基于测量数据  $\mathbf{z}^{(j)}(0) \sim \mathbf{z}^{(j)}(k) (j=1, 2, \dots, L)$  计算的 Sigma 点为:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_i^{(I)}(k|k) &= [\hat{\mathbf{x}}^I(k|k), \hat{\mathbf{x}}^I(k|k) + \sqrt{(n+\kappa)} \mathbf{S}^I(k|k)], \\ \hat{\mathbf{x}}^I(k|k) &= \sqrt{(n+\kappa)} \mathbf{S}^I(k|k)], i=0, 1, \dots, 2n\end{aligned}\quad (24)$$

对应的权值:

$$\begin{cases} W_m^{(0)} = \frac{\lambda}{n+\kappa}; W_c^{(0)} = \frac{\lambda}{n+\lambda} + (1-\alpha^2 + \beta); \\ W_m^{(i)} = W_c^{(i)} = \frac{1}{2(n+\kappa)}, i=1, 2, \dots, 2n \end{cases}\quad (25)$$

式中: 下标  $m$  为均值;  $c$  为协方差; 上标  $i$  为第几个采样点。参数  $\lambda = \alpha^2(n+\kappa) - n, \kappa = 0$  或  $\kappa = 3 - n, \beta = 2$ 。

计算状态融合预测向量:

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_i^{(I)}(k+1|k) &= f[k, \mathbf{x}_i^{(I)}(k|k)], \\ i &= 0, 1, \dots, 2n\end{aligned}\quad (26)$$

$$\hat{\mathbf{x}}^I(k+1|k) = \sum_{i=0}^{2n} W^{(i)} \mathbf{x}_i^{(I)}(k+1|k)\quad (27)$$

由式(8)和式(9)计算变换矩阵, 测量方程预测的采样点计算如下:

$$\begin{aligned}\mathbf{z}_i^{(I)}(k+1|k) &= \mathbf{H}^I \begin{bmatrix} 1 & (\Delta x)^T & \cdots \\ ((\Delta x)^{\mu})^T & \left| \begin{array}{l} \mathbf{x} = \mathbf{x}_i^{(I)}(k+1|k), i=0, 1, \dots, 2n \\ \hat{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{x}}^I(k+1|k) \end{array} \right. \end{bmatrix} \\ &\quad \left. \begin{array}{l} \mathbf{x} = \mathbf{x}_i^{(I)}(k+1|k), i=0, 1, \dots, 2n \\ \hat{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{x}}^I(k+1|k) \end{array} \right.\end{aligned}\quad (28)$$

式中:  $\Delta x = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}, \mathbf{H}^I$  由式(11)计算得出。

预测测量值计算:

$$\hat{\mathbf{z}}^I(k+1|k) = \sum_{i=0}^{2n} W^{(i)} \mathbf{z}_i^{(I)}(k+1|k)\quad (29)$$

预测融合误差协方差矩阵的平方根为:

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{S}}^I(k+1|k) &= \text{qr} \left\{ \left[ \sqrt{W_1^c} (\mathbf{x}_i^{(I)}(k+1|k) - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \hat{\mathbf{x}}^I(k+1|k), \sqrt{\mathbf{Q}^I(k)} \right] \right\}, i=1, 2, \dots, 2n\end{aligned}\quad (30)$$

式中:  $\text{qr}(\cdot)$  表示矩阵的 QR 分解。

$$\begin{aligned}\mathbf{S}^I(k+1|k) &= \text{chol update}(\bar{\mathbf{S}}^I(k+1|k), \\ \mathbf{x}_i^{(I)}(k+1|k) - \hat{\mathbf{x}}^I(k+1|k), W_0^c), i=0\end{aligned}\quad (31)$$

式中:  $\text{chol update}(\cdot)$  表示矩阵 Cholesky 分解的修正。

### Step 3: 观测值异常值判断以及抗差处理

计算  $k+1$  的测量融合值:

$$\mathbf{z}^I(k+1) = \mathbf{H}^I \begin{pmatrix} 1 \\ \Delta x \\ \vdots \\ \Delta x^{\mu} \end{pmatrix}\quad (32)$$

计算的融合残差向量  $\mathbf{v}^I$  的第  $i$  个分量  $v_i^I$ :

$$v_i^I = \mathbf{z}_i^{(I)}(k+1) - \hat{\mathbf{z}}_i^{(I)}(k+1|k)\quad (33)$$

当误差因子  $d_i$  满足:

1)  $d_i \leq k_0$  时, 表示测量数据为正常值,  $w_i = 1$ , 测量值被接受,  $\bar{\mathbf{v}}_i^I = \mathbf{v}_i^I$ 。

2)  $k_0 < d_i \leq k_1$  时, 表示测量数据为异常值, 被剔除,  $w_i = k_0/d_i$ , 测量值需进行抗差处理, 修正异常值,  $\bar{\mathbf{v}}_i^I = w_i \mathbf{v}_i^I$ 。

3)  $d_i > k_1$  时, 表示测量数据为异常值, 被剔除,  $w_i = 10^{-3}$ , 测量值需进行抗差处理, 修正异常值,  $\bar{\mathbf{v}}_i^I = w_i \mathbf{v}_i^I$ 。

重新计算测量噪声协方差矩阵  $\bar{\mathbf{R}}^I$ :

$$\bar{\mathbf{R}}^I(k+1) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \bar{\mathbf{V}}_{k-i}^I \bar{\mathbf{V}}_{k-i}^{\text{T}}\quad (34)$$

### Step 4: 测量更新

新息协方差矩阵平方根为:

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{S}}^I(k+1|k) &= \text{qr} \left\{ \left[ \sqrt{W_1^c} (\mathbf{z}_i^{(I)}(k+1|k) - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \hat{\mathbf{z}}^I(k+1|k)) , \sqrt{\mathbf{R}^I(k)} \right] \right\}, i=1, 2, \dots, 2n\end{aligned}\quad (35)$$

$$\begin{aligned}\mathbf{S}^I(k+1|k) &= \text{chol update}(\bar{\mathbf{S}}^I(k+1|k), \\ \mathbf{z}_i^{(I)}(k+1|k) - \hat{\mathbf{z}}^I(k+1|k), W_0^c), i=0\end{aligned}\quad (36)$$

互协方差矩阵为:

$$\begin{aligned}\mathbf{P}_{xz}^{(I)} &= \sum_{i=0}^{2n} W^{(i)} [\mathbf{x}_i^{(I)}(k+1|k) - \hat{\mathbf{x}}^I(k+1|k)] \cdot \\ &\quad [\mathbf{z}_i^{(I)}(k+1|k) - \hat{\mathbf{z}}^I(k+1|k)]^{\text{T}}\end{aligned}\quad (37)$$

增益矩阵为:

$$\begin{aligned}\mathbf{K}^I(k+1) &= \mathbf{P}_{xz}^{(I)} (\bar{\mathbf{S}}^I(k+1|k) \cdot \\ &\quad (\mathbf{S}^I(k+1|k))^{\text{T}})^{-1}\end{aligned}\quad (38)$$

$\mathbf{z}^{(I)}(k)$  由式(7)得到, 则  $k+1$  时刻的状态估计为:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}^I(k+1|k+1) &= \hat{\mathbf{x}}^I(k+1|k) + \mathbf{K}^I(k+1) \cdot \\ &\quad [\mathbf{z}^{(I)}(k+1) - \hat{\mathbf{z}}^I(k+1|k)]\end{aligned}\quad (39)$$

状态估计误差协方差矩阵的平方根矩阵:

$$\mathbf{U}^I(k+1) = \mathbf{K}^I(k+1) \mathbf{S}^I(k+1|k)\quad (40)$$

$$\begin{aligned}\mathbf{S}^I(k+1|k+1) &= \text{chol update}(\mathbf{S}^I(k+1|k), \\ &\quad \mathbf{U}^I(k+1), -1)\end{aligned}\quad (41)$$

综上所述, 通过泰勒级数展开方法实时计算观测融合矩阵, 对来自多个传感器的信息进行融合, 采用抗差估计方法构造抗差权重因子, 自适应调节测量信息的权重, 并基于平方根 UKF 算法进行滤波求解等价协方差矩阵, 对融合过程中可能出现的异常值进行分离与修正, 实时地调节滤波增益, 从而实现了平方根 UKF 加权观测融合算法的抗差性能。

### 3 仿真分析

#### 3.1 参数设置

本文采用光电经纬仪与雷达协同工作跟踪导弹,考虑3个测站构成的传感器网络,采用100次蒙特卡罗仿真,对导弹进行加权融合式实时轨道的确定,以光电经纬仪的位置为原点创建相对三维坐标系。

雷达1相对站址:

$$x_{01}=800, y_{01}=900, z_{01}=700;$$

雷达2相对站址:

$$x_{02}=1\,500, y_{02}=1\,450, z_{02}=1\,100;$$

雷达3相对站址:

$$x_{03}=1\,600, y_{03}=1\,750, z_{03}=1\,200;$$

将雷达带入式(4)得到各个测量体系具体的观测方程,根据式(8)利用二阶泰勒级数展开以及合并同类项去除零部分,计算测量方程的系数矩阵  $\mathbf{H}^{(0)}$ ,根据式(12)计算近似函数为:

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}(k), k) =$$

$$[1, \Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta xy, \Delta xz, \Delta y^2, \Delta z^2]^T \quad (42)$$

其中,  $\Delta x = x(k) - \hat{x}(kk-1)$ ,  $\Delta y = y(k) - \hat{y}(kk-1)$ ,  $\Delta z = z(k) - \hat{z}(kk-1)$ 。

各个滤波器初始状态为:

$$\mathbf{x}^j(0) = [3\,500, 1\,500, 1\,000, -1\,100, -150, -50, 10, 10, 10]^T, j=1, 2, 3.$$

各个测量体系的测量噪声的方差分别为,  $\sigma_{v1}^2 = \text{diag}(15, 0.15, 0.15)$ ,  $\sigma_{v2}^2 = \text{diag}(100, 10, 10)$ ,  $\sigma_{v3}^2 = \text{diag}(50, 0.5, 0.5)$ 。

#### 3.2 仿真对比分析

本节采用本文提出的 WMRF-SRUKF 算法对式(1)和(4)构成的多传感器弹道动力学模型进行数据融合仿真,并与传统的 WMF-UKF 算法和 WMF-SRUKF 算法进行比较。得到弹道理想轨迹和各算法融合估计的弹道轨迹曲线见图 1,位置、速度和加速度的均方根误差(root mean squared error, RMSE)曲线如图 2~4 所示。

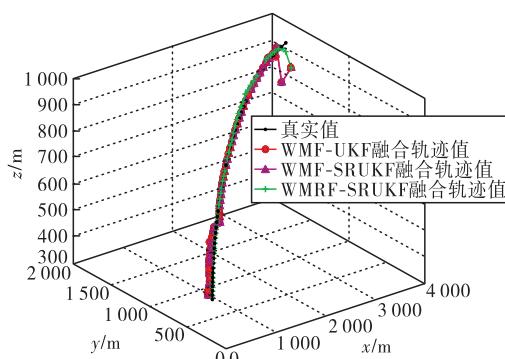


图 1 真实状态及 WMF-UKF、WMF-SRUKF 及 WMRF-SRUKF 算法的轨迹估计曲线

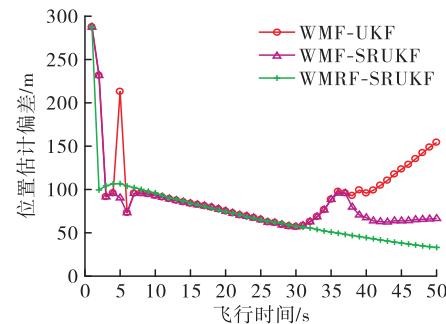


图 2 WMF-UKF、WMF-SRUKF 及 WMRF-SRUKF 算法的位置 RMSE 曲线

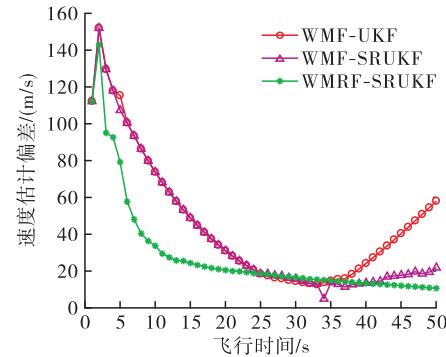


图 3 WMF-UKF、WMF-SRUKF 及 WMRF-SRUKF 算法的速度 RMSE 曲线

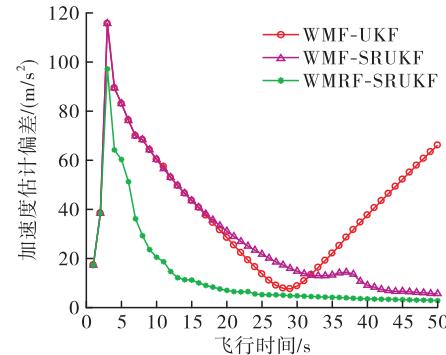


图 4 WMF-UKF、WMF-SRUKF 及 WMRF-SRUKF 算法的加速度 RMSE 曲线

由图 1 可以看出,采用 WMF-UKF 和 WMF-SRUKF 算法对设备进行融合得到的弹道轨迹直观上与理想轨迹存在偏差,而本文提出的 WMRF-SRUKF 算法估计的弹道融合轨迹相比于上述两种融合算法更接近于真实轨迹,具有精度高的优点。

由图 2 和图 4 可以看出,WMF-UKF 的 RMSE 曲线均呈现先下降后上升的趋势,这是因为误差协方差矩阵融合值  $P^I$  出现负定,使得滤波发散。WMF-SRUKF 应用了平方根滤波思想,避免了发散问题,但由于未对异常值进行观测,仍采用原始的测量噪声协方差矩阵融合值  $R^I$  进行测量更新,导致 RMSE 曲线误差变大,并且收敛速度变慢。WMRF-SRUKF 的 RMSE 曲线在整个融合过程中均收敛于零,并且收敛速度较快。该算法根据融合残差

向量  $v^t$  实时更新门限, 实时辨识异常值。当观测存在异常值时, 利用抗差权重因子  $w$  重新计算修正的测量噪声协方差矩阵融合值  $\bar{R}^t$ , 再进行测量更新以及估计弹道参数, 有效地减弱了异常值对弹道精度的影响, 提高了弹道解算精度。

综上所述采用 WMRF-SRUKF 算法可以对来自各个测量机制的数据进行有效融合, 并且及时对测量异常值进行修正, 最终得到的弹道参数更接近于真实值, 弹道跟踪精度高。同时在融合过程中 WMRF-SRUKF 运用矩阵满秩分解将测量矩阵的维数由 9 维压缩至 5 维, 该算法滤波过程中时间复杂度由  $O(x^9)$  降至为  $O(x^5)$ , 计算负担明显减小。

## 4 结语

针对融合过程中观测值出现异常值和滤波器发散引起的弹道精度低的问题, 本文在加权观测融合算法的基础上, 提出了一种抗差融合平方根 UKF 弹道跟踪算法。该算法利用 IGGI 等价权函数, 自适应估计以及平方根滤波思想, 实时地对来自各个传感器的信息进行融合, 并对测量数据出现的异常值进行实时剔除以及抗差修正, 提高了多传感器信息融合估计的精度, 实现了弹道的高精度跟踪问题, 在弹道数据融合处理方面具有一定的应用价值。

## 参考文献

- [1] 孙健, 邓方, 陈杰. 陆用运动体控制系统发展现状与趋势[J]. 自动化学报, 2018, 44 (11): 1985-1999.
- [2] FANG M C, LEE Z Y. Application of Neuro Fuzzy Algorithm to Portable Dynamic Positioning Control System for Ships[J]. International Journal of Naval architecture and Ocean Engineering, 2016, 8 (1): 38-52.
- [3] LIN G, GIORGIO B, LUIGI C. Distributed Joint Sensor Registration and Target Tracking Via Sensor Network[J]. Information Fusion, 2019, 46: 218- 230.
- [4] TIAN T, SUN S L, LI N. Multisensor Information Fusion Estimators for Stochastic Uncertain Systems with Correlated Noises[J]. Information Fusion, 2016, 27: 126-137.
- [5] GE Q B, LI W B, SUN R Y. Centralized Fusion Algorithms Based on EKF for Multisensor[J]. Acta Automatica Sinica, 2013, 39(6): 816-825.
- [6] KHALEGHI B, KHAMIS A, KARRAY F O, et al. Multisensor Data Fusion: A Review of the State-of-the-Art[J]. Information Fusion, 2013, 14: 28-44.
- [7] GAO Y, RAN C J, SUN X J, et al. Optimal and Self-tuning Weighted Measurement Fusion Kalman Filters and Their Asymptotic Global Optimality[J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2010, 24(11): 982-1004.
- [8] 常天庆, 孔德鹏, 戴文君, 等. 基于目标作战意图信息融合的威胁评估方法[J]. 控制与决策, 2019, 34(3): 591-601.
- [9] 班朝, 任国营, 王斌锐, 等. 基于 IMU 的机器人姿态自适应 EKF 测量算法研究[J]. 仪器仪表学报, 2020, 41(2): 35-39.
- [10] 徐树生, 林孝工. 基于鲁棒 CKF 的多传感器信息融合算法[J]. 电机与控制学报, 2013, 17(2): 90-97.
- [11] 郝钢, 叶秀芬, 陈亭. 加权观测融合非线性无迹卡尔曼滤波算法[J]. 控制理论与应用, 2011, 28(6): 753-758.
- [12] HAO G, SUN S L, LI Y. Nonlinear Weighted Measurement Fusion Unscented Kalman Filter with Asymptotic Optimality[J]. Information Sciences, 2015, 299: 85-98.
- [13] 李云, 孙书利, 郝钢. 基于 Gauss-Hermite 逼近的非线性加权观测融合无迹 Kalman 滤波器[J]. 自动化化学报, 2019, 45 (3): 593-603.
- [14] SOKEN H E, HAJIYEV C, SAKAI S. Robust Kalman Filtering for Small Satellite Attitude Estimation in the Presence of Measurement Faults[J]. European Journal of Control, 2014, 20: 64-72.
- [15] WANG X, CUI N, GUO J. Huber Based Unscented Filtering and its Application to Vision Based Relative Navigation[J]. The Institution of Engineering and Technology, 2010, 4(1): 134-141.
- [16] 苗岳旺, 孙付平, 李飞, 等. 基于抗差 EKF 的 INS/GNSS 紧组合算法应用研究[J]. 大地测量与地球物理学报, 2013, 33(3): 97-101.
- [17] 李蝉, 张士峰, 张力军. 应用抗差无迹卡尔曼滤波的再入弹道处理技术[J]. 国防科技大学学报, 2017, 39(1): 1-5.
- [18] SENG C H, LIN S F, JWO D J. Robust Huber-Based Cubature Kalman Filter for GPS Navigation Processing [J]. Journal of Navigation, 2016, 70(3): 527-546.
- [19] 李华. 基于雷达与光电经纬仪协同工作的外弹道测试方法[J]. 弹箭与制导学报, 2010, 30(4): 132-136.
- [20] 杨喜元, 吴富梅. 临界值可变的抗差估计等价权函数[J]. 测绘科学技术学报, 2006, 23(5): 317-324.

(编辑:徐敏)