

时滞环境下具有不确定参数群系统的鲁棒一致性

李浩亮¹, 杨任农², 席 茜¹, 张 帅², 孟常亮¹

(1. 93704 部队, 北京, 101100; 2. 空军工程大学空管领航学院, 西安, 710051)

摘要 研究了普通线性群系统在存在时延和不确定参数条件下的鲁棒一致性问题。首先结合分布式 PID 控制和静态输出反馈提出一种新的一致性协议; 然后引入描述符方法将闭环系统的微分方程转化为描述符模型, 通过变量转换将一致性问题转化为渐近稳定问题; 构造 Lyapunov-Krasovskii 泛函, 基于线性矩阵不等式(LMI)给出了鲁棒控制器的设计方法。仿真结果表明: 系统的结构拓扑图在存在全局可达节点的情况下, 通过选择合适的 PID 参数, 系统可实现一致性, 且不确定参数会对系统的运动轨迹产生影响, 通过与基于 PD 控制的一致性协议对比结果可知本文提出的一致性协议使得群系统收敛速度更快, 鲁棒性更强。

关键词 群系统鲁棒一致性; PID 控制; 描述符方法; 线性矩阵不等式

DOI 10.3969/j.issn.1009-3516.2019.02.015

中图分类号 TP13 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2019)02-0098-07

Robust Consensus of Swarm Systems with Time-Varying Delays and Uncertain Parameters

LI Haoliang¹, YANG Rennong², XI Xi¹, ZHANG Shuai², MENG Changliang¹

(1. Unit 93704, Beijing 101100, China; 2. Air Traffic Control and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

Abstract: Firstly, this paper proposes a novel protocol based on distributed PID control law and introduces a descriptor method to transform the differential equations of the closed systems into a descriptor model, transforming the consensus problem into an asymptotic stability problem. And then a Lyapunov-Krasovskii functional is constructed and the parameters of the consensus protocol are given based on the linear matrix inequality(LMI). The simulations show that if the topology contains a globally reachable node, through selecting appropriate PID parameters, the MAS can achieve consensus, and the uncertain parameters will cause bad effect to the trajectories of the systems. Compared with the PD-Control-Based consensus protocol, the proposed protocol makes the swarm systems converge faster, and the robustness stronger.

Key words: swarm system robust consensus; PID controller; a descriptor method; linear matrix inequality(LMI)

现代控制理论与技术的发展使得单个系统的控制日渐成熟, PID 控制、自适应控制、非线性控制、鲁棒控制和智能控制已经广泛应用于工业生产活动中。

系统的控制主要存在 2 种方法: 集中式控制和分布式控制方法, 集中式控制方法实质上是传统单个系统控制理论的延伸, 而分布式控制不需要一个中央控制单

收稿日期: 2017-09-18

作者简介: 李浩亮(1989—), 男, 河南周口人, 博士, 主要从事多智能体系统的一致性理论研究。E-mail: lihaoliang10524@163.com

引用格式: 李浩亮, 杨任农, 席茜, 等. 时滞环境下具有不确定参数群系统的鲁棒一致性[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2019, 20(2): 98-104. LI Haoliang, YANG Rennong, XI Xi, et al. Robust Consensus of Swarm Systems with Time-Varying Delays and Uncertain Parameters[J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition), 2019, 20(2): 98-104.

元,因此分布式控制系统的结构和组成要更为复杂。分布式控制方法具有操作成本低、系统要求低、强鲁棒性、强适应性和灵活性等诸多优点^[1-2]。

系统信息一致性,是指个体在网络环境下通过近邻之间的可测信息(如智能体的位置、速度和姿态等)的交换,在各智能体上分布式地产生某种算法(或协议),使得这些智能体在事关相互协作的若干变量(数据、参数)问题上达成一致意见,从而自主、协同地完成任任务^[3]。一致性理论是分布式控制的基础,广泛应用于无人机编队控制^[4]、群集控制^[5]、聚合控制^[6]等。

现实中群系统不仅存在通信时延和输入时延,系统结构参数很多时候是不确定的^[7]。文献[8]中的系统模型具有参数不确定性和时延,非常具有代表性,根据这个模型提出了一种新的 PID 一致性协议,采用输出变量偏差作为控制器的输入,实现中立时滞系统的领航-跟随输出一致性,但文献[3]中的 PID 参数是以自由权矩阵作为调节参数,需要调节的参数比较多,影响计算时间。先前大部分文献研究的不确定多智能体系统是假设系统结构含有不确定性参数,比如系统矩阵和输入输出矩阵等参数是不确定的,也有文献假设拓扑图的边的连接权重是不确定的。文献[9]结合了不确定连接权重和系统时延这 2 个条件,提出了系统实现平均一致性的方法,结果表明系统对时延的鲁棒性和权重变化的鲁棒性是不相容的。文献[10]将鲁棒控制与最优化问题结合起来提出的一致性协议,既能保证系统一致,又能满足给定的指标达到最优。除了系统模型存在不确定性参数,有的文献中系统的不确定性表现为拓扑结构中边的连接权重^[11]。本文提出的一致性协议以 PID 控制为基础,引入耦合矩阵,通过求解耦合矩阵来实现系统一致性。

本文研究的对象是具有时变时延与不确定性参数的线性群系统,一致性控制协议的核心基于 PID 控制,引入耦合矩阵对状态变量进行转换;引入描述符转换方法将群系统的模型转化为描述符模型,并建立 Lyapunov-Krasovskii 函数和使用线性矩阵不等式设计协议参数。本文提出的一致性协议通过引入耦合矩阵,降低了自由权矩阵的数量,使得在设计一致性协议参数时,求解矩阵不等式相对于文献[8]用时更短。

1 预备知识

1.1 图论基础

假设 $G = (V, E, W)$ 代表一个有向图, $V = \{1, 2, \dots, N\}$ 表示图的节点集合, $E \in V \times V$ 表示图的边

集合。对于任一边 $e_{ij} = (v_i, v_j)$ 而言, v_i 代表父节点, v_j 代表子节点,并且 v_j 是 v_i 的一个邻居节点。 $W = [w_{ij}] \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 称为图的邻接矩阵, $D = \text{diag}\{\text{deg}_m(i), i \in N\}$ 称为节点 v_i 的入度矩阵, $\text{deg}_m(i) = \sum_{j \in N_i} w_{ij}$, \mathcal{L} 为图的 Laplacian 矩阵。一般情况下,有向图的 Laplacian 矩阵不是对称的。

引理 1^[12] 0 是 Laplacian 矩阵 \mathcal{L} 的一个特征根,对应的特征向量是 $\mathbf{1}$,并且所有的非零特征值均具有正实部。另外,如果图 G 存在有向生成树的情况下, \mathcal{L} 有且仅有一个零特征值。

1.2 问题描述

考虑如下一个由 N 个同构智能体构成的连续时间线性时不变系统,每个智能体的动力学方程如下:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_i(t) = (\mathbf{A} + \Delta\mathbf{A}(t))\mathbf{x}_i(t) + (\mathbf{B} + \Delta\mathbf{B}(t))\mathbf{u}_i(t) \\ \mathbf{y}_i(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}_i(t) \quad i = 1, 2, \dots, N \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times p}$ 是常数矩阵; $\mathbf{x}_i(t) = (\mathbf{x}_{i_1}(t), \mathbf{x}_{i_2}(t), \dots, \mathbf{x}_{i_n}(t))^T \in \mathbb{R}^n$ 是每个智能体的状态变量; $\mathbf{u}_i \in \mathbb{R}^p$ 是系统的控制输入; $\Delta\mathbf{A}(t) \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\Delta\mathbf{B}(t) \in \mathbb{R}^{n \times p}$ 是时间 t 的矩阵函数,表示系统参数的不确定性。这些不确定参数代表模型线性化和非模型参数的结果,假设具有以下形式:

$$\Delta\mathbf{A}(t) = \mathbf{D}_a \mathbf{F}_a(t) \mathbf{E}_a, \quad \Delta\mathbf{B}(t) = \mathbf{D}_b \mathbf{F}_b(t) \mathbf{E}_b \quad (2)$$

式中: $\mathbf{F}_a(t)$ 和 $\mathbf{F}_b(t)$ 是未知的时变实数矩阵,元素都是勒贝格可测的,并且满足:

$$\mathbf{F}_a^T(t) \mathbf{F}_a(t) \leq \mathbf{I}, \quad \mathbf{F}_b^T(t) \mathbf{F}_b(t) \leq \mathbf{I} \quad \forall t \quad (3)$$

并且 $\mathbf{D}_a, \mathbf{E}_a, \mathbf{D}_b, \mathbf{E}_b$ 是已知的实常数矩阵,表示 $\mathbf{F}_a(t)$ 和 $\mathbf{F}_b(t)$ 的不确定参数向矩阵 \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 的变化趋势。为讨论方便,假设 $\mathbf{D}_a = \mathbf{D}_b = \mathbf{D}$, $\mathbf{F}_a(t) = \mathbf{F}_b(t) = \mathbf{F}(t)$,即不确定性参数为:

$$\Delta\mathbf{A}(t) = \mathbf{D}_a \mathbf{F}_a(t) \mathbf{E}_a, \quad \Delta\mathbf{B}(t) = \mathbf{D}_b \mathbf{F}_b(t) \mathbf{E}_b \quad (4)$$

本节中系统存在通信时延和输入时延,假设矩阵 (\mathbf{A}, \mathbf{B}) 是可控的, (\mathbf{A}, \mathbf{C}) 是可观测的,基于 PID 控制和静态输出反馈提出以下一致性协议:

$$\mathbf{u}_i(t) = \mathbf{K} \sum_{j \in N_i} w_{ij} \begin{pmatrix} \mathbf{T}_p (\mathbf{y}_j(t - \tau) - \mathbf{y}_i(t - \tau)) + \\ \mathbf{T}_I \int_0^{t-\tau} (\mathbf{y}_j(s) - \mathbf{y}_i(s)) ds + \\ \mathbf{T}_D (\dot{\mathbf{y}}_j(t - \tau) - \dot{\mathbf{y}}_i(t - \tau)) \end{pmatrix} \quad (5)$$

假设 $0 \leq \tau < \bar{\tau}$,则闭环系统的方程为:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_\Delta(t) &= \mathbf{A}_\Delta(t) \mathbf{x}_\Delta(t) + \\ & \mathbf{B}_\Delta(t) \mathbf{K} \sum_{j \in N_i} w_{ij} \begin{pmatrix} \mathbf{T}_p (\mathbf{x}_j(t - \tau) - \mathbf{x}_i(t - \tau)) + \\ \mathbf{T}_I \int_0^{t-\tau} (\mathbf{x}_j(s) - \mathbf{x}_i(s)) ds + \\ \mathbf{T}_D (\dot{\mathbf{x}}_j(t - \tau) + \dot{\mathbf{x}}_i(t - \tau)) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

式中: $\mathbf{A}_\Delta(t) = \mathbf{A} + \Delta\mathbf{A}(t)$, $\mathbf{B}_\Delta(t) = \mathbf{B} + \Delta\mathbf{B}(t)$ 。

定义 1 对于任意有界的初始状态 $\mathbf{x}(0)$,如果 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{x}_i(t) - \mathbf{x}_j(t)\| = 0, \forall i \neq j$ 成立,则说明系统

实现了一致。

2 问题转换

本文中系统的拓扑结构假设是有向图且存在生成树,系统的 Laplacian 矩阵有且仅有一个零特征值,因此有 $U^{-1}\mathcal{L}U = \mathbf{J}_L$,由于闭环系统(5)中含有积分项,因此定义

$$\mathbf{z}_i(t) = \int_0^t \mathbf{x}_i(s) ds, \dot{\mathbf{x}}_i(t) = \mathbf{v}_i(t) \quad (7)$$

闭环系统方程的描述符模型可以写为:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{x}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{v}(t) \\ \mathbf{0} = -\mathbf{v}(t) + (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{A}_\Delta(t)) \mathbf{x}(t) - \\ T_P(\mathcal{L} \otimes \mathbf{B}_\Delta(t) \mathbf{K} \mathbf{C}) \mathbf{x}(t - \tau) - \\ T_I(\mathcal{L} \otimes \mathbf{B}_\Delta(t) \mathbf{K} \mathbf{C}) \mathbf{z}(t - \tau) - \\ T_D(\mathcal{L} \otimes \mathbf{B}_\Delta(t) \mathbf{K} \mathbf{C}) \mathbf{v}(t - \tau) \end{cases} \quad (8)$$

设 $\tilde{\mathbf{x}}(t) = (U^{-1} \otimes \mathbf{I}_n) \mathbf{x}(t)$, 同理可设 $\tilde{\mathbf{z}}(t) = (U^{-1} \otimes \mathbf{I}_n) \mathbf{z}(t)$, $\tilde{\mathbf{v}}(t) = (U^{-1} \otimes \mathbf{I}_n) \mathbf{v}(t)$, 则上式又可整理成:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\mathbf{z}}}(t) = \tilde{\mathbf{x}}(t) \\ \dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) = \tilde{\mathbf{v}}(t) \\ \mathbf{0} = -\tilde{\mathbf{v}}(t) + (\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{B}_\Delta(t) \mathbf{K} \mathbf{C}) \tilde{\mathbf{x}}(t - \tau) - \\ T_P(\mathbf{J}_L \otimes \mathbf{B}_\Delta(t) \mathbf{K} \mathbf{C}) \tilde{\mathbf{x}}(t - \tau) - \\ T_I(\mathbf{J}_L \otimes \mathbf{B}_\Delta(t) \mathbf{K} \mathbf{C}) \tilde{\mathbf{x}}(t - \tau) - \\ T_D(\mathbf{J}_L \otimes \mathbf{B}_\Delta(t) \mathbf{K} \mathbf{C}) \tilde{\mathbf{x}}(t - \tau) \end{cases} \quad (9)$$

令 $\tilde{\mathbf{z}}(t) = [\tilde{\mathbf{z}}_1^T(t), \tilde{\mathbf{z}}_2^T(t)]^T$, $\tilde{\mathbf{x}}(t) = [\tilde{\mathbf{x}}_1^T(t), \tilde{\mathbf{x}}_2^T(t)]^T$, $\tilde{\mathbf{v}}(t) = [\tilde{\mathbf{v}}_1^T(t), \tilde{\mathbf{v}}_2^T(t)]^T$, $\tilde{\mathbf{z}}_\perp(t) = [\tilde{\mathbf{z}}_2^T(t), \tilde{\mathbf{z}}_1^T(t)]^T$, $\tilde{\mathbf{x}}_\perp(t) = [\tilde{\mathbf{x}}_2^T(t), \tilde{\mathbf{x}}_1^T(t)]^T$, $\tilde{\mathbf{v}}_\perp(t) = [\tilde{\mathbf{v}}_2^T(t), \tilde{\mathbf{v}}_1^T(t)]^T$. 去掉变量 $\tilde{\mathbf{z}}(t)$, $\tilde{\mathbf{x}}(t)$ 和 $\tilde{\mathbf{v}}(t)$ 中的第 1 个元素, 式(9)可以整理成:

$$\mathbf{E} \dot{\tilde{\mathbf{x}}}_\perp(t) = \tilde{\mathbf{A}}(t) \tilde{\mathbf{x}}_\perp(t) + \tilde{\mathbf{A}}_\tau(t) \tilde{\mathbf{x}}_\perp(t - \tau) \quad (10)$$

其中: $\mathbf{E} = \text{diag}\{\mathbf{I}, \mathbf{I}, \mathbf{0}\}$,

$$\tilde{\mathbf{A}}(t) = \bar{\mathbf{A}} + \bar{\mathbf{D}} \text{diag} \left\{ \begin{matrix} \mathbf{I}_{N-1} \otimes \mathbf{F}(t), \\ \mathbf{I}_{N-1} \otimes \mathbf{F}(t), \mathbf{I}_{N-1} \otimes \mathbf{F}(t) \end{matrix} \right\} \bar{\mathbf{E}}_a,$$

$$\tilde{\mathbf{A}}_\tau(t) = \bar{\mathbf{A}}_\tau + \bar{\mathbf{D}} \text{diag} \left\{ \begin{matrix} \mathbf{I}_{N-1} \otimes \mathbf{F}(t), \\ \mathbf{I}_{N-1} \otimes \mathbf{F}(t), \mathbf{I}_{N-1} \otimes \mathbf{F}(t) \end{matrix} \right\} \bar{\mathbf{E}}_b,$$

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_{N-1} \otimes \mathbf{A} & -\mathbf{I} \end{bmatrix},$$

$$\bar{\mathbf{A}}_\tau = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -T_I \bar{\mathbf{J}}_L \mathbf{B} \mathbf{K} \mathbf{C} & -T_P \bar{\mathbf{J}}_L \mathbf{B} \mathbf{K} \mathbf{C} & -T_D \bar{\mathbf{J}}_L \mathbf{B} \mathbf{K} \mathbf{C} \end{bmatrix},$$

$$\bar{\mathbf{D}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{I}_{N-1} \otimes \mathbf{D} & \mathbf{I}_{N-1} \otimes \mathbf{D} & \mathbf{I}_{N-1} \otimes \mathbf{D} \end{bmatrix},$$

$$\bar{\mathbf{E}}_a = \text{diag}\{\mathbf{0}, \mathbf{I}_{N-1} \otimes \mathbf{E}_a, \mathbf{0}\},$$

$$\bar{\mathbf{E}}_b = \text{diag} \left\{ \begin{matrix} -T_I \bar{\mathbf{J}}_L \otimes \mathbf{E}_b \mathbf{K} \mathbf{C}, \\ -T_P \bar{\mathbf{J}}_L \otimes \mathbf{E}_b \mathbf{K} \mathbf{C}, \\ -T_D \bar{\mathbf{J}}_L \otimes \mathbf{E}_b \mathbf{K} \mathbf{C} \end{matrix} \right\},$$

$$\bar{\mathbf{x}}_\perp(t) = [\tilde{\mathbf{z}}_\perp^T(t), \tilde{\mathbf{x}}_\perp^T(t), \tilde{\mathbf{v}}_\perp^T(t)]^T, \hat{\mathbf{x}}_\perp(t) = [\tilde{\mathbf{z}}_\perp^T(t), \tilde{\mathbf{x}}_\perp^T(t)]^T.$$

设 $\mathbf{F}_n(t) = \text{diag}\{\mathbf{I}_{N-1} \otimes \mathbf{F}(t)\}$ 表示对角线含有 n 个子矩阵 $\mathbf{I}_{N-1} \otimes \mathbf{F}(t)$ 。经过变量转换,原系统(1)的一致性等价于研究系统(10)的零点稳定性。

为了得到一致性分析结果,需要用到以下引理。

引理 2^[13] 令 \mathbf{H}, \mathbf{L} 和 $\mathbf{F}(t)$ 是维数适当的实矩阵,则对于 $\forall \rho > 0$ 和 $\mathbf{F}^T(t) \mathbf{F}(t) \leq \mathbf{I}$, 存在:

$$\mathbf{L} \mathbf{F}(t) \mathbf{H} + \mathbf{H}^T \mathbf{F}^T(t) \mathbf{L}^T \leq \frac{1}{\rho^2} \mathbf{L} \mathbf{L}^T + \rho^2 \mathbf{H}^T \mathbf{H} \quad (11)$$

引理 3^[14] 对于任意可微的实向量函数 $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ 和 $n \times n$ 常数矩阵 $\mathbf{S} = \mathbf{S}^T > \mathbf{0}$, 如下不等式成立:

$$\begin{aligned} & \bar{\tau}^{-1} [\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}(t - \tau)]^T \mathbf{S} [\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}(t - \tau)] \leq \\ & \int_{t-\tau}^t \dot{\mathbf{x}}^T(s) \mathbf{S} \dot{\mathbf{x}}(s) ds \end{aligned} \quad (12)$$

3 鲁棒一致性协议参数设计

为了得到系统(10)获得鲁棒一致性的条件,建立如下的 Lyapunov-Krasovskii 函数:

$$V(t) = V_1(t) + V_2(t) + V_3(t) \quad (13)$$

其中: $V_1(t) = \bar{\mathbf{x}}_\perp^T(t) \bar{\mathbf{E}} \bar{\mathbf{P}} \bar{\mathbf{x}}_\perp(t)$,

$$V_2(t) = \bar{\tau}^{-1} \int_{t-\tau}^t \int_{t+\theta}^t \dot{\bar{\mathbf{x}}}_\perp^T(s) \bar{\mathbf{S}} \dot{\bar{\mathbf{x}}}_\perp(s) ds d\theta,$$

$$V_3(t) = \int_{t-\tau}^t \bar{\mathbf{x}}_\perp^T(s) \bar{\mathbf{Q}} \bar{\mathbf{x}}_\perp(s) ds, \bar{\mathbf{P}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{P}}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \bar{\mathbf{P}}_3 \end{bmatrix},$$

并且 $\bar{\mathbf{P}}_1 \in \mathbb{R}^{2(N-1)n \times 2(N-1)n}$, $\bar{\mathbf{P}}_3 \in \mathbb{R}^{(N-1)n \times (N-1)n}$, $\bar{\mathbf{S}} \in \mathbb{R}^{3(N-1)n \times 3(N-1)n}$, $\bar{\mathbf{Q}} \in \mathbb{R}^{3(N-1)n \times 3(N-1)n}$ 都属于正定对称矩阵。由矩阵 \mathbf{E} 的定义和 $\hat{\mathbf{x}}_\perp(t)$ 可知 $\bar{\mathbf{P}}_1 = \bar{\mathbf{P}}_1^T > \mathbf{0}$, 因此有 $\bar{\mathbf{x}}_\perp^T(t) \bar{\mathbf{E}} \bar{\mathbf{P}} \bar{\mathbf{x}}_\perp(t) = \hat{\mathbf{x}}_\perp^T(t) \bar{\mathbf{P}}_1 \hat{\mathbf{x}}_\perp(t) = \hat{\mathbf{x}}_\perp^T(t) \bar{\mathbf{P}}_1^T \hat{\mathbf{x}}_\perp(t) = \bar{\mathbf{x}}_\perp^T(t) (\bar{\mathbf{E}} \bar{\mathbf{P}})^T \bar{\mathbf{x}}_\perp(t)$ 。可知,函数 $V(t)$ 符合 Lyapunov 函数的要求。

注 1 为了应用 Lyapunov 方法来解决系统(9)的稳定性问题,差分算子 $D: C[-\tau, 0] \rightarrow \mathbb{R}^n$, 算子由 $D(x_i) = x_i(t) + T_D(\mathcal{L} \otimes \mathbf{B}_\Delta \mathbf{K} \mathbf{C}) x_i(t - \tau)$ 给出,对于所有的时延算子应该是独立稳定的^[15]。因此算子 D 稳定的一个充分条件就是

$$|T_D(\mathcal{L} \otimes \mathbf{B}_\Delta \mathbf{K} \mathbf{C})| < 1 \quad (14)$$

式中: $|\cdot|$ 可以是任何形式的范数。下面的定理给出了不确定系统(10)实现一致性的充分条件以及增益矩阵 \mathbf{K} 的范围。

定理 1 假设系统的时延满足 $0 \leq \tau \leq \bar{\tau}$, 图 G 是强连通的。若存在标量 $\rho_i, i = 1, 2$, 正定对称阵 $\bar{\mathbf{P}}, \bar{\mathbf{S}}, \bar{\mathbf{Q}}, \bar{\mathbf{R}}$ 以及 PID 的参数 T_P, T_I, T_D 满足:

$$\bar{\mathbf{E}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{E}}_{11} & \bar{\mathbf{E}}_{12} & \rho_1 \bar{\mathbf{E}}_{13} & \bar{\mathbf{E}}_{14} & \bar{\mathbf{E}}_{12} & \bar{\tau} \rho_2 \bar{\mathbf{E}}_{16} \\ * & -\rho_1^2 \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ * & * & -\mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ * & * & * & -\mathbf{S} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ * & * & * & * & -\rho_2^2 \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ * & * & * & * & * & -\mathbf{I} \end{bmatrix} \prec \mathbf{0} \quad (15)$$

则系统(1)可以实现一致,其中:

$$\bar{\mathbf{E}}_{11} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{P}}^T \bar{\mathbf{A}} + \bar{\mathbf{A}}^T \bar{\mathbf{P}} - \mathbf{S} + \mathbf{Q} & \bar{\mathbf{P}}^T \bar{\mathbf{A}}_\tau + \mathbf{S} & \mathbf{0} \\ \bar{\mathbf{A}}_\tau \bar{\mathbf{P}} + \mathbf{S} & -\mathbf{S} - (1-h)\mathbf{Q} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{E}}_{12} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{P}}^T \bar{\mathbf{D}} & \bar{\mathbf{P}}^T \bar{\mathbf{D}} & \bar{\mathbf{P}}^T \bar{\mathbf{D}} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{E}}_{14} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}}_1^T \mathbf{S} + \bar{\mathbf{E}}_{a_1}^T \bar{\mathbf{D}}^T \mathbf{S} \\ \bar{\mathbf{A}}_{\tau_1}^T \mathbf{S} + \bar{\mathbf{E}}_{b_1}^T \bar{\mathbf{D}}^T \mathbf{S} \\ \bar{\mathbf{A}}_{\tau_2}^T \mathbf{S} + \bar{\mathbf{E}}_{b_2}^T \bar{\mathbf{D}}^T \mathbf{S} \end{bmatrix},$$

$$\bar{\mathbf{E}}_{15} = \text{diag}\{\bar{\mathbf{E}}_{a_1}^T, \bar{\mathbf{E}}_{b_1}^T, \bar{\mathbf{E}}_{b_2}^T\},$$

$$\bar{\mathbf{E}}_{16} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}}_1^T \bar{\mathbf{S}} \bar{\mathbf{D}} & \bar{\mathbf{A}}_1^T \bar{\mathbf{S}} \bar{\mathbf{D}} & \bar{\mathbf{A}}_1^T \bar{\mathbf{S}} \bar{\mathbf{D}} \\ \bar{\mathbf{A}}_{\tau_1}^T \bar{\mathbf{S}} \bar{\mathbf{D}} & \bar{\mathbf{A}}_{\tau_1}^T \bar{\mathbf{S}} \bar{\mathbf{D}} & \bar{\mathbf{A}}_{\tau_1}^T \bar{\mathbf{S}} \bar{\mathbf{D}} \\ \bar{\mathbf{A}}_{\tau_2}^T \bar{\mathbf{S}} \bar{\mathbf{D}} & \bar{\mathbf{A}}_{\tau_2}^T \bar{\mathbf{S}} \bar{\mathbf{D}} & \bar{\mathbf{A}}_{\tau_2}^T \bar{\mathbf{S}} \bar{\mathbf{D}} \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{A}}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I}_{N-1} \otimes \mathbf{A} \end{bmatrix},$$

$$\bar{\mathbf{A}}_{\tau_1} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -T_D \bar{\mathbf{J}}_\mathcal{L} \otimes \mathbf{B} \mathbf{K} \mathbf{C} & -T_P \bar{\mathbf{J}}_\mathcal{L} \otimes \mathbf{B} \mathbf{K} \mathbf{C} \end{bmatrix},$$

$$\bar{\mathbf{A}}_{\tau_2} = \text{diag}\{\mathbf{0}, \mathbf{0}, -T_D \bar{\mathbf{J}}_\mathcal{L} \otimes \mathbf{B} \mathbf{K} \mathbf{C}\},$$

$$\bar{\mathbf{E}}_{a_1} = \text{diag}\{\mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{I}_{N-1} \otimes \mathbf{E}_a\},$$

$$\bar{\mathbf{E}}_{b_1} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -T_I \bar{\mathbf{J}}_\mathcal{L} \otimes \mathbf{E}_b \mathbf{K} \mathbf{C} & -T_P \bar{\mathbf{J}}_\mathcal{L} \otimes \mathbf{E}_b \mathbf{K} \mathbf{C} \end{bmatrix},$$

$$\bar{\mathbf{E}}_{b_2} = \text{diag}\{\mathbf{0}, \mathbf{0}, -T_D \bar{\mathbf{J}}_\mathcal{L} \otimes \mathbf{E}_b \mathbf{K} \mathbf{C}\}.$$

$$\dot{\mathbf{V}}_2(t) = \bar{\tau}^2 \dot{\bar{\mathbf{x}}}_\perp^T(t) \bar{\mathbf{S}} \dot{\bar{\mathbf{x}}}_\perp(t) - \bar{\tau} \int_{t-\tau}^t \dot{\bar{\mathbf{x}}}_\perp^T(\theta) \bar{\mathbf{S}} \dot{\bar{\mathbf{x}}}_\perp(\theta) d\theta \leq \bar{\tau}^2 \dot{\bar{\mathbf{x}}}_\perp^T(t) \bar{\mathbf{S}} \dot{\bar{\mathbf{x}}}_\perp(t) - [\bar{\mathbf{x}}_\perp(t) - \bar{\mathbf{x}}_\perp(t-\tau)]^T \bar{\mathbf{S}} [\bar{\mathbf{x}}_\perp(t) - \bar{\mathbf{x}}_\perp(t-\tau)] \quad (22)$$

假设一个新的矢量 $\boldsymbol{\eta}(t) = [\bar{\mathbf{x}}_\perp^T(t), \bar{\mathbf{x}}_\perp^T(t-\tau), \dot{\bar{\mathbf{x}}}_\perp^T(t-\tau)]^T$. 由引理 2, $\dot{\mathbf{V}}_1(t), \dot{\mathbf{V}}_2(t), \dot{\mathbf{V}}_3(t)$ 可以进一步整理为:

$$\dot{\mathbf{V}}_1(t) = \boldsymbol{\eta}^T(t) \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \bar{\mathbf{P}}^T [\bar{\mathbf{A}}(t) \quad \bar{\mathbf{A}}_\tau(t) \quad \mathbf{0}] \boldsymbol{\eta}(t) + \boldsymbol{\eta}^T(t) \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}}^T(t) \\ \bar{\mathbf{A}}_\tau^T(t) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \bar{\mathbf{P}} [\mathbf{I} \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{0}] \boldsymbol{\eta}(t) \leq \boldsymbol{\eta}^T(t) \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{P}}^T \bar{\mathbf{A}} + \bar{\mathbf{A}}^T \bar{\mathbf{P}} & \bar{\mathbf{P}}^T \bar{\mathbf{A}}_\tau & \mathbf{0} \\ \bar{\mathbf{A}}_\tau \bar{\mathbf{P}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \boldsymbol{\eta}(t) \quad (23)$$

$$\dot{\mathbf{V}}_2(t) \leq \boldsymbol{\eta}^T(t) \left\{ \begin{bmatrix} \bar{\tau}^2 \bar{\mathbf{E}}_{14} \mathbf{S}^{-1} \bar{\mathbf{E}}_{14}^T + \frac{\bar{\tau}}{\rho_2^2} \bar{\mathbf{E}}_{15} \bar{\mathbf{E}}_{15}^T + \\ \bar{\tau}^2 \rho_2^2 \bar{\mathbf{E}}_{16} \bar{\mathbf{E}}_{16}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\mathbf{S} & \mathbf{S} & \mathbf{0} \\ \mathbf{S} & -\mathbf{S} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \boldsymbol{\eta}(t) \right\} \quad (24)$$

$$\dot{\mathbf{V}}_3(t) \leq \boldsymbol{\eta}^T(t) \text{diag}\{\mathbf{Q}, -(1-h)\mathbf{Q}, \mathbf{0}\} \boldsymbol{\eta}(t) \quad (25)$$

联立式(23)~(25)可得:

证明 函数 $V_1(t)$ 可以写为:

$$V_1(t) = \bar{\mathbf{x}}_\perp^T(t) \bar{\mathbf{E}} \bar{\mathbf{P}} \bar{\mathbf{x}}_\perp(t) = [\bar{\mathbf{z}}_\perp^T(t) \quad \bar{\mathbf{x}}_\perp^T(t)] \bar{\mathbf{P}}_1 \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{z}}_\perp(t) \\ \bar{\mathbf{x}}_\perp(t) \end{bmatrix} \quad (16)$$

对式(16)求导可得:

$$\dot{V}_1(t) = 2[\bar{\mathbf{z}}_\perp^T(t) \quad \bar{\mathbf{x}}_\perp^T(t)] \bar{\mathbf{P}}_1 [\dot{\bar{\mathbf{z}}}_\perp^T(t), \dot{\bar{\mathbf{x}}}_\perp^T(t)]^T = 2[\bar{\mathbf{z}}_\perp^T(t) \quad \bar{\mathbf{x}}_\perp^T(t) \quad \bar{\mathbf{v}}_\perp^T(t)] \bar{\mathbf{P}}^T [\dot{\bar{\mathbf{z}}}_\perp^T(t), \dot{\bar{\mathbf{x}}}_\perp^T(t)]^T = 2\bar{\mathbf{x}}_\perp^T \bar{\mathbf{P}}^T [\dot{\bar{\mathbf{x}}}_\perp^T(t), \dot{\bar{\mathbf{v}}}_\perp^T(t), \dot{\boldsymbol{\theta}}_\perp^T(t)]^T \quad (17)$$

$\boldsymbol{\theta}_\perp(t)$ 代表式(9)中每一个变量去掉第一个元素后的变量. $\boldsymbol{\theta}_\perp(t)$ 可以表示为:

$$\boldsymbol{\theta}_\perp(t) = [\bar{\mathbf{A}}_{31} \quad \bar{\mathbf{A}}_{32} \quad \bar{\mathbf{A}}_{33}] \bar{\mathbf{x}}_\perp(t) + [\bar{\mathbf{A}}_{\tau 31} \quad \bar{\mathbf{A}}_{\tau 32} \quad \bar{\mathbf{A}}_{\tau 33}] \bar{\mathbf{x}}_\perp(t-\tau) \quad (18)$$

其中: $\bar{\mathbf{A}}_{31} = \mathbf{0}, \bar{\mathbf{A}}_{32} = \mathbf{I}_{N-1} \otimes \mathbf{A}_\Delta, \bar{\mathbf{A}}_{33} = -\mathbf{I}, \bar{\mathbf{A}}_{\tau 31} = -T_I \bar{\mathbf{J}}_\mathcal{L} \otimes \mathbf{B}_\Delta \mathbf{K} \mathbf{C}, \bar{\mathbf{A}}_{\tau 32} = -T_P \bar{\mathbf{J}}_\mathcal{L} \otimes \mathbf{B}_\Delta \mathbf{K} \mathbf{C}, \bar{\mathbf{A}}_{\tau 33} = -T_D \bar{\mathbf{J}}_\mathcal{L} \otimes \mathbf{B}_\Delta \mathbf{K} \mathbf{C}$

则式(17)等价于:

$$\dot{V}_1(t) = 2[\bar{\mathbf{z}}_\perp^T(t) \quad \bar{\mathbf{x}}_\perp^T(t)] \bar{\mathbf{P}}_1 [\dot{\bar{\mathbf{z}}}_\perp^T(t), \dot{\bar{\mathbf{x}}}_\perp^T(t)]^T = 2[\bar{\mathbf{z}}_\perp^T(t) \quad \bar{\mathbf{x}}_\perp^T(t) \quad \bar{\mathbf{v}}_\perp^T(t)] \bar{\mathbf{P}}^T [\dot{\bar{\mathbf{z}}}_\perp^T(t), \dot{\bar{\mathbf{x}}}_\perp^T(t), \mathbf{0}]^T = 2\bar{\mathbf{x}}_\perp^T(t) \bar{\mathbf{P}}^T (\bar{\mathbf{A}}(t) \bar{\mathbf{x}}_\perp(t) + \bar{\mathbf{A}}_\tau(t) \bar{\mathbf{x}}_\perp(t-\tau)) \quad (19)$$

$V_2(t)$ 和 $V_3(t)$ 对时间 t 求导可得:

$$\dot{V}_2(t) = \bar{\tau}^2 \dot{\bar{\mathbf{x}}}_\perp^T(t) \bar{\mathbf{S}} \dot{\bar{\mathbf{x}}}_\perp(t) - \bar{\tau} \int_{t-\tau}^t \dot{\bar{\mathbf{x}}}_\perp^T(\theta) \bar{\mathbf{S}} \dot{\bar{\mathbf{x}}}_\perp(\theta) d\theta \quad (20)$$

$$\dot{V}_3(t) = \bar{\mathbf{x}}_\perp^T(t) \bar{\mathbf{Q}} \dot{\bar{\mathbf{x}}}_\perp(t) - (1-h) \bar{\mathbf{x}}_\perp^T(t-\tau) \bar{\mathbf{Q}} \dot{\bar{\mathbf{x}}}_\perp(t-\tau) \quad (21)$$

由引理 3, 可得:

$$\dot{V}_2(t) = \bar{\tau}^2 \dot{\bar{\mathbf{x}}}_\perp^T(t) \bar{\mathbf{S}} \dot{\bar{\mathbf{x}}}_\perp(t) - \bar{\tau} \int_{t-\tau}^t \dot{\bar{\mathbf{x}}}_\perp^T(\theta) \bar{\mathbf{S}} \dot{\bar{\mathbf{x}}}_\perp(\theta) d\theta \leq \bar{\tau}^2 \dot{\bar{\mathbf{x}}}_\perp^T(t) \bar{\mathbf{S}} \dot{\bar{\mathbf{x}}}_\perp(t) - [\bar{\mathbf{x}}_\perp(t) - \bar{\mathbf{x}}_\perp(t-\tau)]^T \bar{\mathbf{S}} [\bar{\mathbf{x}}_\perp(t) - \bar{\mathbf{x}}_\perp(t-\tau)] \quad (22)$$

假设一个新的矢量 $\boldsymbol{\eta}(t) = [\bar{\mathbf{x}}_\perp^T(t), \bar{\mathbf{x}}_\perp^T(t-\tau), \dot{\bar{\mathbf{x}}}_\perp^T(t-\tau)]^T$. 由引理 2, $\dot{\mathbf{V}}_1(t), \dot{\mathbf{V}}_2(t), \dot{\mathbf{V}}_3(t)$ 可以进一步整理为:

$$\dot{\mathbf{V}}_1(t) = \boldsymbol{\eta}^T(t) \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \bar{\mathbf{P}}^T [\bar{\mathbf{A}}(t) \quad \bar{\mathbf{A}}_\tau(t) \quad \mathbf{0}] \boldsymbol{\eta}(t) + \boldsymbol{\eta}^T(t) \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}}^T(t) \\ \bar{\mathbf{A}}_\tau^T(t) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \bar{\mathbf{P}} [\mathbf{I} \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{0}] \boldsymbol{\eta}(t) \leq \boldsymbol{\eta}^T(t) \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{P}}^T \bar{\mathbf{A}} + \bar{\mathbf{A}}^T \bar{\mathbf{P}} & \bar{\mathbf{P}}^T \bar{\mathbf{A}}_\tau & \mathbf{0} \\ \bar{\mathbf{A}}_\tau \bar{\mathbf{P}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \boldsymbol{\eta}(t) \quad (23)$$

$$\dot{\mathbf{V}}_2(t) \leq \boldsymbol{\eta}^T(t) \left\{ \begin{bmatrix} \bar{\tau}^2 \bar{\mathbf{E}}_{14} \mathbf{S}^{-1} \bar{\mathbf{E}}_{14}^T + \frac{\bar{\tau}}{\rho_2^2} \bar{\mathbf{E}}_{15} \bar{\mathbf{E}}_{15}^T + \\ \bar{\tau}^2 \rho_2^2 \bar{\mathbf{E}}_{16} \bar{\mathbf{E}}_{16}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\mathbf{S} & \mathbf{S} & \mathbf{0} \\ \mathbf{S} & -\mathbf{S} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \boldsymbol{\eta}(t) \right\} \quad (24)$$

$$\dot{\mathbf{V}}_3(t) \leq \boldsymbol{\eta}^T(t) \text{diag}\{\mathbf{Q}, -(1-h)\mathbf{Q}, \mathbf{0}\} \boldsymbol{\eta}(t) \quad (25)$$

联立式(23)~(25)可得:

$$\dot{V}(t) \leq \boldsymbol{\eta}^T(t) \left\{ \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{E}}_{11} + \frac{1}{\rho_1^2} \bar{\mathbf{E}}_{12} \bar{\mathbf{E}}_{12}^T + \\ \rho_1^2 \bar{\mathbf{E}}_{13} \bar{\mathbf{E}}_{13}^T + \bar{\tau}^2 \bar{\mathbf{E}}_{14} \mathbf{S}^{-1} \bar{\mathbf{E}}_{14}^T + \\ \frac{\bar{\tau}}{\rho_2^2} \bar{\mathbf{E}}_{15} \bar{\mathbf{E}}_{15}^T + \bar{\tau}^2 \rho_2^2 \bar{\mathbf{E}}_{16} \bar{\mathbf{E}}_{16}^T \end{bmatrix} \boldsymbol{\eta}(t) \right\} \quad (26)$$

若 $\dot{V}(t) < 0$, 则系统稳定, 根据 Schur 定理重新整理, 可得出定理 1 结论.

定理 1 给出了系统(1)取得鲁棒一致性的充分条

件,矩阵不等式中 PID 控制器的参数通过调整保证了系统一致性。在这里 PID 控制是实现系统一致性的通用控制算法的核心,基于这种算法的框架存在一些特殊情况下的控制协议,比如当系统是一阶时的一致性协议,基于输出反馈控制的一致性协议。PD 控制可以看作 PID 控制的一种特殊情况,即令微分参数 $T_I=0$ 。

4 仿真分析

本组实验是为了验证所提出的一致性协议能够使系统实现鲁棒一致性。假设群系统包含 9 个智能体,系统的网络结构为有向加权拓扑,如图 1。每个智能体的动态方程为:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 5 & 1 & 1 & 3 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 4 \\ 4 & 2 & 1 & 6 \\ 7 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

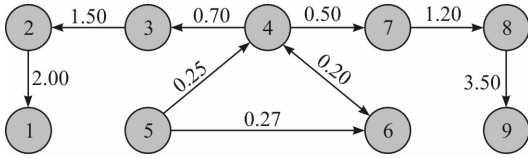


图 1 系统作用拓扑

不确定参数设为:

$$D = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0.06 & 0 \\ 0 & 0.02 & 0.03 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0.01 & 0.02 \\ 0.02 & 0.01 & 0.1 & 0.03 \end{bmatrix}, F(t) = \begin{bmatrix} \sin(t) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1-e^{-t} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-t} \end{bmatrix},$$

$$E_a = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.02 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.03 \end{bmatrix}, E_b = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.02 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.03 \end{bmatrix}.$$

各智能体的初始状态分别为 $\phi(t) = v(t) (t \in [-\tau, 0])$, $x_1(0) = [-9, -4, -10, -50]^T$, $x_2(0) = [5, 1, -4, 9]^T$, $x_3(0) = [-5, 0, 1, -15]^T$, $x_4(0) = [-9, 2, -1, -3]^T$, $x_5(0) = [-9, 2, -10, -3]^T$, $x_6(0) = [-10, 4, 3, -7]^T$, $x_7(0) = [-2, -10, 17, 23]^T$, $x_8(0) = [12, 4, 0, -58]^T$, $x_9(0) = [10, 4, 0, 98]^T$ 。PID 参数设定为 $T_p=0.8516, T_I=0.0499, T_D=0.0125$ 。令 $\tau(t)=0.15+0.1\sin(t)$,由定理 1 可得:

$$K = \begin{bmatrix} -0.03 & -0.03 & 0.21 & -0.12 \\ -2.37 & 1.63 & -0.41 & 0.51 \\ 0.57 & -0.43 & 0.01 & 0.29 \\ 0.72 & -0.29 & 0.01 & -0.14 \end{bmatrix}$$

实验结果见图 2~5。

由图 2~5 可以看出,存在不确定参数的系统在控制协议(5)作用下,收敛速度要比基于 PD 控制的一致性协议要快,说明 PID 控制的优势。若增大不确定参数的值, D, E_a, E_b 分别增大到原来的 10 倍,仿真结果如图 6,不确定参数增大改变了系统的运动特性,使系统的整体运动发散,但协议(5)仍能保证系统的一致性,并且能够消除系统状态偏差,说明了本文所提协议的有效性性与鲁棒性。

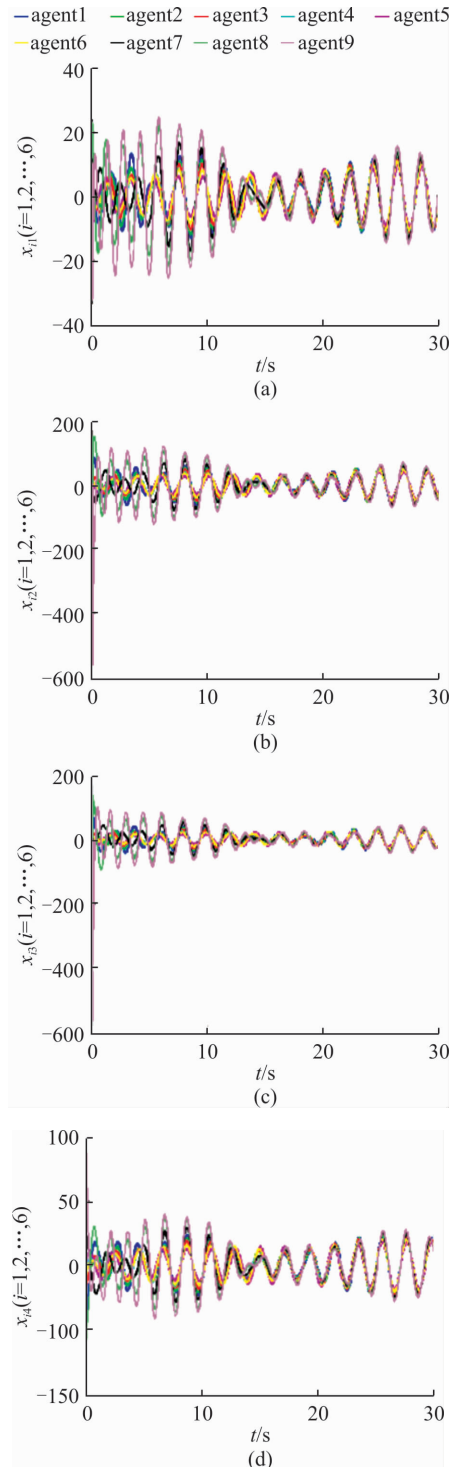


图 2 基于 PD 控制的不确定系统的状态轨迹

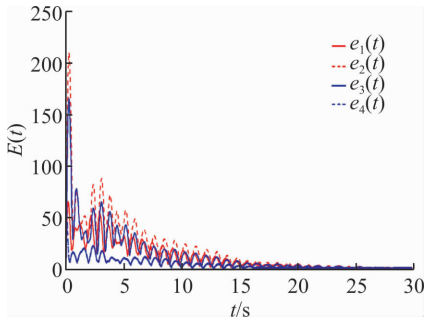


图 3 基于 PD 控制的不确定系统的状态偏差曲线

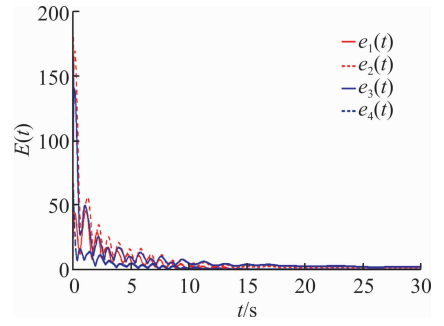


图 5 基于 PID 控制的不确定系统的状态偏差曲线

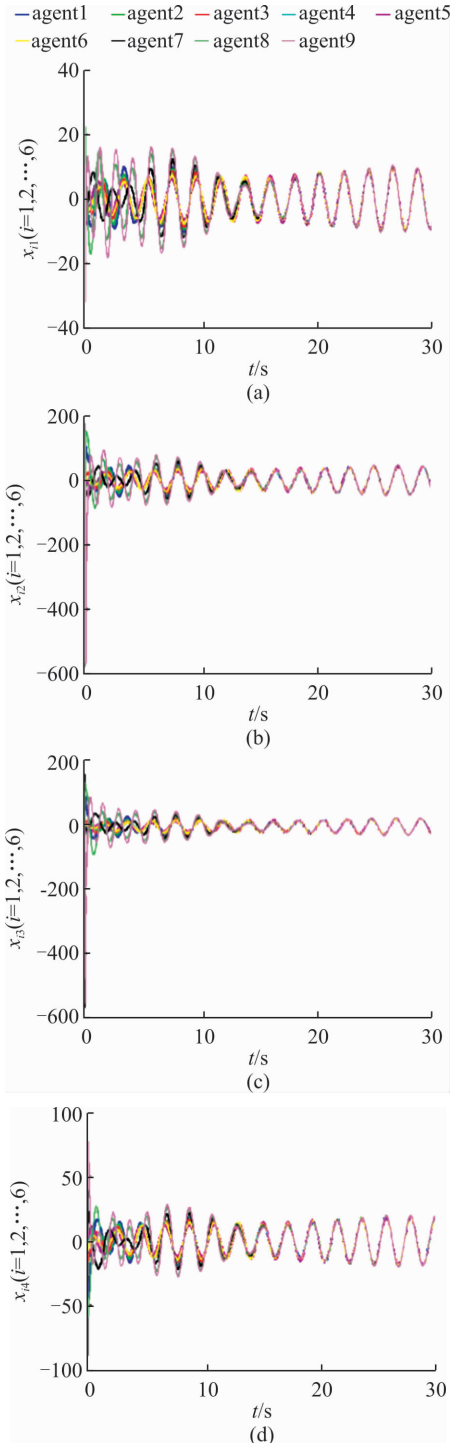


图 4 基于 PID 控制的不确定系统的状态轨迹

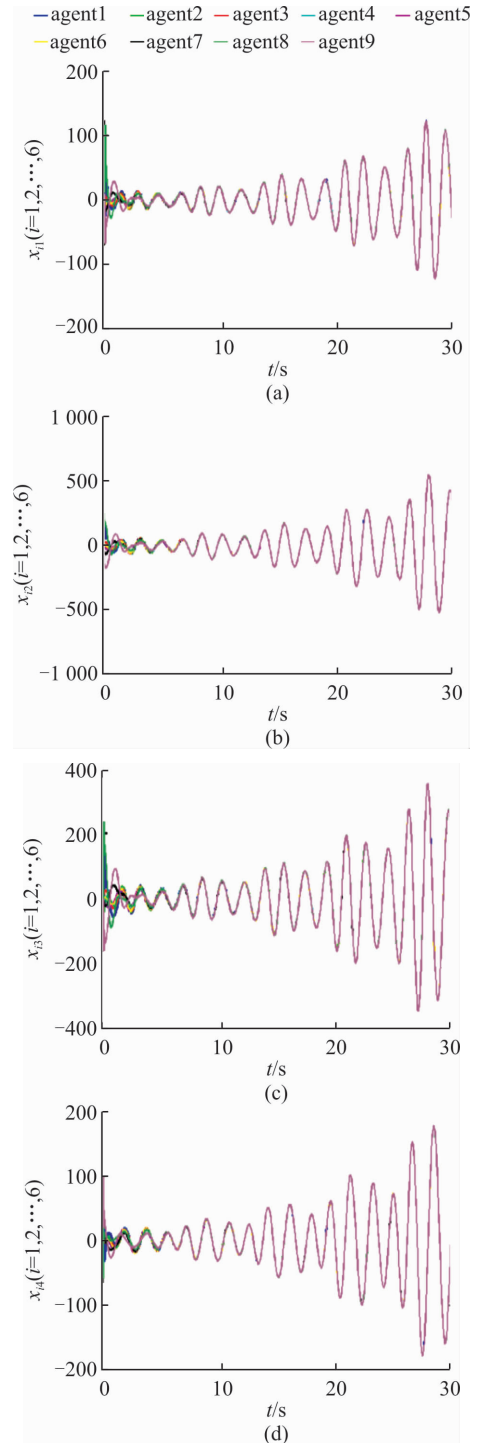


图 6 增大不确定参数时系统的状态轨迹

为了验证本文所提协议相较于文献[8]所提协议的优势,选取几组不同的个体数量 N ,使用 LMI 工具箱的 FEASP 求解器,分别计算出求解各自 LMI 所需要的时间,如表 1 所示。很明显,在本文所提协议控制下,求解控制参数时所需时间相对于文献[8]采用的协议用时更短。

表 1 检验可行性所需要的时间 s

方法	$N=10$	$N=100$	$N=1\ 000$	$N=5\ 000$
本文协议	0.06	0.9	11.5	50.3
文献[3]	0.123	1.63	26.8	143.2

5 结语

本文主要研究了任意阶线性连续时间系统存在时延和不确定性参数时的鲁棒一致性,结合 PID 控制和静态输出反馈为闭环系统设计了一致性协议,这个协议能适用于稳定或不稳定的个体。设置新的变量替换了协议中的积分项,然后将系统的闭环方程转换为描述符模型,再通过变量转换将一致性问题转化为了渐近稳定问题。然后建立 Lyapunov-Krasovskii 函数,推导出了一致性协议参数满足的矩阵不等式。采用描述符方法的好处是不必对系统进行降维,这样只需求解一个线性矩阵不等式就可以了。实验最后与 PD 控制比较,表明本文所提出的协议能够尽快地消除系统状态偏差,具有更强的鲁棒性。由于本文研究对象具有代表性和通用性,因此一致性协议更加具有普适性。

参考文献(References):

- [1] BORKAR V, VARAIYA P. Asymptotic Agreement in Distributed Estimation[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1982, 27(3):650-655.
- [2] LYNCH N A. Distributed Algorithms[M]. San Francisco: Morgan Kaufmann, 1996.
- [3] REN W, BEARD R W. Distributed Consensus in Multi-vehicle Cooperative Control: Theory and Applications[M]. London: Springer-Verlag, 2007.
- [4] LAWTON J R, BEARD R W, YOUNG B. A Decentralized Approach to Formation Maneuvers[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 2003, 19(6):933-941.
- [5] YAN M D, ZHU X, ZHANG X X, et al. Consensus-Based Three-Dimensional Multi-UAV Formation Control Strategy with High Precision[J]. Frontiers of Information Technology & Electronic Engineering, 2017, 18(7):968-977.
- [6] TANNER H G. Flocking with Obstacle Avoidance in Switching Networks of Interconnected Vehicles[C]// IEEE Conference on Robotics and Automation, New Orleans, LA, USA, 2004:3006-3011.
- [7] 周艳杰,曹显兵,莫立坡. 不确定二阶群系统的鲁棒最优一致[J]. 数学的实践与认识, 2012, 42(21):183-189.
ZHOU Y J, CAO X B, MO L P. The Robust Optimal Consensus of Uncertain Second-Order Multi-Agent Systems[J]. Mathematics in Practice and Theory, 2012, 42(21):183-189. (in Chinese)
- [8] SHARIATI A, TAVAKOLI T. A Descriptor Approach to Robust Leader-Following Output Consensus of Uncertain Multi-Agent Systems with Delay[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2016(99): 1-8.
- [9] SUN Y Z, LI W, RUAN J. Average Consensus of Multi-Agent Systems with Communication Time Delays and Noisy Links[J]. Chinese Physics B, 2013, 22(3):262-270.
- [10] CHEN Y, DONG H R, LÜ J. Robust Consensus of Nonlinear Multiagent Systems with Switching Topology and Bounded Noises[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2016, 46(6):1276-1285.
- [11] 曾耀武,冯伟. 具有时滞和不确定性群鲁棒一致性研究[J]. 复杂系统与复杂性科学, 2013, 10(3):75-80.
CENG Y W, FENG W. Robust Consensus Analysis of Multi-Agent Systems with Both Time-Delay and Uncertainty[J]. Complex Systems and Complexity Science, 2013, 10(3):75-80. (in Chinese)
- [12] MOON Y S, PARK P, KWON W H, et al. Delay-Dependent Robust Stabilization of Uncertain State-Delayed Systems[J]. International Journal of Control, 2004, 74(14):1447-1455.
- [13] WANG Y, XIE L, DE SOUZA CE. Robust Control of a Class of Uncertain Nonlinear Systems[J]. Systems and Control Letters, 1992, 19(2):139-149.
- [14] SUN Y G, WANG L, XIE G M. Average Consensus in Networks of Dynamic Agents with Switching Topologies and Multiple Time-Varying Delays[J]. Systems & Control Letters, 2008, 57(2): 175-183.
- [15] HALE J, VERDUYN LUNEL S M. Introduction to Functional Differential Equations [M]. New York, NY, USA: Springer-Verlag, 1993.

(编辑:徐敏)