

# 逆协方差交叉融合鲁棒 Kalman 滤波器

高晓阳, 王 刚, 万鹏程, 王 睿

(空军工程大学防空反导学院, 西安, 710051)

**摘要** 分布式状态估计系统通过将多个传感器状态融合以得到更精确的融合结果,当传感器之间的协方差未知时,常采用保守估计的策略,但结果精确度较差。为了在传感器之间互协方差未知时得到更精确的融合结果,引入了逆协方差交叉算法,将其与局部稳态 Kalman 滤波器相结合,提出逆协方差交叉融合鲁棒 Kalman 滤波器。它克服了协方差交叉融合(CI)算法保守的缺点,证明了 ICI 的精度高于 CI 的精度,并基于协方差椭圆给出 ICI、CI 和局部传感器精度的几何解释。通过两传感器系统的蒙特卡洛仿真例子表明,其实际精度相比于 CI 融合鲁棒稳态 Kalman 滤波器更接近于带已知互协方差的最优融合器的精度。

**关键词** 分布式融合;逆协方差交叉;鲁棒 Kalman 滤波器

**DOI** 10.3969/j.issn.1009-3516.2019.02.014

**中图分类号** O211.64 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2019)02-0094-04

## Inverse Covariance Intersection Fusion Robust Steady-State Kalman Filter

GAO Xiaoyang, WANG Gang, WAN Pengcheng, WANG Rui

(Air and Missile Defense College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

**Abstract:** Aimed at the problems that in distributed state estimation systems, the fusion methods are often employed to systematically combine multiple estimates of the state into a single, more accurate estimate, and if the correlation structure is unknown, conservative strategies are typically pursued with less accurate, an inverse covariance intersection fusion robust steady-state Kalman filter is proposed to gain more accurate estimate. As a major advantage of the novel approach, the fusion results prove to be more accurate than those provided by the well-known covariance intersection method. The geometric interpretation of the accuracy relations is given based on the covariance ellipses. A Monte-Carlo simulation example for a two-sensor system shows that its actual accuracy is close to that of the optimal Kalman fuser with known cross-covariance.

**Key words:** distributed fusion estimation; inverse covariance intersection; steady-state Kalman filter

随着网络化、体系化作战理念的不断深入,分布式协同作战成为未来防空反导的主要作战样式。各个协同单元对目标状态的一致性理解是分布式协同作战的基础。协同单元通过分布式传感器网络获得

目标信息,由于传感器性能各异,工作环境不同,对目标的探测精度不尽相同,对多传感器信息融合的状态估计问题受到了广泛关注<sup>[1-3]</sup>。Kalman 滤波方法是多传感器信息融合的基本方法,传统的滤波方法通常

**收稿日期:** 2018-04-16

**基金项目:** 国家自然科学基金(61703412);中国博士后科学基金(2016M602996)

**作者简介:** 高晓阳(1993—),女,河南郑州人,硕士生,主要从事防空反导态势评估研究。E-mail:Gaoxyx@126.com

**引用格式:** 高晓阳,王刚,万鹏程,等. 逆协方差交叉融合鲁棒 Kalman 滤波器[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2019, 20(2): 94-97.  
GAO Xiaoyang, WANG Gang, WAN Pengcheng, et al. Inverse Covariance Intersection Fusion Robust Steady-State Kalman Filter[J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition), 2019, 20(2): 94-97.

要在已知各个传感器的互协方差的条件下,求得最优分布式融合。而在许多问题和实际应用中,互协方差未知,若忽略互协方差则会导致滤波实际误差偏大,甚至发散。Julier 和 Uhlmann<sup>[4-9]</sup>提出的协方差交叉(Covariance Intersection, CI)算法,能够在不需要已知互协方差的条件下实现融合估计,并且算法收敛且具有鲁棒性。但是由于 CI 算法只用了保守局部的估值误差方差,没有用协方差信息,因而具有保守性<sup>[10-12]</sup>。文献[13]将互协方差信息引用到 CI 算法中,提出椭圆交叉(Ellipsoidal Intersection, EI)算法,改进了 CI 融合器的性能,但 EI 算法不具有有一致性<sup>[14]</sup>。在此研究基础上, Benjamin Noack<sup>[14]</sup>等人提出的逆协方差交叉(Inverse Covariance Intersection, ICI)算法能够得出比 CI 算法更精确的结果,同时具有一致性,为信息融合提供了新的研究思路。

本文应用 ICI 算法,对于未知互协方差的分布式传感器系统提出了基于逆协方差交叉算法的鲁棒 Kalman 滤波器,证明了 ICI 算法、CI 算法、局部稳态 Kalman 滤波器和最优融合的精度以及其几何解释,并试验验证了算法的有效性。

## 1 局部稳态 Kalman 滤波器

考虑两传感器线性离散时变系统的离散模型为:

$$\mathbf{x}(t+1) = \mathbf{F}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t) + \mathbf{G}(t)\mathbf{w}(t) \quad (1)$$

$$\mathbf{y}_i(t) = \mathbf{H}_i(t) \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{v}_i(t), i=1,2 \quad (2)$$

式中:  $t$  是离散时间,状态为  $\mathbf{x}(t)$ ,  $\mathbf{y}_i(t)$  是第  $i$  个传感器的观测;  $\mathbf{u}(t)$  为控制;  $\mathbf{F}(t)$ ,  $\mathbf{H}_i(t)$ ,  $\mathbf{B}(t)$ ,  $\mathbf{G}(t)$  为维数已知的矩阵;  $\mathbf{w}(t)$  和  $\mathbf{v}_i(t)$  是相互独立的过程噪声和第  $i$  个传感器量测噪声。

当  $\mathbf{u}(t)=0$ ,  $\mathbf{w}(t)$ ,  $\mathbf{v}_i(t)$  是互不相关的高斯白噪声时,局部稳态 Kalman 滤波器<sup>[15-16]</sup>为:

$$\hat{\mathbf{x}}_i(t+1|t+1) = \Phi_i \cdot \hat{\mathbf{x}}_i(t|t) + \mathbf{K}_i \mathbf{y}_i(t+1) \quad (3)$$

$$\Phi_i = \mathbf{F}_i - \mathbf{K}_i \mathbf{H}_i \mathbf{F}_i \quad (4)$$

$$\mathbf{K}_i = \Sigma_i \mathbf{H}_i^T [\mathbf{H}_i \Sigma_i \mathbf{H}_i^T + \mathbf{R}_i]^{-1} \quad (5)$$

$$\mathbf{P}_i = \Sigma_i - \mathbf{K}_i \mathbf{H}_i \Sigma_i \quad (6)$$

$$\Sigma_i = \mathbf{F} [\Sigma_i - \Sigma_i \mathbf{H}_i^T (\mathbf{H}_i \Sigma_i \mathbf{H}_i^T + \mathbf{R}_i)^{-1} \mathbf{H}_i \Sigma_i] \mathbf{F}^T + \mathbf{Q} \mathbf{Q}^T \quad (7)$$

$$\mathbf{P}_{12} = \Phi_1 \mathbf{P}_{12} \Phi_2^T + \Theta_{12} \quad (8)$$

$$\Theta_{12} = [\mathbf{I}_n - \mathbf{K}_1 \mathbf{H}_1] \mathbf{Q} \mathbf{Q}^T [\mathbf{I}_n - \mathbf{K}_2 \mathbf{H}_2]^T \quad (9)$$

## 2 逆协方差交叉融合卡尔曼滤波器

### 2.1 矩阵加权最优融合卡尔曼滤波器

在两传感器系统中,若  $\mathbf{P}_1$ ,  $\mathbf{P}_2$  和  $\mathbf{P}_{12}$  已知,按矩阵加权最优融合器为<sup>[17]</sup>:

$$\hat{\mathbf{x}}_m = \Omega_1 \hat{\mathbf{x}}_1 + \Omega_2 \hat{\mathbf{x}}_2 \quad (10)$$

且有最优加权矩阵:

$$\Omega_1 = (\mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_{21})(\mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_{12} - \mathbf{P}_{21})^{-1} \quad (11)$$

$$\Omega_2 = (\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_{12})(\mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_{12} - \mathbf{P}_{21})^{-1} \quad (12)$$

式中:  $\mathbf{P}_{21} = \mathbf{P}_{12}^T$ 。最小融合误差矩阵为:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_m &= \mathbf{P}_1 - \\ &(\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_{12})(\mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_{12} - \mathbf{P}_{21})^{-1}(\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_{12})^T \quad (13) \end{aligned}$$

或

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_m &= \mathbf{P}_2 - \\ &(\mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_{21})(\mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_{12} - \mathbf{P}_{21})^{-1}(\mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_{21})^T \quad (14) \end{aligned}$$

### 2.2 CI 融合卡尔曼滤波器

在矩阵加权最优卡尔曼滤波器中,需要已知传感器的互协方差  $\mathbf{P}_{ij}$ ,但是在一些情况下,互协方差通常未知或者计算复杂。CI 为解决互协方差  $\mathbf{P}_{ij}$  未知情况下的融合提供了很好的解决方法。CI 融合卡尔曼滤波器为<sup>[4-9]</sup>:

$$\hat{\mathbf{x}}_{CI} = \Omega_1 \hat{\mathbf{x}}_1 + \Omega_2 \hat{\mathbf{x}}_2 \quad (15)$$

$$\mathbf{P}_{CI}^{-1} = \omega \mathbf{P}_1^{-1} + (1-\omega) \mathbf{P}_2^{-1} \quad (16)$$

式中:  $\Omega_1 = \omega \mathbf{P}_{CI} \mathbf{P}_1^{-1}$ ,  $\Omega_2 = (1-\omega) \mathbf{P}_{CI} \mathbf{P}_2^{-1}$ ,  $\omega \in [0, 1]$ ,极小化性能指标:

$$\min_{\omega \in [0,1]} \text{tr} \mathbf{P}_{CI} = \min_{\omega \in [0,1]} \text{tr} \{[\omega \mathbf{P}_1^{-1} + (1-\omega) \mathbf{P}_2^{-1}]^{-1}\} \quad (17)$$

即是求  $\mathbf{P}_{CI}$  的迹的最小值的非线性最优化问题,最优权系数矩阵可以用 0.618 法或者 Fibonacci<sup>[18]</sup> 法搜索得到。

CI 融合算法将所有的信息都看作具有一定相关性,没有考虑传感器之间的相互独立的信息,因此通过 CI 融合算法得到的是比较保守的融合结果。文献[13]对 CI 融合算法进行改进,在融合过程中考虑互协方差信息,提出 EI 算法, EI 融合算法给出了 CI 融合器实际估值误差方差的较小的保守上界,提高了融合器的鲁棒精度,但是由于在融合过程中加入了互协方差信息, EI 算法低估了误差矩阵,不具有有一致性。

### 2.3 ICI 融合算法

两传感器系统中,当  $\mathbf{P}_1$ ,  $\mathbf{P}_2$  已知,逆协方差交叉融合算法如下:

$$\hat{\mathbf{x}}_{ICI} = \Omega_1 \hat{\mathbf{x}}_1 + \Omega_2 \hat{\mathbf{x}}_2 \quad (18)$$

$$\mathbf{P}_{IC}^{-1} = \mathbf{P}_1^{-1} + \mathbf{P}_2^{-1} - (\omega \mathbf{P}_1 + (1-\omega) \mathbf{P}_2)^{-1} \quad (19)$$

$$\Omega_1 = \mathbf{P}_1^{-1} - \omega (\omega \mathbf{P}_1 + (1-\omega) \mathbf{P}_2)^{-1} \quad (20)$$

$$\Omega_2 = \mathbf{P}_2^{-1} - (1-\omega) (\omega \mathbf{P}_1 + (1-\omega) \mathbf{P}_2)^{-1} \quad (21)$$

式中:  $\omega \in [0, 1]$ ,极小化性能指标:

$$\min \text{tr} \mathbf{P}_{IC} =$$

$$\min_{\omega \in [0,1]} \text{tr} \{[\mathbf{P}_1^{-1} + \mathbf{P}_2^{-1} - (\omega \mathbf{P}_1 + (1-\omega) \mathbf{P}_2)^{-1}]^{-1}\} \quad (22)$$

## 3 逆协方差交叉精度分析

### 3.1 误差矩阵方差分析

引理 1<sup>[13]</sup> 对于任意一个  $\omega^* \in [0, 1]$ ,总存在

一个  $\omega' \in [0, 1]$  使得  $P_{ICI}[\omega'] \leq P_{CI}[\omega^*]$ 。

证明: 设  $\omega' = 1 - \omega^*$ , 则有:

$$P_{ICI}^{-1}[1 - \omega^*] - P_{CI}^{-1}[\omega^*] = P_1^{-1} + P_2^{-1} - ((1 - \omega^*)P_1 + \omega^*P_2)^{-1} - (\omega^*P_1^{-1} + (1 - \omega^*)P_2^{-1}) = (1 - \omega^*)P_1^{-1} + \omega^*P_2^{-1} - ((1 - \omega^*)P_1 + \omega^*P_2)^{-1} \quad (23)$$

$P_1, P_2$  存在对角化矩阵  $\Lambda_1 = AP_1A^T, \Lambda_2 = AP_2A^T$ , 则有:

$$\Lambda = A(P_{ICI}^{-1}[1 - \omega^*] - P_{ICI}^{-1}[\omega^*])A^T = (1 - \omega^*)\Lambda_1^{-1} + \omega^*\Lambda_2^{-1} - ((1 - \omega^*)\Lambda_1 + \omega^*\Lambda_2)^{-1} \quad (24)$$

令  $\zeta_1^i = (\Lambda_1)_{ii}, \zeta_2^i = (\Lambda_2)_{ii}$

则有:

$$(\Lambda)_{ii} = (1 - \omega^*)\frac{1}{\zeta_1^i} + \omega^*\frac{1}{\zeta_2^i} - ((1 - \omega^*)\zeta_1^i + \omega^*\zeta_2^i)^{-1} = [(1 - \omega^*)^2 + (\omega^*)^2 + \omega^*(1 - \omega^*)(\frac{\zeta_2^i}{\zeta_1^i} + \frac{\zeta_1^i}{\zeta_2^i}) - 1] / ((1 - \omega^*)\zeta_1^i + \omega^*\zeta_2^i) \quad (25)$$

式中:  $\frac{\zeta_2^i}{\zeta_1^i} + \frac{\zeta_1^i}{\zeta_2^i} = \frac{(\zeta_1^i)^2 + (\zeta_2^i)^2}{\zeta_1^i \times \zeta_2^i} \geq 2$ , 则有:

$$(\Lambda)_{ii} = [(1 - \omega^*)^2 + (\omega^*)^2 + \omega^*(1 - \omega^*)(\frac{\zeta_2^i}{\zeta_1^i} + \frac{\zeta_1^i}{\zeta_2^i}) - 1] \cdot ((1 - \omega^*)\zeta_1^i + \omega^*\zeta_2^i) \geq [(1 - \omega^*)^2 + (\omega^*)^2 + 2\omega^*(1 - \omega^*) - 1]((1 - \omega^*)\zeta_1^i + \omega^*\zeta_2^i) \quad (26)$$

又因为:

$$(1 - \omega^*)^2 + (\omega^*)^2 + 2\omega^*(1 - \omega^*) - 1 = 0 \quad (27)$$

$$(1 - \omega^*)\zeta_1^i + \omega^*\zeta_2^i \geq 0 \quad (28)$$

则有  $(\Lambda)_{ii} \geq 0$ , 即对角矩阵的元素均大于 0, 则可知  $P_{ICI}^{-1}[1 - \omega^*] - P_{CI}^{-1}[\omega^*]$  得到的为正定矩阵, 则有  $P_{ICI}^{-1}[1 - \omega^*] \geq P_{CI}^{-1}[\omega^*]$ , 相应的有  $P_{ICI}[\omega'] \leq P_{CI}[\omega^*]$ 。

### 3.2 几何分析

上节通过数学的方式证明了  $P_{ICI} \leq P_{CI}$ , 为了直观地表述两者的精度关系, 现对其进行几何解释。点  $v = \{v | v^T P^{-1} v = c\}$  构成了方差阵  $P$  的协方差椭圆,  $c$  为常数, 这里设取值为 1。

**定理 1**<sup>[20-21]</sup>: 若已知  $\hat{x}_1, \hat{x}_2$  是同一随机向量的无偏估计,  $P_1, P_2$  是相应的协方差矩阵, 且非负定, 则矩阵不等式  $P_1 \geq P_2$  等价于由  $P_2$  确定的  $\hat{x}_2$  空间方差椭球被包含在由  $P_1$  确定的  $\hat{x}_1$  空间方差椭球之内。在二维估计中方差椭球是椭圆。

在两传感器系统中的  $P_{ICI}, P_{CI}$  分别确定的方差椭圆见图 1:

通过几何图形可以看出, 当  $P_1, P_2, P_{12}$  已知时的最优融合误差方差  $P_0$  的协方差椭圆被包含在  $P_1, P_2$  协方差椭圆的交叉区域中, 而交叉区域又被  $P_{CI}$  和  $P_{ICI}$  的协方差椭圆包围, 包围越紧则精度越高,

可以看出 ICI 融合器精度要比 CI 融合器的融合精度高。

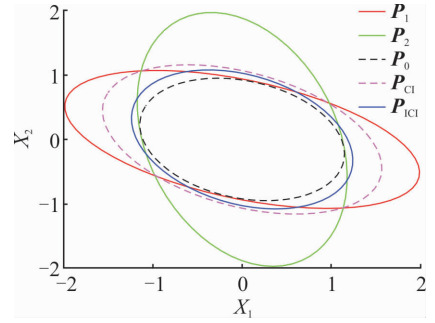


图 1 协方差椭圆比较分析

## 4 实验仿真

在两传感器的系统中:

$$x(t+1) = Fx(t) + \Gamma w(t) \\ y_i(t) = H_i x(t) + v_i(t), i = 1, 2 \\ F = \begin{bmatrix} 1 & T_0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \Gamma = \begin{bmatrix} 0.5T_0^2 \\ T_0 \end{bmatrix} \\ H_1 = [1 \quad 0], H_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

式中: 采样周期  $T_0 = 1, x(t) = [x(t), \dot{x}(t)]^T$  代表目标状态,  $x(t)$  和  $\dot{x}(t)$  分别代表目标的位置信息和速度信息。  $w(t)$  和  $v_i(t)$  是互不相关的高斯白噪声,  $w(t)$  的均值为 0, 方差  $Q = 4, v_i(t)$  均值为 0, 方差  $R_1 = 0.81, R_2 = \text{diag}(4, 0.64)$ 。进行 200 次的 Monte-Carlo 实验, 实验结果见表 1 和图 2。

表 1 Kalman 滤波器精度比较

$\text{tr}P_1$	$\text{tr}P_2$	$\text{tr}P_{CI}$	$\text{tr}P_{ICI}$	$\text{tr}P_0$
2.544 7	1.952 9	1.472 1	1.091 0	0.909 9

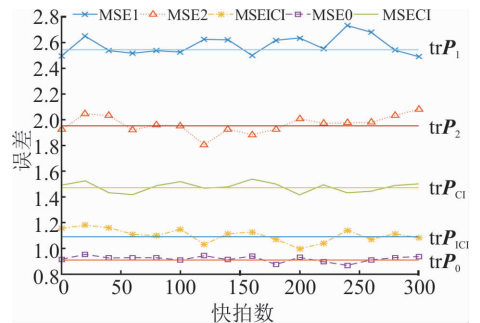


图 2 Kalman 滤波器精度比较

由实验结果可以看出, CI 融合器和 ICI 融合器的精度显著高于局部估计的精度, 由于 CI 算法过于保守, 因此得到的融合结果精确度较差, 相比于 CI 融合器, ICI 融合器的精度更贴近当互协方差已知时的最优融合器的精度, 性能更加优良。

## 5 结语

在互协方差未知的传感器系统中,CI 算法能够实现状态融合估计,但是由于在融合过程只用了保守局部的估计误差方差,使得计算结果具有保守性。本文提出的 ICI 融合稳态 Kalman 滤波器,克服了 IC 的缺点,在理论上证明了其计算结果具有更高的精度,并给出了几何解释,最后通过计算仿真验证了其有效性。

### 参考文献(References):

- [1] JULIER S J, UHLMANN J K. General Decentralized Data Fusion with Covariance Intersection[M]//Handbook of Multisensor Data Fusion: Theory and Practice, 2nd Edition. Boca Raton, FL: CRC Press, 2009: 319-3423.
- [2] HAJIYEV C, SOKEN H E. Robust Adaptive Kalman-Filter for Estimation of UAV Dynamics in the Presence of Sensor/Actuator Faults [J]. Aerospace Science and Technology, 2013, 28(1): 376-3834.
- [3] MENEZES S L, SHIN H S, MARKHAM K, et al. Co-operative Allocation and Guidance for Air Defence Application[J]. Control Engineering Practice, 2014, 32: 236-244.
- [4] JULIER S J, UHLMANN J K. Non-Divergent Estimation Algorithm in the Presence of Unknown Correlations [C]//Proc of 1997 IEEE American Control Conf. Albuquerque, IEEE, 1997: 2369-2373.
- [5] UHLMANN J K. General Data Fusion for Estimates with Unknown Cross Covariances [C]//Proc of the SPIE Aerospace Conference. [S. l.]: SPIE, 1996: 536-547.
- [6] JULIER S, UHLMANN J K. General Decentralized Data Fusion with Covariance Intersection[M]//Handbook of Multisensory Data Fusion, Theory and Practice, 2nd Edition. New York: Taylor & Francis Group, CRC Press, 2009: 319-342.
- [7] CHEN L, ARAMBEL P O, MEHRA R K. Estimation under Unknown Correlation: Covariance Intersection Revisited[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2002, 47(11): 1879-1882.
- [8] UHLMANN J K. Covariance Consistency Methods for Fault-tolerant Distributed Data Fusion[J]. Information Fusion, 2003, 4(3): 201-215.
- [9] JULIER S J, UHLMANN J K. Using Covariance Intersection for SLAM [J]. Robotics & Autonomous Systems, 2007, 55(1): 3-20.
- [10] QI W J, ZHANG P, NIE G H, et al. Robust Weighted Fusion Kalman Predictors with Uncertain Noise Variances [J]. Digital Signal Processing, 2014, 30: 37-54.
- [11] QI W J, ZHANG P, DENG Z L. Robust Weighted Fusion Time-varying Kalman Smoothers for Multisensor System with Uncertain Noise Variances [J]. Information Sciences, 2014, 282: 15-37.
- [12] QI W J, ZHANG P, DENG Z L. Weighted Fusion Robust Steady-state Kalman Filter for Multisensor System with Uncertain Noise Variances [J]. Journal of Applied Mathematics, 2014, 2014: 369252.
- [13] SIJS J, LAZAR M. State Fusion with Unknown Correlation: Ellipsoidal Intersection [J]. Automatica, 2012, 48(8): 1874-1878.
- [14] NOACK B, SIJS J. Marc Reinhardt Decentralized Data Fusion with Inverse Covariance Intersection [J]. Automatica, 2017, 79: 35-41.
- [15] 邓自立. 信息融合滤波理论及其应用 [M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2007: 305-318.  
DENG Z L. Information Fusion Filtering Theory with Applications [M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2007: 305-318. (in Chinese)
- [16] 张鹏, 齐文娟, 邓自立. 协方差交叉融合鲁棒 Kalman 滤波器 [J]. 控制与决策, 2012, 27(6): 904-908.  
ZHANG P, QI W J, DENG Z L. Covariance Intersection Fusion Robust Steady-State Kalman Filter [J]. Control and Decision, 2012, 27(6): 904-908. (in Chinese)
- [17] BAR-SHALOM Y, CAMPO L. The Effect of the Common Noise on the Two-Sensor Fused-Track Covariance [J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 1986, 22(6): 803-805.
- [18] 袁亚湘, 孙文瑜. 最优化理论与方法 [M]. 北京: 科学出版社, 2003: 69-74.  
YUAN Y X, SUN W Y. Optimization Theory and Methods [M]. Beijing: Science Press, 2003: 69-74. (in Chinese)
- [19] 黄珏, 颜冰, 陈浩文. 基于分离协方差交叉的全局反馈航迹融合 [J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2016, 44(1): 52-55.  
HUANG J, YAN B, CHEN H W. Track-to-Track Fusion with Global Feedback Based on Split Covariance Intersection [J]. Huazhong Univ. of Sci. & Tech: Natural Science Edition, 2016, 44(1): 52-55. (in Chinese)
- [20] CHEN L, ARAMBEL P O, MEHRA R K. Estimation under Unknown Correlation: Covariance Intersection Revisited [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2002, 47(11): 1879-1882.
- [21] 韩崇昭, 朱洪艳, 段战胜. 多源信息融合 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2006: 338-361.  
HAN C Z, ZHU H Y, DUAN Z S. Multi-Source Information Fusion [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2006: 338-361. (in Chinese)