

空间分离的路径纠缠微波信号制备方案

吴德伟, 王湘林[✉], 苗 强, 韩 昆

(空军工程大学信息与导航学院, 西安, 710077)

摘要 从利用纠缠信号替代无线电信号打破经典限制来提升信息系统性能的目的出发, 首先阐明了发展纠缠微波技术的必要性, 并回顾了路径纠缠微波制备的发展历程。其次, 总结了 4 种现有路径纠缠微波信号制备方案: 利用超导 180° 混合环、威尔金森功分器、约瑟夫森参量转换器和微波频段 Hong-Ou-Mandel 效应的制备方案。在对所使用的微波分束器进行详细描述的基础上, 分别从实验装置和基本原理 2 个方面, 采用对比分析的方法, 对现有路径纠缠微波信号制备方案进行了剖析, 继而给出了各个方案所生成路径纠缠微波信号的表达式。最后对各个方案的优、缺点进行了具体分析, 总结了制约量子纠缠微波技术发展的主要因素, 指明了其广阔的发展前景, 并对制备路径纠缠微波信号未来的研究方向进行了展望。

关键词 量子纠缠微波; 超导 180° 混合环; 威尔金森功分器; 约瑟夫森参量转换器; HOM 效应

DOI 10.3969/j.issn.1009-3516.2017.04.008

中图分类号 O455 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2017)04-0040-06

Review of Approaches on Generating Spatially Separated Path Entangled Microwave Signal

WU Dewei, WANG Xianglin, MIAO Qiang, HAN Kun

(Information and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an, 710077, China)

Abstract: Proceed from promoting the performance of information systems by utilizing the entangled signals for replacing the radio signals, firstly, this paper illuminates the necessity of developing entanglement microwave technologies and reviews the history of generating path entangled microwave signal, and then concludes four available path entangled microwave signal generation setups by utilizing superconducting 180° hybrid ring, Wilkinson power divider, Josephson parametric converter and Hong-Ou-Mandel effect in microwave domain, respectively. On the basis of the detail description of microwave beam splitter used in each setup, from aspects of the experimental facility and the ultimate principle of setups that is available, path entangled microwave signal generation setups are analyzed by means of contrast analysis, and the expression of these signal generated in each setup is stated. At the last part of the paper, there is a concrete analysis about advantages and drawbacks of each setup, and a brief summary about the major limitations of developing entanglement microwave technologies. The paper clearly points out the development prospect. And an outlook about future research of path entangled microwave signal's generation is stated.

Key words: quantum entangled microwave; superconducting 180° hybrid ring; Wilkinson power divider; Josephson parametric converter; HOM effect

收稿日期: 2017-01-20

基金项目: 国家自然科学基金(61573372, 61603413)

作者简介: 吴德伟(1963—), 男, 吉林人, 教授, 博士生导师, 主要从事军用无线电导航及量子导航理论与技术研究。E-mail: wudewei74609@126.com

通信作者: 王湘林(1992—), 男, 湖南永州人, 硕士生, 主要从事量子纠缠微波导航理论与技术研究。E-mail: wangxianglinkgd@163.com

引用格式: 吴德伟, 王湘林, 苗强, 等. 空间分离的路径纠缠微波信号制备方案 [J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2017, 18(4): 40-45.
WU Dewei, WANG Xianglin, MIAO Qiang, et al. Review of Approaches on Generating Spatially Separated Path Entangled Microwave Signal [J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition), 2017, 18(4): 40-45.

进入 21 世纪以来,以传统无线电信号为信息载体的信息技术由于受到经典理论的限制,已日益不能满足信息时代对信息处理、通信等提出的迫切需求。人们对于应用微观粒子的量子特性来打破经典理论限制的诉求日益强烈。随着以量子信息处理技术为代表的科学技术的飞速发展,利用量子技术实现信息处理的图景变得日渐清晰。因此,近年来科学界掀起一股“量子热潮”,量子纠缠也因其量子领域的关键地位而备受关注。将量子纠缠这一微观粒子特有的性质应用到信息处理、通信等技术中不但能够增加系统的信道容量,而且能提高信道的利用率^[1],这无疑能很好地迎合当今信息时代大众对信息处理、通信等的巨大需求。

由于单个光子所具有的能量比单个微波光子的能量至少高 5 个数量级^[2],更利于实验研究,因此量子纠缠在光学频段被广泛地探究,在理论和实验研究上都遥遥领先于微波频段。微波频段信号相对于光学频段信号具有抗干扰能力强、传播距离远的优点,更适合在自由空间中传播;因此,将纠缠微波应用到量子信息处理中能更好地发挥量子纠缠的作用。由于微波光子自身能量极低,所以,将基于光子的量子信息处理技术简单地移植到微波领域是行不通的^[3]。

从 20 世纪 90 年代起,微波技术获得高速发展。一方面,经典微波技术发展成为移动通信中一种独立的工具;另一方面,随着超导量子微波电路的出现,其表现出的优异噪声性能为纠缠微波应用于量子信息处理迎来了希望的曙光^[4-5]。但要让纠缠微波成为量子信息处理中一种可以被广泛利用的资源,必须使这种量子纠缠分布在空间上分离的 2 个或多个子系统之间^[6]。这也就是说,需要进一步实现微波关于不同传播路径的量子纠缠,即路径纠缠。这是利用纠缠微波信号作为信息载体投入实际应用的前提条件。

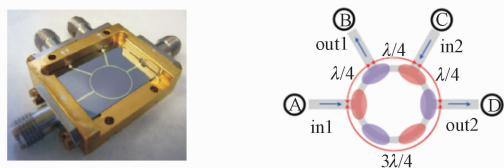
随着超导量子电路在微波领域的应用,制备路径纠缠微波信号才有了实现的可能。直到 2011 年, C. Eichler 小组宣称在同一条传输线中观察到了由 2 个不同频率构成的微波双模压缩态^[7]。2012 年, Flurin 小组利用由约瑟夫森结构成的非线性电路,成功制备了空间上分离的 2 个不同频率构成的微波双模压缩态,这也是首次在实验上制备出空间上分离的微波量子纠缠态^[8]。同年 10 月, E. P. Menzel 小组宣称生成了由单一频率构成的空间上分离的微波量子纠缠态^[6]。

回顾路径纠缠微波信号制备的探索历程可以看到,虽然其在理论和实验上均起步较晚,但其在量子

信息处理中巨大的应用潜力正不断吸引着大量的科学家投入到对该领域研究之中。随着量子微波理论不断发展,路径纠缠微波信号的制备方法趋于多样化、实用化,未来若能利用其替代传统无线电信号作为信息载体,必将推动信息处理、通信、导航、雷达等领域产生巨大的变革。

1 利用超导 180°混合环的制备方案

超导 180°微带混合环形耦合器(Superconducting micro-strip 180° hybrid ring coupler)通常被称为超导 180°混合环。要在理想的情况下进行传播量子微波的相关实验,就需要使用具有尽可能低损耗的微波分束器,而基于干涉效应的超导 180°混合环能很好地满足这一条件。微波分束器通常被视为一般的传导设备,但是在超导电路量子电动力学中,微波分束器的单片实现由于能够避免不同电路部分之间的影响,缩小互连损耗,因而备受青睐^[9]。图 1(a)、(b)分别为超导 180°混合环的实物图以及工作原理示意图,其中,“in”(“out”)表示输入(输出)端口,“ λ ”为最佳运行频率对应波长,紫色(红色)区域表示干涉图案波腹(波节)。



(a)超导180°混合环实物图 (b)超导180°混合环工作原理示意图

图 1 超导 180°混合环实物图以及工作原理示意图

Fig. 1 Image of superconducting 180° hybrid ring and Schematic diagram of working principle of superconducting 180° hybrid ring

图 1(a)从外观来讲,超导 180°混合环由 1 个超导环和 4 个外部信号端口构成,超导环被放置在镀金铜质金属盒中,4 个外部端口从铜质金属盒的侧方伸出。超导 180°混合环被广泛地应用于传播量子微波超导电路量子电动力学的相关实验中,即实验中常见的工作在中心频率为 6 GHz、带宽为 2 GHz 的微波分束器。作为微波分束器使用的超导 180°混合环输入和输出端口之间的耦合度为 -3.5 ± 0.5 dB,任意 2 个输入或者输出端口之间的隔离度至少为 38 dB^[10]。

约瑟夫森参量放大器(Josephson Parametric Amplifier, JPA)是一种非线性放大器,因具有优异的噪声性能常用来放大自身能量极低的微波信号,而放大的过程也就是压缩态的产生过程。图 2 为超导 180°混合环制备方案示意图,图中,以泵浦信号

作为激励源, JPA 可以产生实验所需压缩态^[11]。信号源产生的微波信号通过环形器被送入 JPA, 泵浦装置产生适当频率的泵浦信号使 JPA 对微波信号进行压缩, 产生压缩态, 并通过环形器将 JPA 的输出信号作为一路输入信号传输到超导 180°混合环的输入端口。由于 JPA 工作在反射环境中, 因此需要用环形器来分离 JPA 的输入和输出信号, JPA 的输出信号即实验中所需要的压缩态^[12-13]。超导 180°混合环的另外一路输入信号可以是真空态或热态, 这里以热态为例, 热态由受温度控制的噪声源产生, 该噪声源一般为 50 Ω 的本地负载, 其温度变化范围为 20~350 mK。

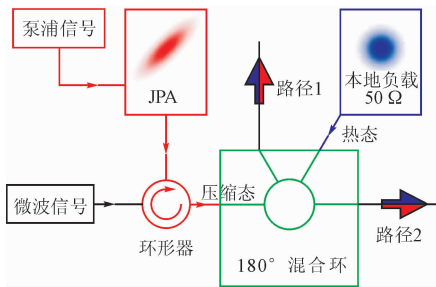


图2 超导 180°混合环制备方案示意图

Fig. 2 Schematic diagram of generating setup using superconducting 180° hybrid ring

压缩态和热态在超导 180°混合环中叠加形成干涉图案, 其示意图如图 1(b)中所示。A、C 端口为超导 180°混合环输入端口, B、D 端口为输出端口, 压缩态和热态信号分别从 A 和 C 端口输入超导 180°混合环, 并产生干涉效应。A 端口输入的信号在 2 个输出端口处形成 180°的相位差, 而 C 端口输入的信号在 2 个输出端口处同相, 通过合理设计超导环的周长可以使得在 2 个输出端口处产生相长干涉, 而在 2 个输入端口处产生相消干涉。超导 180°混合环通过这种设计使得干涉图案的 2 个相邻波腹分别处于 2 个输出端口处, 从而在超导 180°混合环的 2 个输出端口处获得两路频率简并的路径纠缠微波信号^[9]:

$$\begin{cases} \hat{a}_1^{\text{out}} = (\hat{a}_1^{\text{in}} + \hat{a}_2^{\text{in}}) / \sqrt{2} \\ \hat{a}_2^{\text{out}} = (\hat{a}_2^{\text{in}} - \hat{a}_1^{\text{in}}) / \sqrt{2} \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\hat{a}_1^{\text{in}} = \sqrt{4BR_0hf/2}(\hat{a}_1^\dagger + \hat{a}_1)$, $\hat{a}_2^{\text{in}} = \sqrt{4BR_0hf/2}(\hat{a}_2^\dagger + \hat{a}_2)$; B 为带宽; R_0 为 50 Ω 本地负载; h 为普朗克常量; f 为信号频率; $\hat{a}_1^\dagger, \hat{a}_2^\dagger$ 为产生算符; \hat{a}_1, \hat{a}_2 为湮灭算符。

两路路径纠缠信号可以将所携带的信息以微波的形式传递到系统任意 2 个部分。图 3 为利用 180°混合环制备路径纠缠微波信号实验装置的实物图。

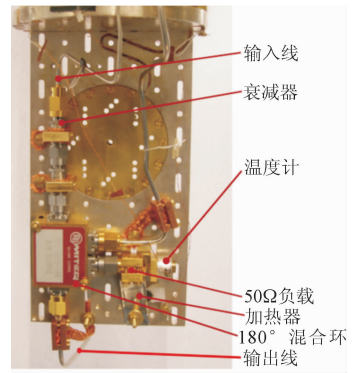


图3 超导 180°混合环制备方案实验装置图

Fig. 3 Photograph of experimental facility of generating setup using superconducting 180° hybrid ring

2 利用威尔金森功分器的制备方案

微波分束器在分裂输入信号的同时可能会改变输出信号的相位, 为了达到低损耗、匹配性和双向性的目的, 这些设备必定会有 4 个外部端口; 而在量子力学范畴中, 这就意味着许多微波分束器往往会有一个隐藏的第 4 端口^[14-15]。威尔金森功分器 (Wilkinson Power Divider, WPD) 就是这样一种只有 3 个可见外部端口, 并可用作微波分束器的设备。WPD 是一种多段科恩型功率分配器, 相较于超导 180°混合环, 它通过使用不同长度和阻值的多根传输线, 只是象征性地减少输出端口之间的隔离, 却获得了 2~18 GHz 的更大工作带宽^[6,16]。

如图 4(a)所示, 与超导 180°混合环相比, WPD 只有 3 个外部端口, 即 1 个输入端口 A, 2 个输出端口 B 和 D, 但实际上, 如图 4(b)所示, 位于 2 个输出端口之间作为噪声源产生热态的内部电阻 R_{eq} 充当着“隐藏的”第 4 外部端口 C 的角色, 内部电阻可以设计成如图中等效为 2 个 50 Ω 电阻串联的形式。另外, 内部 2 个等效 50 Ω 电阻还起到对输出端口 B、D 分流的作用, 从而在输出端口之间提供隔离, 并为输入端口 A 提供阻抗匹配。当输入信号足够大时, 由内部电阻产生的噪声可以忽略不计, 此时 WPD 可以被视为三端口设备^[17-18]。

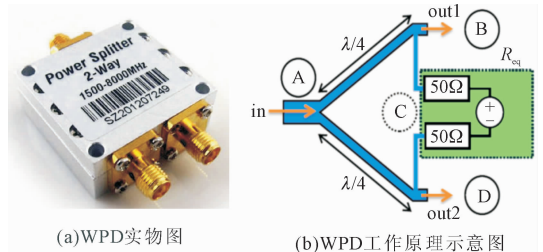


图4 WPD 实物图以及 WPD 工作原理示意图
Fig. 4 Image of WPD and Schematic diagram of working principle of WPD

图 5(a)为 WPD 制备方案示意图,对比图 2 和图 5 可以看出,WPD 方案与超导 180° 混合环方案的原理基本一致,此处不再赘述。WPD 方案最终产生两路分别沿输出端口 B、D 处 2 个不同路径传输的频率简并的路径纠缠微波信号^[19-20]:

$$\begin{cases} \hat{a}_1^{\text{out}} = (\hat{a}_1^{\text{in}} - \hat{a}_2^{\text{in}})/\sqrt{2} \\ \hat{a}_2^{\text{out}} = (\hat{a}_1^{\text{in}} + \hat{a}_2^{\text{in}})/\sqrt{2} \end{cases} \quad (2)$$

式中:各算符代表的含义与超导 180° 混合环方案中所得结果一致。

WPD 方案与超导 180° 混合环方案不同的地方在于:①2 个方案用于产生热态的噪声源不同,而热态是通过加热器和温度计对负载(内部等效负载)温度的测控产生的。图 6 为 WPD 制备方案实验装置图,从图 3 和图 6 的对比可以看出,两个方案中对加热器和温度计的位置做出了相应调整;②由于热循环促使内导体发生变化,电缆在室温和超导电路所需低温(4.2 K)之间的传输特性发生改变,导致 2 个方案在微波源和微波分束器的输入线总衰减量产生差异^[21];③在输出线的选择上,由于粗铌/铜镍合金同轴电缆(外径为 2.2 mm)的损耗更小,但同时存在难以弯曲、安装的缺陷。信号均通过细铌/铜镍合金同轴电缆(外径为 1.2 mm)输入环形器,威尔金森功分器方案由于输出线在混合室基板处被截断,因此输出线在导线较短处使用细铌/铜镍合金同轴电缆,而超导 180° 混合环方案使用粗铌/铜镍合金同轴电缆^[6]。

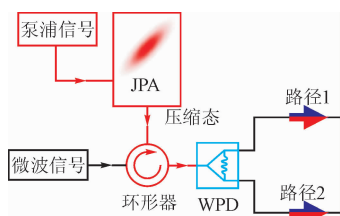


图 5 WPD 制备方案示意图

Fig. 5 Schematic diagram of generating setup using WPD

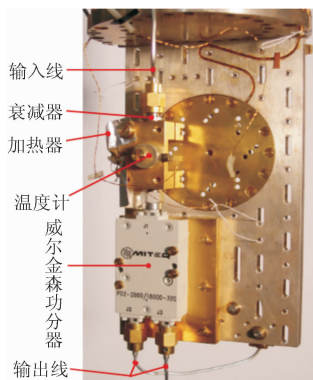
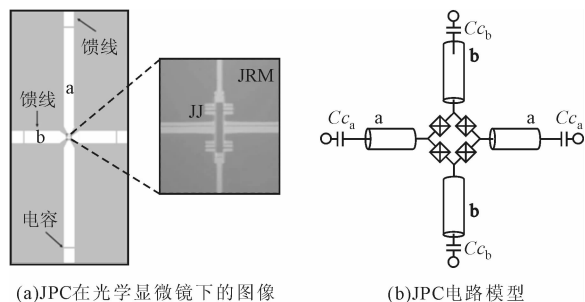


图 6 WPD 制备方案实验装置图

Fig. 6 Image of experimental facility of generating setup using WPD

3 利用约瑟夫森参量转换器的制备方案

图 7(a)、(b)分别为 JPC 在光学显微镜下的图像以及电路模型,a、b 为半波微波传输带谐振器。从图中可看出,约瑟夫森参量转换器(Josephson Parametric Converter,JPC)主要由 2 个超导微带谐振器 a、b,及约瑟夫森环形调制器(Josephson Ring Modulator,JRM)构成。JRM 是由 4 个约瑟夫森结(Josephson Junction,JJ)按照惠斯顿桥型结构组成的环形器件。JRM 通过间隙电容与阻值为 50Ω 的馈线耦合超导微带谐振器 a、b 横穿 JRM,通过电容与外部电路耦合,为 JRM 的 X、Y 模提供输入信号,整个电路称之为约瑟夫森参量转换器^[22-23]。JPC 包含的谐振器、约瑟夫森结均为弥散元器件(没有内部损耗),所以输出信号中的噪声均来自于 JPC 各端口与外部电路之间的耦合^[24]。JPC 不仅可以像 JPA 那样用作非线性放大器,还可以用作微波分束器生成路径纠缠微波,与上述 2 种微波分束器的差异在于 JPC 要求 2 个输入信号的频率不同,即相当于一个非简并模式的微波分束器^[25]。



(a)JPC在光学显微镜下的图像

(b)JPC电路模型

图 7 JPC 在光学显微镜下的图像以及电路模型

Fig. 7 Optical microscope image of JPC and circuit model of JPC

图 8 为 JPC 制备方案示意图。JRM 工作频率范围为 $5 \sim 9$ GHz,共有 3 种工作状态,2 个差模 X、Y,以及共模 Z,X 模与 Y 模以中心对称的形式分别与 2 个谐振器相连,为 JPC 提供输入信号,而共模 Z 的作用相当于提供泵浦信号。

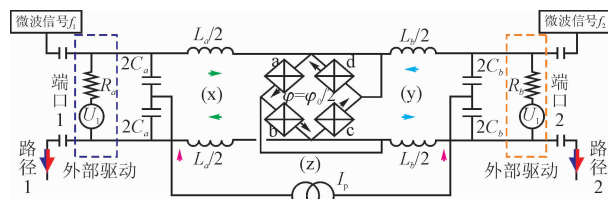


图 8 JPC 制备方案示意图

Fig. 8 Schematic diagram of generating setup using JPC

当外部信号通过电容输入 JPC,在外部驱动的激励下,2 个谐振器分别产生 2 个不同谐振频率的

信号,并传递给差模 X、Y,经过差模处理后传递给 JRM,在共模信号的激励下,JPC 在输出端口 B、D 产生 2 路频率非简并的路径纠缠微波信号^[26-27]:

$$\begin{cases} \hat{a}_1^{\text{out}} = r_1 \hat{a}_1^{\text{in}} + s_1 \hat{a}_2^{\text{in}} \\ \hat{a}_2^{\text{out}} = r_2 \hat{a}_2^{\text{in}} + s_2 \hat{a}_1^{\text{in}} \end{cases} \quad (3)$$

式中:

$$r_{1(2)} = -[(v_{2(1)} + i)(v_{1(2)} + i) - |\rho|^2] / [(v_{2(1)} + i)(v_{1(2)} - i) - |\rho|^2];$$

$$s_{1(2)} = -2i\rho / [(v_{2(1)} + i)(v_{1(2)} - i) - |\rho|^2];$$

$$v_{1(2)} = Q_{a(b)}(f_{1(2)}^2 - f_{a(b)}^2) / f_{1(2)} f_{a(b)};$$

ρ 为无量纲泵浦电流,由泵浦电流、品质因数和电感共同决定; Q_a, Q_b 为相应谐振器的品质因数; f_a, f_b 为相应谐振器的谐振频率; $\hat{a}_1^\dagger, \hat{a}_2^\dagger$ 为产生算符; \hat{a}_1, \hat{a}_2 为湮灭算符。

4 利用微波频段 HOM 效应的制备方案

HOM 效应是 Hong-Ou-Mandel 效应的简称,该效应是指由 Hong, Ou 和 Mandel 在实验中观察到的双光子干涉效应,其基本过程是:当 2 个具有不可区分性的单光子通过 2 个输入端口进入到分束器,在分束器中发生碰撞并合并为一个纠缠光子对,从分束器的其中一个输出端口输出^[28-29]。

将 HOM 效应拓展到微波频段,可以通过微波光子 HOM 干涉效应制备路径纠缠微波信号。图 9 中所示为利用微波光子 HOM 干涉效应制备路径纠缠微波信号的实验装置。该装置主要由 2 个独立微波光子触发源和 1 个四端口微波分束器构成。

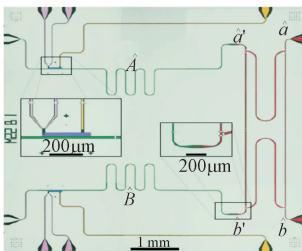


图 9 微波频段 HOM 效应实验装置

Fig. 9 Experiment facility of the microwave HOM setup

图 10 为微波频段 HOM 实验的示意图,绿色部分为 2 个腔量子电动力学系统,“BS”为微波分束器。图中,首先 2 个相互独立的腔量子电动力学系统分别产生微波光子,并将所产生的微波光子分别耦合到微波分束器的 2 个输入端口 a', b' ,微波光子在微波分束器中产生 HOM 效应,从而在微波分束器的 2 个输出端口 a, b 得到 2 路路径纠缠微波信号^[30]:

$$S_{a,b} = (|20\rangle + |02\rangle) / \sqrt{2} \quad (4)$$

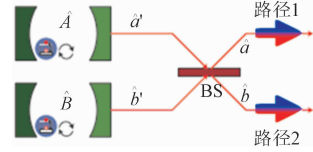


图 10 微波频段 HOM 实验的示意图

Fig. 10 Schematic diagram of the microwave HOM experiment

5 分析、总结及展望

本文主要介绍了利用超导 180° 混合环、WPD、JPC 和 HOM 效应的 4 种现有路径纠缠微波信号制备方案的实验装置和基本原理。其中,由于超导 180° 混合环用作微波分束器的性能优越,在实验研究中多采用基于超导 180° 混合环的制备方案生成所需的路径纠缠微波信号;基于 WPD 的方案可采用信号的频率范围较大,但当输入信号功率较小时,该方案受内部电阻所产生噪声的影响较大;基于 JPC 的制备方案,其电路实现相对而言较为简单,可用于产生量子纠缠微波的频率范围较宽,且没有内部损耗,未来的研究中值得更多地加以关注;基于微波频段 HOM 效应的制备方案,直接利用腔量子电动力学系统产生微波光子进行 HOM 干涉,其与微波分束器的耦合可能会引入噪声,相较于微波光子自身的极低能量,可能会对制备结果产生极大影响。

目前,国内外对于路径纠缠微波信号的研究均尚不深入。其中,最主要的原因是微波光子自身极低能量的限制,虽然可以利用低损耗的超导量子电路来研究纠缠微波,但由此提出的低温环境要求及制备实验所需的量子微波器件需要巨大的经济支撑,这使得很多研究者望而却步;国内科学界普遍对量子纠缠微波的应用前景认识不足,量子纠缠微波的研究未能得到足够的重视,且国内量子微波的相关产业发展迟缓,这些都严重制约着国内研究人员对量子纠缠微波研究的开展。虽然目前对纠缠微波的研究有着不少的障碍和不确定性,但是随着未来信息需求的不断膨胀,现有信息处理手段必然无法化解这一矛盾,而微波量子信息处理就是极具发展前景的技术之一。因此,对纠缠微波领域的研究是具有前瞻性的。

对路径纠缠微波信号制备的研究,下一步需要通过分析现有方案,找出路径纠缠微波的生成机理,继而尝试提出更具可行性的制备方案。另外,可以肯定的是,通过不同方法制备的路径纠缠微波

信号,其纠缠度必然是不尽相同的,而纠缠度在纠缠信号实际应用到通信中时,直接决定了信号所能携带信息量的大小;因此,进一步研究不同方法所制备的路径纠缠微波信号在纠缠度上的差异,及造成这种差异的具体原因是非常有必要的。再者,不同纠缠方式会引起信号在传播过程中抗干扰能力的差异,因此进一步研究不同方法制备的路径纠缠微波信号的纠缠方式,及具体纠缠方式抗干扰能力的强弱也是有必要的。

随着量子微波理论、实验研究不断推进,未来必定会有更实用、更简便有效的路径纠缠微波信号制备方案被提出,使适于信息处理、通信等应用的路径纠缠微波信号可以被更加快捷高效地制备出来,这将极大地推动纠缠微波在信息处理、通信、雷达、导航等以传统无线电信号为信息载体的领域中广泛应用。

参考文献(References):

[1] HORODECKI R, HORODECKI P, HORODECKI M, et al. Quantum Entanglement [J]. *Rev Mod Phys*, 2009, 81(2): 865-942.

[2] REAGOR M, PAIK H, CATELANI G, et al. Reaching 10 ms Single Photon Lifetimes for Superconducting Aluminum Cavities [J]. *Appl Phys Lett*, 2013, 102(19): 192604.

[3] NAKAMURA Y, UAMAMOTO T. Microwave Quantum Photonics in Superconducting Circuits [J]. *IEEE Photonics*, 2012, 5(2): 0701406.

[4] BLAIS A, GAMBETTA J, WALLRAFF A, et al. Quantum-Information Processing with Circuit Quantum Electrodynamics [J]. *Phys Rev A*, 2007, 75(3): 032329.

[5] HOUCK A A, SCHUSTER D I, GAMBETTA J M, et al. Generating Single Microwave Photons in a Circuit [J]. *Nature*, 2007, 449(7160): 328-331.

[6] MENZEL E P, CANDIA R D, DEPPE F, et al. Path Entanglement of Continuous-Variable Quantum Microwaves [J]. *Phys Rev Lett*, 2012, 109(25): 250502.

[7] EICHLER C, BOZYIGIT D, LANG C, et al. Observation of Two-Mode Squeezing in the Microwave Frequency Domain [J]. *Phys Rev Lett*, 2011, 107(11): 113601.

[8] FLURIN E, ROCH N, MALLET F, et al. Generating Entangled Microwave Radiation Over two Transmission Lines [J]. *Phys Rev Lett*, 2012, 109(18): 183901.

[9] JOHANSSON G. Entangled Microwaves Split Up [J]. *Physics*, 2012, 5(3): 103120.

[10] HOFFMANN E, DEPPE F, NIEMCZYK T, et al. A Superconducting 180° Hybrid ring Coupler for Circuit Quantum Electrodynamics [J]. *Appl Phys Lett*, 2010, 97(22): 222508.

[11] YAMAMOTO T, INOMATA K, WATANABE M, et al. Flux-driven Josephson Parametric Amplifier [J]. *Appl Phys Lett*, 2008, 93(4): 042510.

[12] ZHONG L, MENZEL E P, CANDIA R D, et al. Squeezing with a Flux-Driven Josephson Parametric Amplifier [J]. *New J Phys*, 2013, 15(7): 125013.

[13] YURKE B. Squeezed-State Generation Using a Josephson Parametric Amplifier [J]. *J Opt Soc Am B*,

1987, 4(10): 1551-1557.

[14] WILKINSON E. An N-way Hybrid Power Divider [J]. *IRE Trans Microw Theory Techn MTT-8*, 1960, 8(1): 116-118.

[15] KIM M S, SON W, BUZEK V, et al. Entanglement by a Beam Splitter: Non-Classicality as a Prerequisite for Entanglement [J]. *Phys Rev A*, 2002, 65(3): 032323.

[16] PARK M J, LEE B. A Dual-Band Wilkinson Power Diver [J]. *IEEE Microw Wireless Compon Lett*, 2008, 18(2): 85-87.

[17] CHENG K K M, LI P W. A Novel Power-Divider Design with Unequal Power-Dividing Ratio and Simple Layout [J]. *IEEE Trans Microw Theory Tech*, 2009, 57(6): 1589-1594.

[18] QI T, HE S B, DAI Z J, et al. Novel Unequal Dividing Power Divider with 50 Ω Characteristic Impedance Lines [J]. *IEEE Microw and Wireless Comp Lett*, 2016, 26(3): 120415.

[19] SAKAGAMI I, WANG X, TAKAHASHI K, et al. Generalized, Two-Way, Two-Section, Dual-Band Wilkinson Power Divider with two Absorption Resistors and Its Miniaturization [J]. *IEEE Trans Microw Theory Tech*, 2011, 59(11): 2833-2847.

[20] WANG X, SAKAGAMI I, TAKAHASHI K, et al. A Generalized Dual-Band Wilkinson Power Divider with Parallel L, C and R Components [J]. *IEEE Trans Microw Theory Tech*, 2012, 60(4): 952-964.

[21] MARIANTONI M, MENZEL E P, DEPPE F, et al. Planck Spectroscopy and Quantum Noise of Microwave Beam Splitters [J]. *Phys Rev Lett*, 2010, 105(13): 133601.

[22] ABDO B, KAMAL A, DEVORET M, et al. Non-Degenerate Three-Wave Mixing with the Josephson Ring Modulator [J]. *Phys Rev B*, 2013, 87(1): 104508.

[23] VISSERS M R, ERICKSON R P, KU H S, et al. Low-Noise Kinetic Inductance Traveling-Wave Amplifier Using Three-Wave Mixing [J]. *Appl Phys Lett*, 2016, 108(1): 012601.

[24] BERGEAL N, VIJAY R, MANUCHARYAN V E, et al. Analog Information Processing at the Quantum Limit with a Josephson ring Modulator [J]. *Nature Phys*, 2010, 6(4): 296-302.

[25] ROCH N, FLURIN E, NGUYEN F, et al. Widely Tunable, Non-Degenerate Three-Wave Mixing Microwave Device Operating Near the Quantum Limit [J]. *Phys Rev Lett*, 2012, 108(14): 147701.

[26] BERGEAL N, SCHACKERT F, METCALFE M, et al. Phase-Preserving Amplification near the Quantum Limit with a Josephson Ring Modulator [J]. *Nature*, 2010, 465(7294): 64-68.

[27] SCHACKERT F, ROY A, HATRIDGE M, et al. Three-Wave Mixing with Three Incoming Waves: Signal-Idler Coherent Cancellation and Gain Enhancement in a Parametric Amplifier [J]. *Physics Optics*, 2013, 111(7): 073903.

[28] OEHRI D, PLETYUKHOV M, GRITSEV V, et al. Tunable, Nonlinear Hong-Ou-Mandel Interferometer [J]. *Phys Rev A*, 2015, 91(3): 033816.

[29] WOOLLEY M J, LANG C, EICHER C, et al. Signatures of Hong-Ou-Mandel Interference at Microwave Frequencies [J]. *New J Phys*, 2013, 15(10): 105025.

[30] LANG C, EICHER C, STEFFEN L, et al. Correlations, In-Distinguishability and Entanglement in Hong-Ou-Mandel Experiments at Microwave Frequencies [J]. *Nature*, 2013, 9(6): 345-348.