

能量检测中的 BPSK 信号最优检测门限

陈 婷¹, 张 博¹, 牛德智², 任晓岳³, 吴昊谦^{1,3}

(1.西安邮电大学电子工程学院,西安,710061;2.西安通信学院,西安,710106;

3.空军工程大学理学院,西安,710051)

摘要 在认知无线电中,授权用户对主用户进行频谱感知时,会存在使得虚警与漏检概率之和最小的最优检测门限。以研究高斯白噪声环境下 BPSK 信号的有效检测问题为目的。通过对能量检测统计量的数学分布进行理论推导,将最优检测门限问题转化为和值最小的求解问题,给出了由采样点数、噪声方差、信噪比所决定的最优检测门限计算公式,并给出证明。在不同信噪比下对和值曲线变化规律的仿真说明了最优检测门限的存在性。通过对文中门限和恒虚警概率门限下的检测概率性能分析、文中门限和恒检测概率门限下的虚警概率性能分析、以及不同指标变化时其他 2 种门限向文中门限收敛的性能分析,说明了最优检测门限下的检测性能较优。此外,蒙特卡洛实验验证了理论分析的正确性。

关键词 高斯白噪声;BPSK 信号;能量检测;最优检测门限;蒙特卡洛

DOI 10.3969/j.issn.1009-3516.2016.04.014

中图分类号 TN92 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2016)04-0075-06

The Best Detection Threshold for BPSK Signals Based on Energy Detection Method

CHEN Ting¹, ZHANG Bo¹, NIU Dezhi², REN Xiaoyue³, WU Haoqian^{1,3}

(1.School of Electronic Engineering,Xi'an University of Posts & Telecommunications,Xi'an 710061,China;

2.Xi'an Communications Institute,Xi'an710106,China; 3. Scientific College,

Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

Abstract: Effective detection problem for BPSK (binary phase shift keying) signals under condition of Gaussian white noise environments is studied. In cognitive radio, when second user senses spectrum from first user, this makes the best detection threshold with the minimum of sum of false alarm and missed detection rate in existence. By theoretical derivation for distribution character of energy detection static, the best detection threshold problem is converted to solution of the minimum of the sum, computation expression is determined by sampling length, noise variance and signal to noise ratio (SNR) are given. The simulation of sum value curve variety in different SNR shows that the best detection threshold is in existence. The performance of the best threshold is even better than before by analysis for detection ratio performance between the threshold and the one in constant false alarm ratio (CFAR), false alarm ratio performance between the threshold and the one in constant detection ratio (CDR), other two thresholds' convergence to

收稿日期:2015-05-04

基金项目:陕西省自然科学基金基础研究计划(2014JM8344)

作者简介:陈 婷(1992—),女,陕西西安人,硕士生,主要从事认知无线电技术研究.E-mail:xachenchangxing@126.com

引用格式:陈婷,张博,牛德智,等. 能量检测中的 BPSK 信号最优检测门限[J]. 空军工程大学学报:自然科学版,2016,17(4):75-80. CHEN Ting,ZHANG Bo,NIU Dezhi,et al.The Best Detection Threshold for BPSK Signals Based on Energy Detection Method[J]. Journal of Air Force Engineering University:Natural Science Edition,2016,17(4):75-80.

the threshold performance. Besides, Monte Carlo experiment shows that the mathematic analysis is correct.

Key words: Gaussian white noise; BPSK signal; energy detection; best detection threshold; Monte Carlo

在认知无线电的频谱感知方法中,能量检测的实现方法简便、易操作,从而得到了广泛研究和应用^[1-2]。在该方法基础上,出现了基于噪声墙理论的双门限频谱感知、基于能量检测的协作频谱感知、以及各种能量检测方法的变形和扩展,如序贯能量检测方法等。可以说,实际中最有效的认知无线电频谱感知方式就是能量检测方法^[3-5]。但是,能量检测法由于要预先设定检测门限作为判决主用户是否存在的依据,所以检测性能会受到检测门限设置大小的影响,恒虚警概率(Constant False Alarm Rate, CFAR)准则下的检测门限,将虚警概率控制在一固定值,但它会影响检测概率的提高;恒检测概率(Constant Detection Rate, CDR)准则下的检测门限,保证了检测概率,降低了虚警概率,但是它会出现把噪声当作信号的误检情况。基于此,必然存在一个适中门限,使得检测概率和虚警率性能都较优,这就是本文要讨论的最优门限问题。

由于 BPSK 信号是最常见的一种通信信号,很多主用户信号都会采用该信号类型,并且现实环境大多为高斯白噪声,故讨论高斯白噪声下的 BPSK 信号检测问题具有很强的应用价值^[6]。为此,需要解决的一个关键问题是: BPSK 信号加高斯白噪声信号后的混合信号的数学分布特性,即指与混合信号相关的统计量的均值和方差。纵观目前文献研究的成果,不乏有以结论形式给出的检测统计量的数学分布特性^[7-8],但是存在问题是出现了多种表现形式。究其原因,主用户信号类型不同时,与混合信号相关的检测统计量数学分布才会出现变化,但是现有文献中并没有指出这一点,以至于无法决定何种信号类型时应采用各种数学分布。该问题会直接影响最优检测门限的结果。

本文将从理论分析方面给出 BPSK 信号混合高斯白噪声情形下的检测统计量的数学分布,并以此理论推导最优检测门限的形成过程,进而用仿真实验的方式来验证理论分析的结果。

1 能量检测的基本原理

在能量检测方法中,常对接收信号序列所做的检测统计量 Y 为:

$$Y = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M y^2(n) \quad (1)$$

式中: $y(n)$ 为接收信号序列的第 n 个采样信号, M 为采样点数。则能量检测的原理为: 将能量检测统计量 Y 与特定的门限做比较,若大于该设定值则认为主用户信号存在,反之认为主用户不存在。实质上,能量检测的问题即可归结为如下的二元假设问题,因为认知用户接收到的信号只可能存在 2 种情况^[9-10]: 第 1 种是只有噪声信号,记为 H_0 ,表明信道处于空闲状态,认知用户可以使用;第 2 种是主用户信号加上噪声信号,记为 H_1 ,表明信道处于占用状态,认知用户不可以使用。这样,认知用户接收到信号的二元假设检测模型表示为:

$$\begin{cases} H_0: y(n) = w(n) \\ H_1: y(n) = x(n) + w(n) \end{cases} \quad (2)$$

式中: $w(n)$ 为噪声信号; $x(n)$ 为主用户信号。

能量检测下的频谱感知问题就是通过能量检测统计量与预先设置的门限进行比较,从而判断二元假设中 H_0 为真还是 H_1 为真的问题。

2 BPSK 信号的数学分布

2.1 检测性能的数学描述

在能量检测方法中,衡量检测性能重要的指标主要有检测概率、虚警概率、漏检概率、所需的最小检测时间(或样本数)等,其中漏检概率是与检测概率相互对应的,这里首先考虑影响检测概率和虚警概率的因素问题。

在构造了检测统计量之后(如式(1)),虚警概率 P_f 就是:

$$P_f = P(Y > \lambda | H_0) = \int_{\lambda}^{\infty} p(x) dx \quad (3)$$

式中: λ 为预先设定的检测门限; $p(x)$ 为检测统计量 Y 的概率密度函数。而检测概率 P_d 为:

$$P_d = P(Y > \lambda | H_1) = \int_{\lambda}^{\infty} p(x) dx \quad (4)$$

所以,虚警概率和检测概率与检测统计量的概率分布密切相关。根据中心极限定理,当 M 较大时,在 H_0 成立时,有 $Y \sim N(\mu_0, \sigma_0^2)$,在 H_1 成立时,有 $Y \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ 。这样可得虚警概率和检测概率的基本公式为:

$$P_f = \int_{\lambda}^{\infty} p(x) dx = \int_{\lambda}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0} e^{-\frac{(x-\mu_0)^2}{2\sigma_0^2}} dx = \int_{\frac{\lambda-\mu_0}{\sigma_0}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} du \quad (5)$$

因为 $Q(x) = \int_x^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} du$, 所以上式即:

$$P_f = Q\left(\frac{\lambda - \mu_0}{\sigma_0}\right) \quad (6)$$

类似地, 可得检测概率的基本公式为:

$$P_d = Q\left(\frac{\lambda - \mu_1}{\sigma_1}\right) \quad (7)$$

此时理想情况下的 2 种概率问题, 实质上是要获知检测统计量的均值和方差的问题, 该问题在有的文献中直接以结论的形式给出其数学分布, 但在不同文献中所给的均值和方差表达式有所差异^[11-18], 且没有描述清楚其所对应的信号和噪声形式。实际上, 在均值和方差不同时, 与频谱感知对应的几个参量也会出现差别, 如检测门限和最小感知时间等^[11]。本节将以 BPSK 信号为主用户信号, 噪声为高斯白噪声, 从理论推导给出 2 种假设检验的数学分布, 从而为该问题提供严谨的数学支撑。

这里假设信号和噪声是相互独立的, 高斯白噪声 $w(n)$ 均值为 0, 方差为 σ_w^2 , 由于 BPSK 信号所描述的 2 个码元符号大小相等、相位相反, 所以在大多数定律下, 当码元长度较长时可认为 BPSK 信号 $x(n)$ 的均值为 0, 方差为 σ_x^2 。这些假设条件用数学语言描述为: $Ew=0, Dw=\sigma_w^2, Ex=0, Dx=\sigma_x^2$, 其中 E 表示的数学运算为数学期望, D 表示的数学运算为方差。下面计算 2 种假设检验下检测统计量的均值和方差。

2.2 二元假设下统计量的数学分布

首先对 H_0 情况下的均值和方差进行分析, 设该情形下 Y 的均值为 μ_0 , 方差为 σ_0^2 , 则(公式推导时不再写出信号序列的索引号):

$$\mu_0 = EY = Ew^2 - E^2w = \sigma_w^2 \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \sigma_0^2 = DY &= \frac{1}{M} D[w^2] = \frac{1}{M} (E[w^4] - E^2[w^2]) = \\ &= \frac{1}{M} (E[w^4] - \sigma_w^4) = \frac{1}{M} (3\sigma_w^4 - \sigma_w^4) = \frac{2\sigma_w^4}{M} \end{aligned} \quad (9)$$

此处, 需要通过微积分的原理求出 $E[w^4] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_w} \int_{-\infty}^{\infty} w^4 e^{-\frac{w^2}{2\sigma_w^2}} dw = 3\sigma_w^4$ 具体的数学求解过程不再给出。

接下来, 对 H_1 情形下的统计量均值 μ_1 和方差 σ_1^2 进行求解。

$$\mu_1 = EY = E[x+w]^2 - E^2[x+w] = \sigma_x^2 + \sigma_w^2 \quad (10)$$

在均值求解时, 利用了相互独立性和假设条件。

$$\begin{aligned} \sigma_1^2 = \frac{1}{M} D[(x+w)^2] &= \frac{1}{M} (E[(x+w)^4] - E^2[(x+w)^2]) = \\ &= \frac{1}{M} (E[(x+w)^4] - (\sigma_x^2 + \sigma_w^2)2) \end{aligned} \quad (11)$$

上式中, 对于 $E[(x+w)^4]$ 的分析如下, 因为:

$$\begin{aligned} E[(x+w)^4] &= E[x^4] + E[4x^3w] + E[6x^2w^2] + \\ &= E[x^4] + E[4x^3w] + E[6x^2w^2] + E[w^4] \\ &= \sigma_x^4 + 6\sigma_x^2\sigma_w^2 + 3\sigma_w^4 \end{aligned} \quad (12)$$

该式中第 2 个等号后面的式子中, 第 2 项 $E[4x^3w]$ 和第 5 项 $E[4xw^3]$ 可以根据独立性和奇函数在对称区间上的积分为 0 得以化简。现说明 $E[x^4] = \sigma_x^4$, 由于 BPSK 信号只有 2 种符号 (记为 x_1 和 x_2), 则以分布律的形式给出 BPSK 2 种符号的分布规律, 见表 1。

表 1 BPSK 2 种符号的分布规律

Tab.1 distribution regularity of two BPSKsymbol

X	x_1	x_2
P	p	$1-p$

可求得 $E[x^2] = x_1^2p + x_2^2(1-p)$, $E[x^4] = x_1^4p + x_2^4(1-p)$, 在 BPSK 信号中, 由不同符号的幅度相等知, $x_1^2 = x_2^2$, $x_1^4 = x_2^4$, 所以 $E[x^2] = x_1^2$, $E[x^4] = x_1^4$, 根据上节的假设条件知, $E[x^2] = \sigma_x^2$, 因而 $E[x^4] = \sigma_x^4$ 。这样, 式(11)可化为:

$$\sigma_1^2 = \frac{1}{M} (4\sigma_x^2\sigma_w^2 + 2\sigma_w^4) \quad (13)$$

若令信噪比为 $r = \sigma_x^2/\sigma_w^2$, 则可得二元假设下检测统计量 Y 的数学分布为:

$$Y \sim \begin{cases} N(\sigma_w^2, 2\sigma_w^4/M), & H_0 \\ N((1+r)\sigma_w^2, (1+2r)\sigma_w^4/M), & H_1 \end{cases} \quad (14)$$

3 最优检测门限的理论分析

能量检测法中一般门限值的设定都是根据经验值或者具有随意性, 或者单纯以 CFAR、CDR 等准则设定门限, 这无疑对检测性能带来影响。在讨论认知系统的检测性能时, 漏检和虚警概率需同时考虑且应尽可能的小, 本节将在该前提下研究满足条件的检测门限的求解问题, 本文将这种门限称为最优检测门限。

记漏检概率为 P_m , 则有 $P_m = 1 - P_d$, 这样考虑如下问题实现(漏检、虚警概率之和)时的最优检测门限:

$$\lambda^* = \arg \min(P_f + P_m) \quad (15)$$

通过偏微分求零点的方式确定如下问题的解, 即在

$$\frac{\partial P_f}{\partial \lambda} - \frac{\partial P_d}{\partial \lambda} = 0 \quad (16)$$

中求得的 λ 值为最优。结合式(6)和(7), 可将上式转化为:

$$-\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0}e^{-\frac{(\lambda-\mu_0)^2}{2\sigma_0^2}} = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1}e^{-\frac{(\lambda-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2}} \quad (17)$$

对上述问题求解,则可得 λ 的最终值,该 λ 值就是最优检测门限。由上节知,最优检测门限的确定是与检测统计量相关的,所以对BPSK信号最优检测门限的问题,本文给出如下定理:

定理:对于BPSK信号而言,当噪声为高斯白噪声时,若检测统计量见式(1),则在使得漏检和虚警概率之和最小的认知无线电检测系统中,最优检测门限必然存在,而且其公式计算为:

$$\lambda^* = \frac{\sigma_w^2}{2} \left(1 + \sqrt{(1+2r) + \frac{4}{M} \frac{1+2r}{r} \ln(1+2r)} \right) \quad (18)$$

证明如下:

1)必要性。

对式(17)两边同取自然对数,并进行整理,有:

$$(\sigma_1^2 - \sigma_0^2)\lambda^2 + (2\mu_1\sigma_0^2 - 2\mu_0\sigma_1^2)\lambda + (\mu_0^2\sigma_1^2 - \mu_1^2\sigma_0^2 + 2\sigma_0^2\sigma_1^2 \ln \frac{\sigma_0}{\sigma_1}) = 0 \quad (19)$$

将上式看作一元二次方程,分别令其二次项、一次项和常数项系数为A、B、C,同时结合式(14),则可求得 $B^2 = 16\sigma_w^{12}r^2/M^2$, $A = 4\sigma_w^4r/M$, $C = 2\sigma_w^8(-r^2)/M - 4(1+2r)\ln(1+2r)/M^2$,这样有:

$$\frac{B^2 - 4AC}{M^3} = \frac{16\sigma_w^{12}r^2}{M^2} + \frac{32\sigma_w^{12}r^3}{M^2} + \frac{64\sigma_w^{12}r(1+2r)\ln(1+2r)}{M^3} > 0 \quad (20)$$

又可判定 $-B/A > 0, C/A < 0$,这就说明式(19)有正负2个异号根,且正根的绝对值大,正根就是最优检测门限,必要性得以证明。

2)证明充分性:

由求根公式且取正值,有:

$$\lambda^* = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} = \frac{\sigma_w^2}{2} \left(1 + \sqrt{(1+2r) + \frac{4}{M} \frac{1+2r}{r} \ln(1+2r)} \right) \quad (21)$$

这就是式(18)的由来,充分性得以证明。至此,定理证明完毕。

根据式(21)可知,最优检测门限与噪声方差、采样点数和信噪比有关,这样就可一定条件下确定出能量检测中的最优检测门限,使得漏检与虚警概率之和最小,也就保证了可以提高检测概率。

需要说明的是,本文在讨论最优门限时采用了漏检和虚警概率之和的原则进行的,其实质上是保证提高检测概率(相应的漏检概率就会小),同时又使得虚警概率不会过大,因为虚警概率和检测概率本身就是一对矛盾。实际中,也可以按照漏检概率

和虚警概率加权求和的方式进行,这在相关文献中已有表述,具体情况根据实际对两者的侧重情况进行抉择。

4 仿真实验

4.1 最优检测门限的存在实验

设定采样点数 $M = 500$,高斯白噪声方差 $\sigma_w^2 = 1$ 。以漏检与虚警概率之和作为衡量准则,得到不同信噪比情况下检测门限伴随和值的变化曲线,见图1。

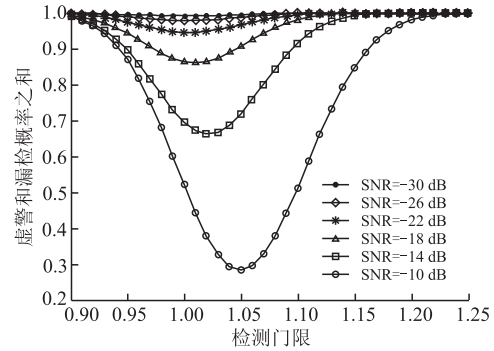


图1 检测门限伴随和值的变化曲线

Fig.1 Detection threshold vs sum value

由该组信噪比下的变化曲线知,无论信噪比为何值时,总存在一个 λ 值使得漏检与虚警概率之和最小,此 λ 值就是最优检测门限,由此可知最优检测门限是存在的。

4.2 最优检测门限下的检测性能

4.2.1 检测概率和虚警概率的对比分析

实验中,保持 M 和 σ_w^2 的值不变,假定虚警概率 $P_f = 0.01$,则可以仿真得到检测门限分别取CFAR准则下的门限和本文最优检测门限下的检测概率随信噪比(SNR)曲线见图2(a)。类似地,可以得到检测概率 $P_d = 0.99$ 时,取CDR准则下的门限和本文门限下的虚警概率随信噪比(SNR)曲线见图2(b)。

由仿真图像可知,最优检测门限时的检测概率曲线或虚警概率曲线均优于CFAR或CDR准则下对应门限的性能,从而说明了采用最优检测门限可以提高认知无线电系统中频谱感知的检测性能。

4.2.2 3种门限的变化规律

仍然使用本小节第1个实验里的参数设置,可以将不同信噪比时3种门限的变化情况做一对比,见图3(a),图中的标识BT表示最优检测门限的变化曲线。同样,可以实验得到在信噪比 $SNR = -5$ dB(SNR与 r 的关系为: $SNR = 10\lg r$)时,采样点数 M 变化时3种门限的变化曲线见图3(b)。

图 3 说明,在 CFAR 准则下的门限和 CDR 准则的门限下,存在一个最优检测门限介于二者之间,该最优门限下的性能在本小节第 1 个实验已经得以体现。

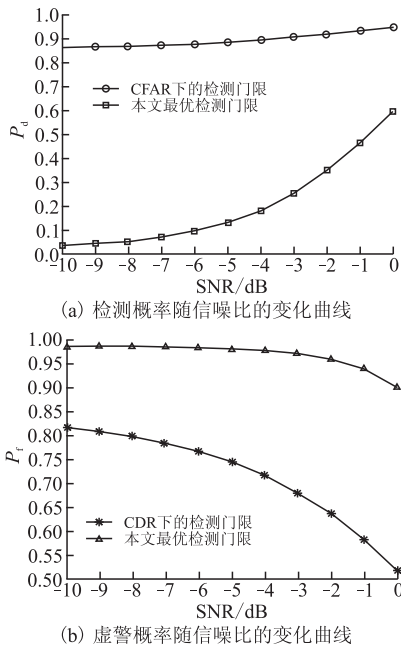


图 2 不同检测门限下的检测性能曲线
Fig.2 Detection performance curve in different detection thresholds

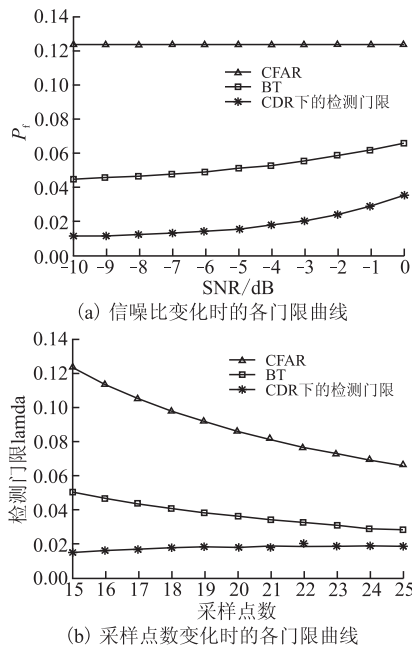


图 3 不同指标变化时的 3 种门限
Fig. 3 Three thresholds in different indexes

4.2.3 蒙特卡洛实验与理想实验一致性的验证

实验中, $M = 500, \sigma_w^2 = 1, P_f = 0.02$, 设定蒙特卡洛实验的次数为 500, 取 CFAR 下的门限和最优门限, 按照式(7)的原理, 可得检测概率曲线, 见图 4 中光滑曲线部分, 此即可看作理想情况下的检测性能, 其曲线变化规律和图 2(a)是类似的。以式(1)

为检测统计量, 将其数值与不同门限作对比, 大于相应的门限认为主用户信号被检测到, 蒙特卡洛次数下的检测频次与总次数之比, 记为某信噪比下的检测概率, 由此得到 2 种门限下的蒙特卡洛检测概率曲线见图 4 中的起伏曲线。

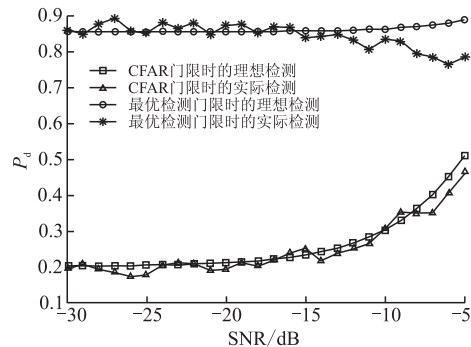


图 4 蒙特卡洛实验下不同门限的检测性能
Fig.4 Detection performance of Monte-Carlo experiment in different thresholds

蒙特卡洛实验是以统计的方式来原因检测性能的, 其在 2 种门限下的检测概率曲线变化规律, 与理想情况下的 2 种曲线变化规律相一致, 从而验证了理论分析和理想仿真中最优门限具有较优检测性能这一结论的正确性。另外, 在该仿真曲线中, 在信噪比较高时, 理想曲线和蒙特卡洛曲线个别地方出现不一致的情况, 是由于检测概率的最大值在实际中较难达到(只有理想情况下可以按照变化规律达到), 蒙特卡洛实验正是对实际情况的一种较好说明。

5 结语

高斯白噪声下的 BPSK 信号作为一种很普遍的主用户信号存在环境, 研究该混合信号对应的检测统计量具有的最优检测门限问题, 能对现实认知无线电环境中提高频谱感知性能提供理论层次的支撑依据, 问题研究具有一定的应用价值, 重要的是对现有文献成果中的一些结论指代不明问题进行了数学意义上的再阐释和说明。文中对最优检测门限问题的研究思路, 可以在主用户信号类型发生变化的场景中加以迁移和借鉴运用, 这也是后续研究所要开展的一项工作。

参考文献(References):

[1] MITOLA J, MAGUIRE G. Cognitive Radio: Making Software Radios More Personal[J]. IEEE Personal Communication, 1999, 6(4):13-18.
[2] TEVFIK Yucek, HUSEYIN Arslan. A Survey of Spectrum Sensing Algorithms for Cognitive Radio Applications[J]. IEEE Communications Surveys & Tutorials,

- 2009, 11(1):116-130.
- [3] SU Qian, SONG Tiecheng, HU Jing, et al. Adaptive double-threshold energy detection algorithm for cognitive radio[J]. Journal of Southeast University: English Edition, 2011, 27(4): 351-356.
- [4] 劳子轩, 刘子扬, 彭涛, 等. 全盲频谱感知: 噪声估计与能量检测联合迭代算法[J]. 电子与信息学报, 2013, 35(8): 1958-1963.
- LAO Zixuan, LIU Ziyang, PENG Tao, et al. Totally-blind Spectrum Sensing: A Joint Iterative Algorithm of Noise Estimation and Energy Detection[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2013, 35(8): 1958-1963. (in Chinese)
- [5] 时颖, 林茂六. 认知无线电中序贯能量检测器的性能分析[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2011, 32(10): 1355-1360.
- SHI Ying, LIN Maoliu. Performance Analysis of Sequential Energy Detection in Cognitive Radios [J]. Journal of Harbin Engineering University, 2011, 32(10): 1355-1360. (in Chinese)
- [6] 于洋, 李孝严, 张晓春. BPSK, QPSK, UQPSK, 64QAM 信号自动调制识别[J]. 电子科技, 2015, 28(1): 49-52.
- YU Yang, LI Xiaoyan, ZHANG Xiaochun. Automatic Modulation Recognition of BPSK, QPSK, UQPSK, and 64QAM Signals[J]. Electronic Sci & Tech, 2015, 28(1): 49-52. (in Chinese)
- [7] 刘鑫, 谭学治, 徐贵森. 噪声不确定下认知无线电能量检测性能的分析[J]. 四川大学学报: 工程科学版, 2011, 43(6): 168-173.
- LIU Xin, TAN Xuezhi, XU Guisen. Performance Analysis of Energy Detection for Cognitive Radio Under Noise Uncertainty [J]. Journal of Sichuan University: Engineering Science Edition, 2011, 43(6): 168-173. (in Chinese)
- [8] LEE Won-Yeol, AKYILDIZ Ian F. Optimal Spectrum Sensing Framework for Cognitive Radio Networks [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2008, 7(10): 3845-3857.
- [9] ADAM Noel, ROBERT Schober. Convex Sensing-Reporting Optimization for Cooperative Spectrum Sensing[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2012, 11(5): 1900-1910.
- [10] YASIN Yilmaz, MOUSTAKIDES G V, WANG Xiaodong. Cooperative Sequential Spectrum Sensing Based on Level-Triggered Sampling[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(9): 4509-4524.
- [11] WANG Stephen, WANG Yue, COON Justin P, et al. Energy-Efficient Spectrum Sensing and Access for Cognitive Radio Networks[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2012, 61(2): 906-912.
- [12] XIE Zhuochen, MA Lu, LIANG Xuwen. Unlicensed Spectrum Sharing Game between LEO Satellites and Terrestrial Cognitive Radio Networks [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2012, 25(4): 605-614.
- [13] ZHANG Wensheng, ABREU Giuseppe, INAMORI Mamiko, et al. Spectrum Sensing Algorithms via Finite Random Matrices [J]. IEEE Transactions on Communications, 2012, 60(1): 164-175.
- [14] XIE Shengli, LIU Yi, ZHANG Yan, et al. A Parallel Cooperative Spectrum Sensing in Cognitive Radio Networks[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2010, 59(8): 4079-4092.
- [15] BHATTI Farrukh Aziz, ROWE Gerard B, SOWERBY Kevin W. Spectrum Sensing using Principal Component Analysis[C]//2012 IEEE Wireless Communications and Networking Conference. 2012: 725-730.
- [16] ZHENG Shilian, YANG Xiaoniu. Wideband Spectrum Sensing in Modulated Wideband Converter Based Cognitive Radio System[C]//ISCIT 2011: 114-119.
- [17] CHOI Kae Won, HOSSAIN Ekram, KIM Dong In. Cooperative Spectrum Sensing Under a Random Geometric Primary User Network Model [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2011, 10(6): 1932-1944.

(编辑: 徐楠楠)