

基于拉格朗日力学的末敏弹稳态扫描阶段动力学模型

马宗成, 刘占辰, 郑无计, 张卓然, 胡京林

(空军工程大学航空航天工程学院,西安,710038)

摘要 末敏弹的稳态扫描阶段为弹上扫描装置提供了一个稳定的平台,需要同时达到下降速度、旋转速度以及子弹扫描角的稳定。为了便于分析旋转伞和子弹的运动姿态,采用拉格朗日力学方法建立了伞弹系统的七自由度模型。与欧拉方法相比,该方法回避了伞-弹之间的复杂约束力,并且仿真过程中不会出现奇点。最后通过算例,分析了伞弹系统稳态扫描阶段的弹道特性,得到了各弹道参数达到稳定状态的时间,为末敏弹的优化设计提供了思路。

关键词 末敏弹;拉格朗日力学;稳态扫描;动力学模型

DOI 10.3969/j.issn.1009-3516.2016.01.004

中图分类号 V448;TJ761.9 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2016)01-0019-05

A Dynamic Model of Rotating Parachute Systems Based on Lagrange Mechanics

MA Zongcheng, LIU Zhanchen, ZHENG Wuji, ZHANG Zhuoran, HU Jinglin

(Aeronautics and Astronautics Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

Abstract: Rotating Parachute Systems provide a stable platform for scanning equipment. Usually, it is difficult to meet all the needs of some elements such as: velocity of descent, rate of spin, and sub-munition inclination angle against vertical and dynamic stability. A 7-degree-of-freedom dynamic model is developed for the convenience of analyzing the attitudes of the Rotating Parachute Systems. Compared with Euler method, the complicated restraint forces are avoided and the odds in simulating process are solved. The movement law of the parachute-bomb system and the scan laws of sensitive implement are gained by an algorithm question. The results can be a theoretical reference for optional design of the parachute-load system.

Key words: sensitive cluster; Lagrange Mechanics; steady spinning; dynamic model

末敏弹作为一种反装甲武器,具有方便、机动、迅猛、高效相对低廉等优势,因此受到了各国的广泛关注,尤其在美国已成为未来作战系统的重要火力装备^[1-2]。伞弹系统经过母弹飞行、减速减旋阶段后进入稳态扫描阶段,旋转伞为末敏弹提供一个扫描

平台,末敏子弹在旋转伞的作用下旋转,从而带动末敏子弹上的识别装置对地面目标区域形成环形扫描,随着末敏子弹高度的降低,环形扫描的半径逐渐减小,最终覆盖整个区域^[3-4]。稳态阶段涉及的参数多,也是打击装甲目标的最后一个环节,因此对稳态

收稿日期:2015-3-27

作者简介:马宗成(1990-),男,河北唐山人,硕士生,主要从事机载精确制导武器系统总体技术研究.E-mail:310126227@qq.com

引用格式:马宗成,刘占辰,郑无计,等.基于拉格朗日力学的末敏弹稳态扫描阶段动力学模型[J].空军工程大学学报:自然科学版,2016,17(1):19-23. MA Zongcheng, LIU Zhanchen, ZHENG Wuji, et al. A Dynamic Model of Rotating Parachute Systems Based on Lagrange Mechanics [J]. Journal of Air Force Engineering University: Natural Science Edition, 2016, 17(1): 19-23.

阶段的仿真研究具有十分重要的意义^[5-7]。文献[8~9]采用欧拉方法建立了伞弹系统的九自由度双刚体模型,研究其弹道特征,建模过程中伞一弹之间的约束力推导十分复杂,并且仿真中一般忽略旋转伞的姿态运动,防止出现奇点。文献[10~11]采用ADAMS^[12]仿真软件建立伞弹系统的物理模型,省略了数学建模过程,但是仿真精度不高。

本文基于拉格朗日力学方法建立了末敏弹稳态扫描阶段动力学模型,避免了推导过程中的复杂约束力求解^[13]和仿真过程中的奇点问题,仿真中考虑了旋转伞的姿态运动,可以用于分析弹道系统稳态扫描阶段的弹道特性。

1 拉格朗日力学方程

第二类拉格朗日方程为^[14]:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} \right] - \frac{\partial T}{\partial q_k} = Q_k \quad (k = 1, 2, \dots, 3n - s) \quad (1)$$

$$Q_k = \frac{\sum \delta W_F}{\delta q_k}$$

式中: T 为系统的动能; q_k 为系统的广义坐标; Q_k 为系统的广义力; k 为系统独立的自由度个数; n 为组成质点系的个数; s 为完整约束。对于由 n 个质点组成,具有 s 个完整约束的理想约束系统,自由度的个数为 $3n - s$ 。

2 稳态扫描阶段动力学建模

2.1 模型假设

末敏弹-旋转伞系统是一个刚柔耦合的模型,本文对此系统作如下假设:1)将旋转降落伞作刚化处理,即把降落伞及连接机构看成一个刚体;

- 2)假设旋转伞在此过程中是轴对称的;
 - 3)假设弹伞之间采用柱铰连接;
 - 4)忽略附加质量、附加力和附加力矩。
- 系统的示意图见图1。

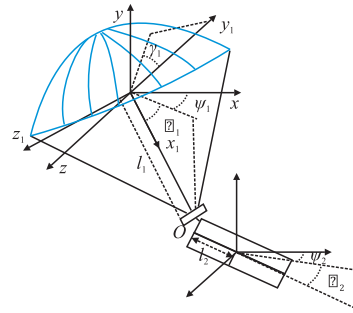


图1 末敏弹伞弹系统

Fig.1 Smart munition parachute-bomb system

2.2 动力学建模

本文中的坐标系、定义的变量以及坐标转换矩阵均与文献[15]相同。选取弹伞系统的连接点 O 的位置 (x, y, z) 、旋转伞的空间姿态角 $(\vartheta, \psi, \gamma)$ 以及末敏子弹的弹体坐标系相对于旋转伞的伞体坐标系转动的角度 θ 作为广义坐标,即 $q = (x, y, z, \vartheta, \psi, \gamma, \theta)$ 。

将伞体坐标系平移到 O 点,则伞刚体的质心在此坐标系可表示为: $(-l_p, 0, 0)$ 。弹刚体的质心在此坐标系中可以表示为:

$(l_b \cos(\theta_r), l_b \sin(\theta_r), 0)$, 其中 $\theta_r = \theta - \theta_0$, θ_0 为静态悬挂角。通过坐标系转换关系,可以得到伞刚体的质心在地面坐标系中的坐标为:

$$\begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + L^{-1}(\psi) L^{-1}(\vartheta) L^{-1}(\gamma) \begin{bmatrix} -l_p \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

将式(2)两边对时间求导数,可以得到伞刚体的质心速度为:

$$\begin{cases} v_{px} = v_x + l_p \cos(\psi) \sin(\vartheta) \dot{\vartheta} + l_p \cos(\vartheta) \sin(\psi) \dot{\psi} \\ v_{py} = v_y - l_p \cos(\vartheta) \dot{\vartheta} \\ v_{pz} = v_z - l_p \sin(\vartheta) \sin(\psi) \dot{\vartheta} + l_p \cos(\vartheta) \cos(\psi) \dot{\psi} \end{cases} \quad (3)$$

弹刚体的质心在地面坐标系中可以表示为:

$$\begin{bmatrix} x_b \\ y_b \\ z_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + L^{-1}(\psi) L^{-1}(\vartheta) L^{-1}(\gamma) \begin{bmatrix} l_b \cos(\theta_r) \\ l_b \sin(\theta_r) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

将式(4)两边对时间求导数,可以得到弹刚体的速度表达式见式(5)。

$$\begin{cases}
 v_{bx} = v_x - l_b \cos(-\theta_r) \cos(\psi) \sin(\vartheta) \dot{\vartheta} - l_b \cos(-\theta_r) \cos(\vartheta) \sin(\psi) \dot{\psi} + l_b \sin(-\theta_r) \cos(\vartheta) \cos(\psi) \dot{\theta} - \\
 l_b \sin(-\theta_r) \cos(\psi) \sin(\gamma) \dot{\psi} - l_b \sin(-\theta_r) \cos(\gamma) \sin(\psi) \dot{\gamma} + l_b \cos(-\theta_r) \sin(\psi) \sin(\gamma) \dot{\theta} + l_b \sin(-\theta_r) \cos(\vartheta) \cos(\psi) \cos(\gamma) \dot{\vartheta} - \\
 l_b \cos(-\theta_r) \cos(\psi) \cos(\gamma) \sin(\vartheta) \dot{\theta} - l_b \sin(-\theta_r) \cos(\gamma) \sin(\vartheta) \sin(\psi) \dot{\psi} - l_b \sin(-\theta_r) \cos(\psi) \sin(\vartheta) \sin(\gamma) \dot{\gamma} \\
 v_{by} = v_y + l_b \cos(-\theta_r) \cos(\vartheta) \dot{\vartheta} + l_b \sin(-\theta_r) \sin(\vartheta) \dot{\theta} + l_b \cos(-\theta_r) \cos(\vartheta) \cos(\gamma) \dot{\theta} + \\
 l_b \sin(-\theta_r) \cos(\gamma) \sin(\vartheta) \dot{\vartheta} + l_b \sin(-\theta_r) \cos(\vartheta) \sin(\gamma) \dot{\gamma} \\
 v_{bz} = v_z - l_b \cos(-\theta_r) \cos(\vartheta) \cos(\psi) \dot{\psi} - l_b \sin(-\theta_r) \cos(\psi) \cos(\gamma) \dot{\gamma} + l_b \cos(-\theta_r) \cos(\psi) \sin(\gamma) \dot{\theta} + \\
 l_b \cos(-\theta_r) \sin(\vartheta) \sin(\psi) \dot{\vartheta} - l_b \sin(-\theta_r) \cos(\vartheta) \sin(\psi) \dot{\theta} + l_b \sin(-\theta_r) \sin(\psi) \sin(\gamma) \dot{\psi} - l_b \sin(-\theta_r) \cos(\vartheta) \cos(\gamma) \sin(\psi) \dot{\vartheta} - \\
 l_b \sin(-\theta_r) \cos(\psi) \cos(\gamma) \sin(\vartheta) \dot{\psi} + l_b \cos(-\theta_r) \cos(\gamma) \sin(\vartheta) \sin(\psi) \dot{\theta} + l_b \sin(-\theta_r) \sin(\vartheta) \sin(\psi) \sin(\gamma) \dot{\gamma}
 \end{cases} \quad (5)$$

大地坐标系经过次旋转 $(\gamma, \vartheta, \psi)$ 可以得到伞体坐标系, 得到伞刚体的角速度:

$$\begin{bmatrix} \omega_{px} \\ \omega_{py} \\ \omega_{pz} \end{bmatrix} = L(\gamma, \vartheta, \psi) \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\psi} \\ 0 \end{bmatrix} + L(\gamma) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\vartheta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\gamma} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

经过 4 次旋转 $(\gamma, \vartheta, \psi, \theta)$ 可以得到弹体坐标系, 得到弹刚体的角速度:

$$\begin{bmatrix} \omega_{bx} \\ \omega_{by} \\ \omega_{bz} \end{bmatrix} = L(\theta) \begin{bmatrix} \omega_{px} \\ \omega_{py} \\ \omega_{pz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (7)$$

伞刚体和弹刚体的动能为式(8)和式(9):

$$T_p = \frac{1}{2} m_p (v_{px}^2 + v_{py}^2 + v_{pz}^2) + \frac{1}{2} J_{px} \omega_{px}^2 + \frac{1}{2} J_{py} \omega_{py}^2 + \frac{1}{2} J_{pz} \omega_{pz}^2 \quad (8)$$

$$T_b = \frac{1}{2} m_b (v_{bx}^2 + v_{by}^2 + v_{bz}^2) + \frac{1}{2} J_{bx} \omega_{bx}^2 + \frac{1}{2} J_{by} \omega_{by}^2 + \frac{1}{2} J_{bz} \omega_{bz}^2 \quad (9)$$

则稳态扫描阶段弹伞系统的动能可以表示为:

$$T = T_p + T_b \quad (10)$$

伞弹系统在平移坐标系中的受力情况为:

$$\mathbf{F} = [F_{px} \quad F_{py} - m_p g \quad F_{pz} \quad M_{px} \quad M_{py} \quad M_{pz} \quad F_{bx} \quad F_{by} - m_b g \quad F_{bz}] \quad (11)$$

在力的方向上的虚拟位移为:

$$\delta_0 = [\delta_{xp} \quad \delta_{yp} \quad \delta_{zp} \quad \delta_{Cp} \quad \delta_{Bp} \quad \delta_{Ap} \quad \delta_{xb} \quad \delta_{yb} \quad \delta_{zb}]^T \quad (12)$$

由式(11)和(12)可以得到虚拟做功为:

$$\delta W = \mathbf{F} \delta_0 \quad (13)$$

伞弹系统的受力情况如下所示^[16-17]:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{N} &= C_N \frac{\rho}{2} v^2 \frac{\pi}{4} d^2 \\
 \mathbf{T} &= C_T \frac{\rho}{2} v^2 \frac{\pi}{4} d^2 \\
 \mathbf{M} &= C_M \frac{\rho}{2} v^2 \frac{\pi}{4} d^3 \\
 \mathbf{L} &= (C_{l0} + C_{lp} \frac{\omega_x d}{2v}) \frac{\rho}{2} v^2 \frac{\pi}{4} d^3
 \end{aligned} \quad (14)$$

对(14)式进行弹体坐标系到平移坐标系的转换就可以得到伞弹系统在平移坐标系中的受力情况。将式(10)和(13)代入式(1), 可以得到末敏弹稳态扫描阶段的动力学模型为:

$$\mathbf{A} \ddot{\mathbf{q}}_k + \mathbf{B} \dot{\mathbf{q}}_k + \mathbf{C} - \mathbf{Q}_k = 0, (k=1, 2, \dots, 7) \quad (15)$$

3 算例分析

子弹的质量为 11 kg, 直径为 0.15 m, 长度为 0.2 m。旋转伞的质量为 0.35 kg, 直径为 1.5 m, 特征长度为 0.8 m, 子弹的静态悬挂角固定为 20°, $C_{l0} = 0.02$, $C_{lp} = -0.017$, 其它参数见图 2。其中, C_n 表示阻力系数, C_l 表示侧向力系数, C_m 表示俯仰力矩系数。

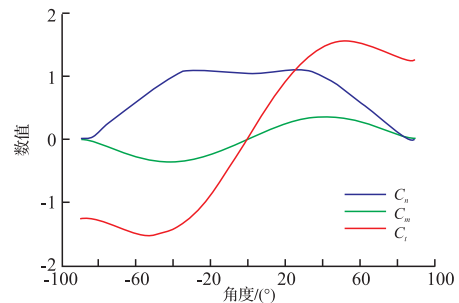


图 2 旋转伞的动力学参数

Fig.2 Kinetic parameters of the rolling parachute

设置仿真高度为 200 m, 速度为 70 m/s, 弹道

倾角为 60°,并假设其它参数为 0,忽略旋转降落伞开伞过程,仿真结果见图 3~6。

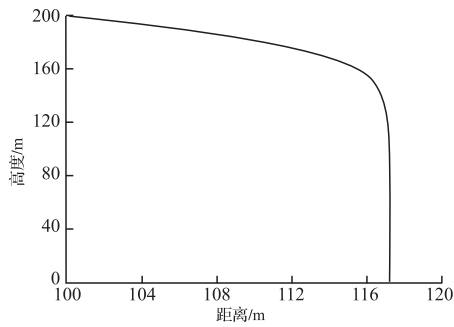


图 3 伞弹系统的运动轨迹

Fig.3 Moving track of parachute-bomb system

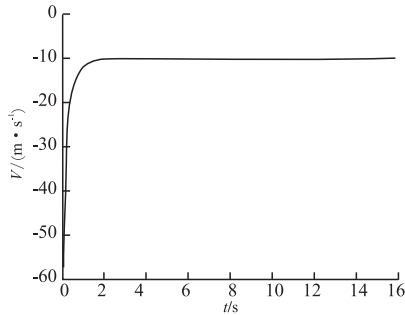


图 4 伞弹系统的垂直下降速度

Fig.4 Vertical fall speed of parachute-bomb system

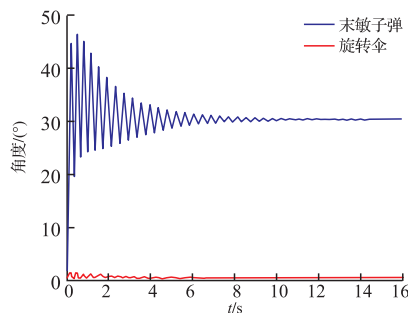


图 5 未敏子弹和旋转伞的攻角

Fig.5 Angle of attack of sensitive Cluster and rolling parachute

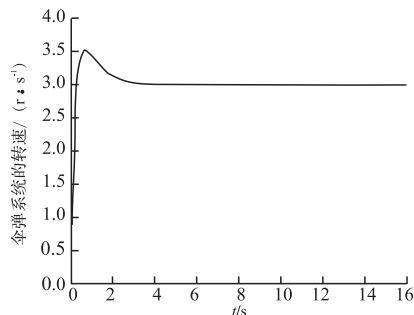


图 6 伞弹系统的角速度

Fig.6 Angular velocity of parachute-bomb system

由图可见,旋转降落伞打开后,受到阻力的作用,使伞弹系统继续减速,经过 2 s 的时间,随着速度的降低,最终实现伞弹系统重量与所受空气阻力

的平衡,速度稳定在 10 m/s 左右;在旋转降落伞导旋力矩的作用下,转速由 0 开始迅速增大至 3.5 r/s,同时受到伞极阻尼力矩的影响,转速在 4 s 之后稳定在 3 r/s,达到了稳态扫描阶段对转速的要求^[18];下降初期,未敏子弹的扫描角的摆动幅度较大,未敏子弹的扫描角在各项参数中最后达到稳定状态,经过 7.2 s 的时间才逐渐趋于稳定,最终稳定在 30°左右。至此,伞弹系统经过 7.2 s 的运动完全进入了稳定状态,高度为 100 m 左右,水平移动距离为 16.8 m,水平速度已经趋于 0,开始以螺旋线的形式扫描地面装甲目标。

4 结语

稳态扫描阶段,下降速度、转速、扫描角依次达到稳定,此时旋转伞的伞轴与垂直方向有一个夹角,这对旋转伞的气动稳定性有严格的要求。本文采用拉格朗日动力学建模方法建立的稳态扫描阶段模型,避免了推导过程中的复杂约束力求解和仿真过程中的奇点问题,便于稳态扫描阶段的弹道特性分析,为伞弹系统的优化提供思路。

参考文献(References):

[1] 杨绍卿.灵巧弹药工程[M].北京:国防工业出版社,2010.
YANG Shaoqing. Smart Munition Engineering [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2010. (in Chinese)

[2] ZHANG Jun, LIU Rongzhong, GUO Rui, MA Xiaodong. Aerodynamic Heating Numerical Simulation of Terminal-Sensitive Projectile at Deceleration and Despinning Trajectory[C]//International Conference on Mechanical, Automotive and Materials Engineering (CMAME), 2013;302-307.

[3] 杨启仁.子母弹飞行动力学[M].北京:国防工业出版社,1999.
YANG Qiren. Flight Dynamics of Cargo Projectile [M].Beijing: National Defense Industry Press, 1999. (in Chinese)

[4] Vicente Nadal-Mora. Experimental Investigation of Autotating-wing Aerodynamic Decelerator System [R].AIAA, 2005-1635.

[5] Yin kegong, Liu rongzhong, Zhang mingxue, et al. The Application of Monte Carlo Method in the Identification of Terminal Sensitive Projectile Targets and the Simulation[C]//International Symposium on test and Measurement(ISTM/2005).2005;1-5.

[6] HU Zhipeng, ZHU Yufang. A New Design for Termi-

- nal Sensitive Projectile Scanning Technology [C]// Proceedings of the International Conference on Mechanical Engineering and Mechanics, 2007, 2: 81-85.
- [7] Xu Gang, lu Tingjin. Ballistic Trajectory Model of Terminal-Sensitive Projectile and Design of Graphics Simulation System [C]// Proceedings of the 7th Asia-Pacific Conference on Control and Measurement, 2006: 131-134.
- [8] 唐乾刚, 张青斌, 张晓今, 等. 伞-弹系统九自由度动力学模型 [J]. 兵工学报, 2007(4): 449-552.
TANG Qiangang, ZHANG Qingbin, ZHANG Xiaojin, et al. Nine-Degree-of-Freedom Model of Bomb-Parachute System [J]. Acta Armamentarii, 2007(4): 449-552. (in Chinese)
- [9] GUO Rui, LIU Rongzhong. Study on the Decelerating and Rotating Dynamics Model for a Certain Rotating Parachute System [C]// 2010 Third International Conference on Information and Computing, 2010.
- [10] 王瑞, 曹咏弘. 基于 Adams 的伞-弹系统动态特性仿真 [J]. 计算机仿真, 2014, 31(9): 84-87.
WANG Rui, CAO Yonghong. Dynamic Characteristics Simulation for Parachute-Bomb System Based on Adams [J]. Computer Simulation, 2014, 31(9): 84-87. (in Chinese)
- [11] 邱荷, 刘荣忠, 郭瑞, 等. 末敏弹可视化仿真研究 [J]. 计算机仿真, 2013, 26(3): 33-36.
QIU He, LIU Rongzhong, GUO Rui, et al. Study on Visual Simulation of Terminal-Sensitive Projectile [J]. Computer Simulation, 2013, 26(3): 33-36. (in Chinese)
- [12] 李增刚. ADAMS 入门详解与实例 [M]. 2 版. 北京: 国防工业出版社, 2014.
- LI Zenggang. ASAMS Introductory Explanation and Example [M]. 2nd ed. Beijing: National Defense Industry Press, 2014. (in Chinese)
- [13] 朱勇, 刘莉. 基于拉格朗日力学的伞-弹系统动力学建模 [J]. 航空学报, 2009, 7(30): 1208-1213.
ZHU Yong, LIU Li. Dynamic Model of Parachute-Projectile Systems Based on Lagrange Mechanics [J]. Acta Aeroautica et Astronautica Sinica, 2009, 7(30): 1208-1213. (in Chinese)
- [14] 张劲夫, 秦卫阳. 高等动力学 [M]. 北京: 科学出版社, 2004.
ZHANG Jinfu, QIN Weiyang. Higher Dynamics [M]. Beijing: Science and Technology Press, 2004. (in Chinese)
- [15] 钱杏芳. 导弹飞行力学 [M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2000.
QIAN Xingfang. Flight Mechanics of Guided Missile [M]. Beijing Institute of Technology Press, 2000. (in Chinese)
- [16] Doherr, K.-F., Synofzik, R. Investigations of Rotating Parachutes for Submunition [R]. AIAA 1986-2438.
- [17] Dohher F, Schilling H. Nine-Degree-of-Freedom Simulation of Rotating Parachute Systems [J]. Aircraft, 1992, 29: 75-79.
- [18] 殷克功. 末敏子弹运动特性分析研究 [D]. 南京: 南京理工大学, 2008.
YIN Kegong. Study on the Motion Characteristic of Terminal-Sensitive Submunition [D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2008. (in Chinese)

(编辑: 徐敏)