

# 直接分配到弹的双层反导火力规划模型

李龙跃, 刘付显, 杨国哲, 赵麟锋

(空军工程大学防空反导学院, 陕西西安, 710051)

**摘要** 反导作战火力运用是反导力量建设的核心内容之一, 末段双层反导火力规划是一个复杂的不确定多约束条件优化问题, 对火力规划进行了问题分析、弹-目分配时机分析和模型假设; 分 2 个阶段建立了直接分配到弹的末段双层反导火力规划模型, 模型重点考虑拦截目标与拦截弹杀伤时间窗口的对应关系, 建立起武器系统拦截弹与来袭目标的弹-目对应分配关系, 提供一种新的、快速的双层反导火力规划方法。

**关键词** 双层反导; 弹-目分配; 拦截任务分配; 拦截有利度

**DOI** 10.3969/j.issn.1009-3516.2014.06.009

**中图分类号** TP391.1 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2014)06-0040-05

## A Direct Interception Missile Assignment Model in Firepower Planning of Double-Layer Anti-Missile Combat

LI Long-yue, LIU Fu-xian, Yang Guo-zhe, Zhao Lin-feng

(School of Air and Missile Defense, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

**Abstract:** Firepower application is one of the core problem in anti-missile power construction, Firepower Planning of double-layer anti-missile combat in terminal phase is a Nondeterministic polynomial hard Modeling question. We analysis the problem, when to assign the interception missiles to the targets and give the model assumptions; Then we establish the direct interception missile assignment model in firepower planning of double-layer anti-missile combat This model break the research which targets only can be assigned to the weapon system or fire units in the past, assigned the interception missiles to ballistic missiles one by one, it's a new idea about firepower planning.

**Key words:** Double-layer anti-MISSILE Interception missile-targets assignment; Interception mission assignment; Interception advantage degree

随着反导力量建设的深入, 地空导弹反导火力规划问题不可避免, 并体现出与防空火力运用不同的本质特征。由于弹道导弹飞行速度快、可拦截时间短, 反导作战瞬间定成败, 且反导武器系统发射架配置距离长达数十千米, 传统防空作战对目标分配

到火力单元的方法已不再适用。在传统防空体系中, 目标分配与火力分配方案直接影响着防空作战效果, 是防空武器自动化指挥系统的核心。武器目标分配概念(Weapon Target Assignment, WTA)是由 Patrick Ahamad Hosein 首先提出, 其实质是

**收稿日期:** 2013-09-30

**作者简介:** 李龙跃(1988—), 男, 河南驻马店人, 博士生, 主要从事反导作战决策优化理论研究。E-mail: lilong\_yue@126.com

**引用格式:** 李龙跃, 刘付显, 杨国哲, 等. 直接分配到弹的双层反导火力规划模型[J]. 空军工程大学学报: 自然科学版, 2014, 15(6): 40-44. LI Longyue, LIU Fuxian, Yang Guozhe, et al. A direct interception missile assignment model in firepower planning of double-layer anti-missile combat[J]. Journal of air force engineering university: natural science edition, 2014, 15(6): 40-44.

用动态规划的思想解决静态武器目标分配问题<sup>[1]</sup>。Babbitt J.D.和 Miklaski M.H.探讨了反导火力运用问题,对分段拦截的交接、各类武器系统拦截时间节点进行了系统的分析<sup>[2]</sup>;娄寿春与刘兴从作战概念、动力学模型、火力协调、火力效率评估等不同方面开展了深入细致地研究<sup>[3-4]</sup>;黄仁全与方逸洪分别建立了高低2层反导火力分配的一般模型和基于连续Hopfield网络的反导火力分配模型<sup>[5-6]</sup>。本文基于反导作战指挥信息系统,首先分析了弹-目分析时机,给出模型假设,其次分拦截任务分配和拦截弹分配两阶段建立了数学模型,最后进行了仿真实例体现了模型良好的应用前景。

## 1 问题分析

末段反导作战包括末段高层拦截和末段低层拦截,分别由地空导弹末段高层、低层反导武器系统执行作战任务<sup>[7]</sup>。末段低层拦截用于保护范围较小的区域或点状目标,通常在大气层内低层(40 km以下)空域拦截目标,是目前技术上最为成熟的反导系统。末段高层拦截也称区域高层反导,通常在大气层内高空(40~150 km)或大气层外(150 km以上)的部分空域拦截目标,具有潜在的防御远程及洲际弹道导弹的能力。地空导弹武器系统末段双层反导作战示意简图见图1。

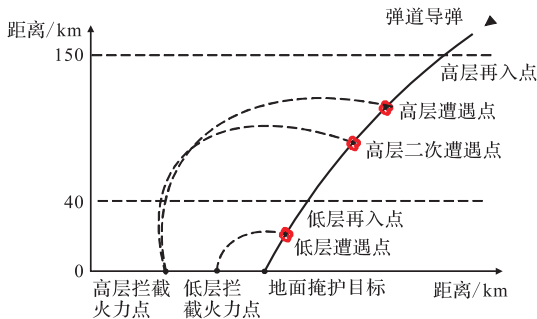


图1 末段双层反导作战示意图

Fig.1 Sketch map of two-layer anti-missile battle in terminal phase

末段双层反导火力规划指对高、低两层所有反导火力统一规划,以在整个作战空间中取得对敌火力打击的最佳效果。其目的是在多个约束条件下,比如拦截弹资源约束和射击次数约束,确定武器系统对弹道导弹目标的拦截序列和射击次数,使整体的作战效能达到最大化<sup>[8-9]</sup>。

## 2 弹-目分配时机与模型假设

### 2.1 弹-目分配时机

弹-目分配过早,对预警探测能力要求较高、占用资源较多,且目标实施机动或被识别出是诱饵而引起分配方案重新修正的可能性较大;分配太晚,会缩短对目标的可拦截时间,甚至贻误战机。图2中末段双层反导弹-目分配可分为2阶段,目标进入跟踪指导雷达作用距离远界后,在到达高层反导武器系统杀伤区远界之前,首先对目标进行初分配,解决由哪个武器系统对目标进行拦截、在什么时间拦截的问题。在目标进入高层反导武器系统杀伤区之前,完成弹-目分配任务,解决对于分配给武器系统的目标由哪一枚拦截弹进行拦截的问题。

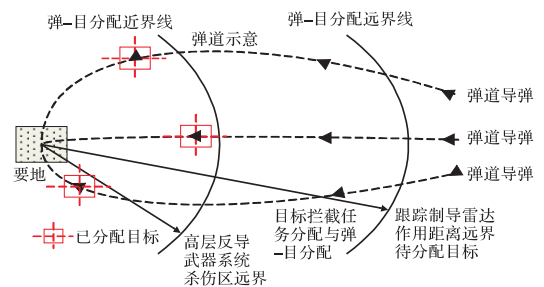


图2 弹-目分配的阶段和时机

Fig.2 Phase and time of interceptor-target assignment

### 2.2 模型假设

1)低2层反导武器系统部署已定,可对来袭目标均构成双层拦截态势,拦截顺序依照尽远拦截、先高后低的原则。反导作战目标为最大限度的保卫要地,即不给定对目标的拦截概率,旨在防止弹道导弹突防,直至目标被成功拦截。

2)“拦截-评估-拦截”模式,由高层反导武器系统发射拦截弹进行拦截,若拦截失败,再由高层反导武器系统进行2次拦截。若拦截失败,由低层反导武器系统进行拦截,拦截成败由武器系统自行评估。

3)设某地空导弹阵地部署了  $m$  个高层反导武器和  $n$  个低层反导武器,需要拦截  $k$  个目标,已知武器系统掌握的信息如下:1 目标  $j$  的威胁值为  $\omega_j$  ( $j=1,2,\dots,k$ );2 火力单元  $i$  对个目标  $j$  的杀伤概率  $p_{ij}$ ;3 火力单元  $i$  可对目标  $j$  的拦截时间窗口  $[t_{ij1}(t_{ij1}'), t_{ij2}(t_{ij2}')] (参数说明见式(1))$ 。

## 3 目标拦截任务分配

### 3.1 目标拦截任务分配模型

目标拦截任务分配模型如下:

$$\max z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^k c_{ij} x_{ij} n_{ij} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k c'_{ij} x'_{ij} n'_{ij} \quad (1)$$

$$c_{ij} = \lambda \omega_j + (1 - \lambda) p_{ij}; c'_{ij} = \lambda \omega_j + (1 - \lambda) p'_{ij}$$

$$n_{ij} = (t_{ij2} - t_{ij1}) / \Delta t; n'_{ij} = (t'_{ij2} - t'_{ij1}) / \Delta t$$

式中:  $z$  为末段双层反导-目匹配收益函数;  $c_{ij}$  ( $c'_{ij}$ ) 为高层(低层)反导武器系统  $i$  对目标  $j$  的拦截收益值;  $x_{ij}$  ( $x'_{ij}$ ) 为高层(低层)反导武器系统  $i$  是否对目标  $j$  进行拦截,  $x_{ij}$  ( $x'_{ij}$ )  $\in \{0, 1\}$ ;  $n_{ij}$  ( $n'_{ij}$ ) 为高层(低层)反导武器系统  $i$  对目标  $j$  的拦截次数,  $n_{ij} \in \{1, 2\}$ ,  $n'_{ij} \in \{0, 1\}$ ;  $t_{ij1}$  ( $t'_{ij1}$ ) 和  $t_{ij2}$  ( $t'_{ij2}$ ) 分别为高层(低层)反导武器系统  $i$  对目标  $j$  的拦截开始时刻和结束时刻;  $\Delta t$  ( $\Delta t'$ ) 为高层(低层)反导武器系统  $i$  对目标  $j$  的完成 1 次拦截的平均时间;  $\lambda$  是权重系数, 其值由专家给定;  $p_{ij}$  ( $p'_{ij}$ ) 为高层(低层)反导武器系统  $i$  对目标  $j$  的杀伤概率。

约束条件主要有 5 个: ① 基于 0-1 规划思想, 在  $t$  时刻高层(低层)反导武器系统  $i$  对目标  $j$  射击为 1, 不射击时为 0; ② 双层反导武器系统拦截目标的次数不能超过其导弹容量  $B_i$ ; ③ 武器系统拦截弹数量有限,  $\bar{n}_i$  是武器系统  $i$  最大可用拦截弹数量; ④ 设定高层至多可拦截 2 次, 低层至多可拦截 1 次; ⑤ 设  $f_{ij}(t)$  是在  $t$  时刻  $i$  武器系统拦截  $j$  目标的拦截可行性函数, 可行时  $f_{ij}(t) = 1$ , 否则  $f_{ij}(t) = 0$ 。综上, 可得:

$$\text{s.t.} \begin{cases} x_{ij}(t)(x'_{ij}(t)) = \begin{cases} 1, & \text{对目标射击} \\ 0, & \text{不对目标射击} \end{cases} \\ \forall i, \sum_{j=1}^k x_{ij}(t) \leq B_i, \sum_{j=1}^k x'_{ij}(t) \leq B'_i \\ \sum_{j=1}^T x_{ij}(t) \leq \bar{n}_i; x_{ij}(t) \leq f_{ij}(t) \\ \sum_{i=1}^m x_{ij}(t) = \{1, 2\}, \sum_{i=1}^m x'_{ij}(t) = \{0, 1\} \end{cases} \quad (2)$$

### 3.2 模型求解思路

假设有 3 枚来袭目标见图 3, 本文作者在文献 [8] 中曾将需要拦截目标任务按时间段分解为多个子时间段, 可转换为对所有子时间段的求解。

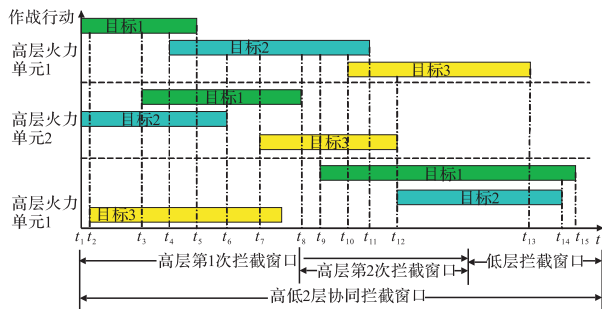


图 3 时间段分解示意图

Fig.3 Sketch map of time decomposition

图 3 中,  $t_1, t_2, t_3, t_4, t_7, t_9, t_{10}, t_{12}$  时刻对 3 枚目标开始拦截,  $t_5, t_6, t_8, t_{11}, t_{13}, t_{14}, t_{15}$  时刻拦截结

束, 按顺序两两之间依次组成 14 个时间段  $[t_1, t_2]$ ,  $[t_2, t_3], \dots, [t_{14}, t_{15}]$ , 在每个时间段中, 武器系统与目标之间存在 2 种关系: 1 武器系统是否能拦截目标; 2 武器系统是否拦截目标。设  $[t_{i1}, t_{i2}]$  为拦截任务分解后第  $i$  个子任务  $A_i$  所处的时间段<sup>[10]</sup>, 分别构造出子时间段可分配矩阵  $S_i$  与子时间段分配矩阵  $G_i$ 。 $A_i$  的子时间段可分配矩阵是在该子时间段内, 由目标对武器系统的可分配关系为元素所构成的矩阵  $S_i$ 。 $S_i$  矩阵中, 当目标  $j$  在  $[t_{i1}, t_{i2}]$  时间段中处于第  $i$  个高层武器系统可拦截范围之内时  $x_{ij} = 1$ , 否则  $x_{ij} = 0$ ; 当目标在该时间段中处于第  $i$  个低层武器系统可拦截范围之内, 则  $x_{(m+i)j} = 1$ , 否则  $x_{(m+i)j} = 0$ 。即:

$$S_i = \begin{bmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1k} \\ \vdots & & \vdots \\ x_{(m+n)1} & \cdots & x_{(m+n)k} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$A_i$  的子时间段分配矩阵是在该子时间段内, 由目标对武器系统的分配关系为元素所构成的矩阵  $G_i$ 。 $G_i$  矩阵中, 当目标  $j$  在  $[t_{i1}, t_{i2}]$  时间段中被第  $i$  个高层武器系统拦截时,  $y_{ij} = 1$ , 否则  $y_{ij} = 0$ ; 当目标在该时间段第  $i$  个低层武器系统高度被拦截时  $y_{(m+i)j} = 1$ , 否则  $y_{(m+i)j} = 0$ 。即:

$$G_i = \begin{bmatrix} y_{11} & \cdots & y_{1k} \\ \vdots & & \vdots \\ y_{(m+n)1} & \cdots & y_{(m+n)k} \end{bmatrix} \quad (4)$$

此时, 第  $i$  个子时间段目标拦截任务分配模型转化为:

$$\begin{aligned} \max z &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^k c_{ij} y_{ij} + \sum_{i=m+1}^{m+n} \sum_{j=1}^k c_{ij} y_{ij} \\ \text{s.t.} & \begin{cases} 0 \leq y_{ij} \leq x_{ij} \\ \forall i, \sum_{j=1}^k x_{ij}(t) \leq B_i, \sum_{j=1}^k x'_{ij}(t) \leq B'_i \\ \sum_{i=1}^m y_{ij} = \{0, 1, 2\} \\ x_{ij} \in S_i, y_{ij} = \{0, 1\} \end{cases} \end{aligned} \quad (5)$$

## 4 拦截弹分配

### 4.1 拦截弹拦截有利度函数

首先分析高层反导武器系统(见图 4), 设平面直角坐标系中拦截弹  $O$  为原点, 目标位于  $A$  点, 坐标  $(x_a, y_a)$ , 航路角为  $\beta$ , 速度为  $v_a$ 。 $v_a$  在  $x$  轴和  $z$  轴上的分量为  $v_{ax}$  与  $v_{az}$ , 目标相对于拦截弹  $O$  的航路捷径为:

$$d = OD = OB \sin \beta = OB \cdot AC/AB \quad (6)$$

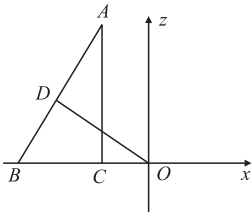


图 4 航路捷径示意图

Fig.4 Sketch map of airway shortcut

$t$  为目标从 A 点飞至 B 点的时间,  $OB = BC + CO$ ,  $BC = v_{ax}t$ ,  $AC = v_{az}t$ ,  $AB = v_a t$ , 因此航路捷径  $d$  (非负) 为:

$$d = \left| (x_a + v_{ax}t) \frac{v_{az}t}{v_a t} \right| = \left| \frac{x_a v_{az} + v_{ax}t v_{az}}{v} \right| = \frac{|x_a v_{az} + z v_{ax}|}{v} \quad (7)$$

定义 1 高层武器系统拦截弹对目标拦截有利度函数  $f_H$  是目标相对拦截弹的航路捷径  $d$  的函数,  $f_H$  为:

$$f_H = \begin{cases} 1, & 0 \leq d \leq d_o \\ 0.5 + \frac{d_{\max} - d_m}{2(d_{\max} - d_o)}, & d_o < d \leq d_{\max} \\ 0, & d > d_{\max} \end{cases} \quad (8)$$

定义 2 低层武器系统拦截弹对目标拦截有利度函数  $f_L$  是目标的落点相对于拦截弹部署位置之间距离  $s_{ij}$  的函数,  $f_L$  为:

$$f_L = \begin{cases} \gamma + (s_{\max} - s_{ij})/2s_{\max}, & \text{位于落点后方} \\ (s_{\max} - s_{ij})/2s_{\max}, & \text{位于落点前方} \end{cases} \quad (9)$$

式中  $\gamma$  为低层武器系统拦截弹与弹道导弹落点位置关系的因子;  $s_{ij}$  为拦截弹  $i$  相对目标  $j$  落点的距离;  $s_{\max}$  为拦截弹能对目标拦截时相对目标落点的最大距离。

#### 4.2 火力规划流程

直接分配到弹的末段双层反导火力规划流程为: ①初始输入: 输入目标拦截任务分配的结果; ②参数设置: 设置参数  $d_{\max}$ 、 $d_o$ 、 $s_{\max}$ , 输入目标该时刻对于高层拦截弹的航路捷径  $d_m$  及预计落点位置相对于低层拦截弹的距离  $s_{ij}$  等参数; ③拦截弹编号: 对武器系统所属拦截弹按顺序编号拦截弹 1、拦截弹 2、... 拦截弹  $n$ ; ④拦截有利度计算: 根据式 (8) 和 (9) 计算每一枚拦截弹对目标的拦截有利度; ⑤发射决策: 选择拦截有利度最大的拦截弹对目标射击, 若拦截有利度相同选择编号较小拦截弹发射, 若拦截弹已经分配或已发射则拦截有利度置为 0。

## 5 仿真分析

假设某地在 0 s、60 s、120 s 向某要地发射 3 枚弹道导弹, 地空导弹阵地有 2 部高层反导武器系统和 1 部低层反导武器系统。3 部武器系统对目标的拦截时间窗口见表 1。

表 1 可拦截时间窗口

Tab.1 Interception time window

作战行动	目标 1	目标 2	目标 3
高层 1 第 1 次射击	[46,61]	[51,72]	[54,76]
高层 1 第 2 次射击	[52,60]	[52,79]	[53,77]
高层 2 第 1 次射击	[45,65]	[51,79]	[54,71]
高层 2 第 2 次射击	[45,63]	[51,81]	[56,74]
低层 1 第 1 次射击	[49,62]	[52,83]	[59,89]

53 s 目标 3 达到可拦截状态, 可划分为 18 个子时间段, 子时间段内武器系统对目标可拦截状态明确, 采用本文作者在文献 [8] 中给出的吸引子粒子群算法 (APSO) 进行求解, 得到目标拦截任务分配结果限于篇幅不再给出具体结果。

现已将 3 枚目标在不同的时间段分配给高、低两层武器系统, 下面需要计算每一枚拦截弹对目标的拦截有利度, 步骤为: ①拦截弹编号: 设高层武器系统有 8 个发射架, 每个发射架有 4 枚拦截弹, 共 32 枚拦截弹, 按照一定顺序对 32 枚拦截弹进行编号; 低层武器系统有 2 个发射架, 每个发射架有 4 枚拦截弹, 共对 8 枚拦截弹按编号; ②拦截有利度计算: 针对分配给武器系统的每一个目标计算每一枚拦截弹的拦截有利度, 选择拦截有利度最大的拦截弹对目标进行射击。需要说明的是, 同一发射架拦截弹的拦截有利度是一样的, 此时规定拦截弹编号较小的拦截弹优先发射, 避免冲突; ③拦截弹状态确认: 在对拦截弹进行编号和拦截有利度计算时, 需要对其状态确认, 在发射架无拦截弹或拦截弹已发射的情况下, 拦截有利度自动置为 0。

最后可以用矩阵  $R$  来表示各武器系统的拦截弹-目标分配结果:

$$R = \begin{matrix} & \text{目标 1} & \cdots & \text{目标 } n \\ \text{拦截弹 1} & x_{11} & \cdots & x_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \text{拦截弹 } m & x_{m1} & \cdots & x_{mn} \end{matrix} \quad (10)$$

限于篇幅这里就不在将矩阵一一写出。通过以上分析和计算可以给出弹-目分配方案见表 2。

表2 弹-目分配方案

Tab.2 Interceptor-target assignment scheme

武器系统	事件	拦截目标	发射窗口/s	发射拦截弹编号
高层武器系统 1	第 1 次拦截目标	目标 2	[53,60]	拦截弹 2
高层武器系统 1	第 2 次拦截目标	目标 2	[60,63]	拦截弹 3、5
高层武器系统 1	第 1 次拦截目标	目标 3	[63,71]	拦截弹 7
高层武器系统 1	第 2 次拦截目标	目标 3	[71,76]	拦截弹 11、12
高层武器系统 2	第 1 次拦截目标	目标 1	[53,59]	拦截弹 23
高层武器系统 2	第 2 次拦截目标	目标 1	[59,63]	拦截弹 27、28
高层武器系统 2	第 1 次拦截目标	目标 2	[63,72]	拦截弹 15
高层武器系统 2	第 2 次拦截目标	目标 2	[72,79]	拦截弹 21、22
低层武器系统	拦截目标	目标 1	[77,81]	拦截弹 5
低层武器系统	拦截目标	目标 3	[77,81]	拦截弹 2
低层武器系统	拦截目标	目标 2	[77,83]	拦截弹 1

27-30. (in Chinese)

## 6 结语

本文根据反导作战火力运用特点,研究了双层反导拦截弹-目标分配问题,分两阶段建立了数学模型,并对模型的求解思路和方法进行了探讨,其中时间段分解和拦截弹拦截有利度的定义具有一定的新意,需要注意的是拦截弹的拦截有利度是不断变化的,只要目标在运动就要重新计算,这一点也体现了动态分配的思想。

## 参考文献 (References):

- [1] Patrick A, Hosein M A. Some analytical results for the dynamic weapon-target allocation Problem [R]. LIDS-P-1944, 1990.
- [2] Babbitt J D, Miklaski M H. Methodology for developing timing constraints for the ballistic missile defense system [D]. California: Naval postgraduate school, 2004.
- [3] 娄寿春. 地空导弹射击指挥控制模型[M]. 北京: 国防工业出版社, 2009.
- LOU Shouchun. Command and control models of Surface-to-Air missile firing [M]. Beijing: National defense industry press, 2009. (in Chinese)
- [4] 刘兴, 梁维泰, 赵敏. 一体化空天防御系统[M]. 北京: 国防工业出版社, 2011.
- LIU Xing, LIANG Wei-tai, Zhao Min. Integrate aerospace defense system [M]. Beijing: National defense industry press, 2009. (in Chinese)
- [5] 黄仁全, 李为民, 田原. 末段高低两层协同反导火力分配模型研究[J]. 现代防御技术, 2010, 38(4): 27-30.
- HUANG Renquan, LI Weimin, TIAN Yuan. Research on the firepower distribution model of the upper layer cooperate with lower layer for missile defense [J]. Modern defense technology, 2010, 38(4):

- [6] 方逸洪, 李为民, 周晓光. 基于连续 Hopfield 网络的反导火力分配优化[J]. 空军工程大学学报: 自然科学版, 2011, 12(6): 32-38.
- FANG Yihong, LI Weimin, ZHOU Xiaoguang. A study of the optimal anti-missile firepower distribution based on continuous hopfield neural networks[J]. Journal of air force engineering university: Natural science edition, 2011, 12(6): 32-38. (in Chinese)
- [7] 孙连山, 杨晋辉. 导弹防御系统[M]. 北京: 航空工业出版社, 2005.
- SUN Lianshan, YANG Jinhui. Missile defense system [M]. Beijing: Aviation industry press, 2005. (in Chinese)
- [8] 李龙跃, 刘付显, 梅颖颖. 末段反 TBM 火力目标匹配优化及 APSO 求解算法[J]. 系统工程与电子技术, 2013, 35(5): 993-999.
- LI Longyue, LIU Fuxian, MEI Yingying. Attractor particle swarm optimization for anti-TBM firepower-target match modeling in terminal phase [J]. Systems engineering and electronics, 2013, 35(5): 993-999. (in Chinese)
- [9] 丁涛, 马大为, 汤铭端. 基于禁忌退火粒子群算法的火力分配[J]. 系统仿真学报, 2006, 18(9), 2480-2483.
- DING Tao, MA Dawei, TANG Mingduan. TSAPSO: a hybrid search algorithm of tabu search and annealing particle swarm optimization for weapon-target assignment [J]. Journal of system simulation, 2006, 18(9), 2480-2483. (in Chinese)
- [10] 崔超, 李为民, 王前. 空地联合反 TBM 预警的任务分配优化[J]. 兵工自动化, 2010, 29(1), 16-19.
- CUI Chao, LI Weimin, WANG Qian. Optimization of task assignment in anti-TBM warning by satellite and ground radar [J]. Ordnance industry automation, 2010, 29(1), 16-19. (in Chinese)

(编辑: 田新华)