

BDS/GPS 四频组合观测值系数选择方法与分析

王勇¹, 赵修斌¹, 庞春雷¹, 段荣¹, 王祝欣²

(1.空军工程大学信息与导航学院,陕西西安,710077;2.93033部队,辽宁沈阳,110411)

摘要 长波长、弱电离层延迟、低噪声的线性组合观测值能够实现整周模糊度的快速确定,而组合的波长、电离层延迟系数及观测噪声都由组合系数决定。在用频率因子、电离层延迟因子和观测噪声因子表征组合波长、电离层延迟系数及观测噪声大小的基础上,利用搜索法得到了适合于整周模糊度解算的BDS/GPS B_1 、 B_2 、 L_1 、 L_2 四频组合观测值系数,利用函数法得到了观测噪声最优时组合观测值系数和与频率因子及电离层延迟因子的函数关系,结果表明, $(0, -1, 0, 1)$ 、 $(-1, 0, 1, 0)$ 和 $(-1, -1, 1, 1)$ 3组系数确定的组合观测值具有较长的组合波长,较小的电离层延迟误差和观测噪声,有利于整周模糊度的解算。

关键词 北斗卫星导航系统;全球定位系统;四频组合观测值

DOI 10.3969/j.issn.1009-3516.2014.04.017

中图分类号 TN967.1 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2014)04-0070-05

A Selective Method and Analysis of BDS/GPS Four-Frequency Combination Observational Coefficients

WANG Yong¹, ZHAO Xiu-bin¹, PANG Chun-lei¹, DUAN Rong¹, WANG Zhu-xin²

(1.Information and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China;

2. Unit 93033, Shenyang 110411, China)

Abstract: Long wavelength, weak ionospheric delay and low noise linear combination observational value can realize a quick determination of the integral ambiguity, and all the combined wavelength, the ionospheric delay coefficient and observational noise are determined by the combination coefficients. On the basis of the frequency factor, the ionospheric delay factor and the observational noise factor characterized by the combined wavelength, the ionospheric delay coefficient and the observational noise, the BDS/GPS B_1 、 B_2 、 L_1 、 L_2 four-frequency combination observation coefficients suitable for integral ambiguity resolution are obtained. The functional relationships of the combination observation coefficients, the frequency factor and the ionospheric delay factor are obtained under the condition that the observation noise is in the lowest by utilizing the function method. The results show that the combination observational values determined by the three groups, i.e., and are comparatively long in the combination wavelength, comparatively weak in the ionospheric delay error and comparatively low in the observation noise, which are suitable for integral ambiguity resolution.

收稿日期:2014-02-25

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61273049)

作者简介:王勇(1989-),男,山东潍坊人,硕士生,主要从事卫星导航与定位研究.E-mail: wshay1989@sina.com

引用格式:王勇,赵修斌,庞春雷,等.BDS/GPS 四频组合观测值系数选择方法与分析[J].空军工程大学学报:自然科学版,2014,15(4):70-74. WANG Yong, ZHAO Xiubin, PANG Chunlei, et al. A selective method and analysis of BDS/GPS four-frequency combination observational coefficients[J]. Journal of air force engineering university: natural science edition, 2014, 15(4): 70-74.

Key words: BDS; GPS; four frequency combination observation

BDS 与 GPS 两系统结合, 不仅能增加可视卫星数, 提高导航定位的精度和可靠性, 而且能提供更多的多频载波相位线性组合观测值, 其中具有长波长、弱电离层噪声和弱观测噪声特性的组合观测值能够提高整周模糊度的解算成功率, 缩短解算时间^[1-3], 从而实现运载体的快速准确定位测姿。

文献[4]论述了由 Galileo 系统的 4 个频率载波进行测量的组合观测值的一般定义, 对有关的误差影响进行了分析, 给出了一些典型的组合, 并分析了它们可能的应用。文献[5]给出了三频线性组合的一般形式, 分析了电离层延迟和观测噪声对三频组合的影响, 给出了选择线性组合系数的长波长标准、弱电离层延迟标准、弱观测噪声标准以及一些组合性质较好的线性组合。文献[6~7]系统地研究了三频相位组合观测值在模糊度解算方面的应用及其提高定位精度方面的优势。文献[8]提出了运用整数规划算法确定三频组合观测值的方法。文献[9]将载波相位组合观测值的噪声放大系数表示为与组合观测波长和电离层延迟影响系数相关参数的函数, 提出了基于函数极值法求解特定波长和电离层延迟影响系数下的噪声最优线性组合系数方法。目前大部分文献研究的是单系统双频或三频组合观测值。随着我国 BDS 的建设发展, 有必要对 BDS/GPS 双系统多频组合观测值进行研究。

1 BDS/GPS 四频载波相位观测模型

B_1, B_2, L_1, L_2 的频率及波长见表 1。

表 1 BDS/GPS 载波频率及波长

Tab.1 Carrier frequency and wavelength of BDS/GPS

载波	基准频率/MHz	扩展倍数	标准频率/MHz	波长/m
B_1	2.046	763	1 561.098	0.192
B_2	2.046	590	1 207.140	0.283
L_1	10.230	154	1 575.420	0.190
L_2	10.230	120	1 227.600	0.244

设同一历元 2 台接收机对相同 2 颗卫星的 BDS/GPS 四频载波相位观测模型^[10]为:

$$\Phi_{B_1} = \frac{\rho}{\lambda_{B_1}} + N_{B_1} - \frac{I}{\lambda_{B_1}} + \epsilon_{B_1} \quad (1)$$

$$\Phi_{B_2} = \frac{\rho}{\lambda_{B_2}} + N_{B_2} - \frac{q^2(B_1, B_2)I}{\lambda_{B_2}} + \epsilon_{B_2} \quad (2)$$

$$\Phi_{L_1} = \frac{\rho}{\lambda_{L_1}} + N_{L_1} - \frac{q^2(B_1, L_1)I}{\lambda_{L_1}} + \epsilon_{L_1} \quad (3)$$

$$\Phi_{L_2} = \frac{\rho}{\lambda_{L_2}} + N_{L_2} - \frac{q^2(B_1, L_2)I}{\lambda_{L_2}} + \epsilon_{L_2} \quad (4)$$

式中: ρ 为卫星至接收机的几何距离 (包含卫星钟

差、接收机钟差和对流层延迟误差等与频率无关的误差); I 表示 B_1 频率上的电离层延迟误差; $\Phi_{B_1}, \Phi_{B_2}, \Phi_{L_1}, \Phi_{L_2}$ 表示 B_1, B_2, L_1, L_2 频率上以周为单位的载波相位观测值; $\lambda_{B_1}, \lambda_{B_2}, \lambda_{L_1}, \lambda_{L_2}$ 表示 B_1, B_2, L_1, L_2 频率所对应的波长; $N_{B_1}, N_{B_2}, N_{L_1}, N_{L_2}$ 表示 B_1, B_2, L_1, L_2 频率上的整周模糊度; $\epsilon_{B_1}, \epsilon_{B_2}, \epsilon_{L_1}, \epsilon_{L_2}$ 表示 B_1, B_2, L_1, L_2 频率上以周为单位的观测噪声;

$$q(B_1, B_2) = \frac{f_{B_1}}{f_{B_2}} = \frac{763}{590}; q(B_1, L_1) = \frac{f_{B_1}}{f_{L_1}} = \frac{763}{770}; q(B_1, L_2) = \frac{f_{B_1}}{f_{L_2}} = \frac{763}{600} \quad (4)$$

设 $\Phi_{B_1}, \Phi_{B_2}, \Phi_{L_1}, \Phi_{L_2}$ 的组合系数分别为 i, j, k, m , 则组合观测值可表示为:

$$\Phi_c = i\Phi_{B_1} + j\Phi_{B_2} + k\Phi_{L_1} + m\Phi_{L_2} \quad (5)$$

将式(1)~式(4)代入式(5)可得:

$$\Phi_c = \left[\frac{i}{\lambda_{B_1}} + \frac{j}{\lambda_{B_2}} + \frac{k}{\lambda_{L_1}} + \frac{m}{\lambda_{L_2}} \right] \rho + (iN_{B_1} + jN_{B_2} + kN_{L_1} + mN_{L_2}) - \left[\frac{i}{\lambda_{B_1}} + \frac{jq^2(B_1, B_2)}{\lambda_{B_2}} + \frac{kq^2(B_1, L_1)}{\lambda_{L_1}} + \frac{mq^2(B_1, L_2)}{\lambda_{L_2}} \right] I + (i\epsilon_{B_1} + j\epsilon_{B_2} + k\epsilon_{L_1} + m\epsilon_{L_2}) \quad (6)$$

根据式(6)可得到组合波长 λ_c 、组合整周模糊度 N_c 、组合电离层延迟系数 κ_c 及组合观测噪声 ϵ_c 。

组合波长为:

$$\lambda_c = \frac{1}{i/\lambda_{B_1} + j/\lambda_{B_2} + k/\lambda_{L_1} + m/\lambda_{L_2}} \quad (7)$$

组合频率为:

$$f_c = if_{B_1} + jf_{B_2} + kf_{L_1} + mf_{L_2} \quad (8)$$

式(8)可进一步表示为:

$$f_c = in_{B_1}f_{B_0} + jn_{B_2}f_{B_0} + kn_{L_1}f_{L_0} + mn_{L_2}f_{L_0} \quad (9)$$

式中: f_{B_0} 和 f_{L_0} 分别表示 BDS 和 GPS 的基准频率; $n_{B_1}, n_{B_2}, n_{L_1}, n_{L_2}$ 分别表示 B_1, B_2, L_1, L_2 相对于其各自基准频率的扩展倍数, 见表 1。

根据 BDS 和 GPS 基准频率的关系, 式(9)还可表示为:

$$f_c = (in_{B_1} + jn_{B_2} + 5kn_{L_1} + 5mn_{L_2})f_{B_0} \quad (10)$$

设组合观测值的频率因子为:

$$\delta_f = in_{B_1} + jn_{B_2} + 5kn_{L_1} + 5mn_{L_2} \quad (11)$$

频率因子 δ_f 越小, 组合波长越长。当 δ_f 取得最小值 1 时, 组合波长取得最大值 146.526 m。

组合整周模糊度为:

$$N_c = iN_{B_1} + jN_{B_2} + kN_{L_1} + mN_{L_2} \quad (12)$$

要使组合整周模糊度保持整数特性, 就要求组合系数 i, j, k, m 取值为整数。

组合电离层延迟系数为:

$$\kappa_c = i/\lambda_{B_1} + jq^2(B_1, B_2)/\lambda_{B_2} + kq^2(B_1, L_1)/\lambda_{L_1} + mq^2(B_1, L_2)/\lambda_{L_2} \quad (13)$$

进一步可化为:

$$\kappa_c = \left[i + j \frac{n_{B_1}}{n_{B_2}} + k \frac{n_{B_1}}{5n_{L_1}} + m \frac{n_{B_1}}{5n_{L_2}} \right] \frac{1}{\lambda_{B_1}} \quad (14)$$

设电离层延迟因子为:

$$\delta_\kappa = i + jn_{B_1}/n_{B_2} + kn_{B_1}/5n_{L_1} + mn_{B_1}/5n_{L_2} \quad (15)$$

电离层延迟因子 δ_κ 越小,组合观测值的电离层延迟误差越小。

组合观测噪声为:

$$\epsilon_c = i\epsilon_{B_1} + j\epsilon_{B_2} + k\epsilon_{L_1} + m\epsilon_{L_2} \quad (16)$$

可以假设 ϵ_{B_1} 、 ϵ_{B_2} 、 ϵ_{L_1} 、 ϵ_{L_2} 服从均值为 0, 方差为 σ^2 的高斯独立同分布, 则 ϵ_c 服从均值为 0, 方差为 $(i^2 + j^2 + k^2 + m^2)\sigma^2$ 的高斯分布^[10]。

设观测噪声因子为:

$$\delta_\epsilon = i^2 + j^2 + k^2 + m^2 \quad (17)$$

观测噪声因子 δ_ϵ 越小,组合观测噪声越小。

2 组合观测值系数选择方法

2.1 搜索法

组合波长越长,电离层延迟误差越小,观测噪声越小,则组合观测值越有利于整周模糊度的解算^[3]。所以特性较好的组合观测值需满足以下条件:①组合波长较长;②组合系数为整数;③电离层延迟误差较小;④组合观测噪声较小^[9]。根据式(11)、式(15)和式(17),上述条件等价于数学表达式:

$$\begin{cases} in_{B_1} + jn_{B_2} + 5kn_{L_1} + 5mn_{L_2} < \alpha \\ i, j, k, m \in Z \\ i + jn_{B_1}/n_{B_2} + kn_{B_1}/5n_{L_1} + mn_{B_1}/5n_{L_2} < \beta \\ i^2 + j^2 + k^2 + m^2 < \gamma \end{cases} \quad (18)$$

式中: α 表示频率因子的阈值; β 表示电离层延迟因子的阈值; γ 表示组合观测噪声因子的阈值。

α 、 β 和 γ 的具体取值可以根据实际的应用要求进行设定。由条件④可知, i 、 j 、 k 、 m 的取值范围可进一步约束在 $(-\sqrt{\gamma}, \sqrt{\gamma})$ 之间。在此范围根据条件①和条件③进行搜索就可得到符合要求的组合观测值系数。

当符合要求的组合观测值较多时,可以进一步计算各组合观测值的频率因子、电离层延迟因子和噪声因子,然后根据基线长度和整周模糊度解算方法的不同选择较优的组合观测值系数。

2.2 函数法

虽然搜索法能够得到特性较好的组合观测值系数,但其所需时间较长,而且无法得到组合观测值系数与组合波长、组合电离层延迟误差及组合观测噪

声的函数关系。函数法是将组合观测噪声因子表示为频率因子、电离层延迟因子及观测值系数和的函数,当观测噪声因子取极值时可以得到组合观测值系数和与频率因子和电离层延迟因子的函数关系式,从而反映组合观测值系数与组合波长、组合电离层延迟误差及组合观测噪声的函数关系。

设 BDS/GPS 的组合观测值系数和 $S = i + j + k + m$, BDS 的组合观测值系数和 $B = i + j$, 结合式(11)及式(15)可得:

$$\begin{bmatrix} n_{B_1} & n_{B_2} & 5n_{L_1} & 5n_{L_2} \\ 1 & \frac{n_{B_1}}{n_{B_2}} & \frac{n_{B_1}}{5n_{L_1}} & \frac{n_{B_1}}{5n_{L_2}} \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ j \\ k \\ m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_f \\ \delta_\kappa \\ S \\ B \end{bmatrix} \quad (19)$$

记为:

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{C} \quad (20)$$

$$\text{式中: } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} n_{B_1} & n_{B_2} & 5n_{L_1} & 5n_{L_2} \\ 1 & \frac{n_{B_1}}{n_{B_2}} & \frac{n_{B_1}}{5n_{L_1}} & \frac{n_{B_1}}{5n_{L_2}} \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{x} =$$

$(i \ j \ k \ m)^T$ 为整数矩阵; $\mathbf{C} = (\delta_f \ \delta_\kappa \ S \ B)^T$ 。

因为矩阵 \mathbf{A} 的行列式 $\det \mathbf{A}$ 不为零,所以由式(20)可得:

$$\mathbf{x} = \frac{1}{\det \mathbf{A}} (\mathbf{h}\delta_f + \mathbf{l}\delta_\kappa + \mathbf{s}S + \mathbf{b}B) \quad (21)$$

式中列向量 \mathbf{h} 、 \mathbf{l} 、 \mathbf{s} 、 \mathbf{b} 分别为矩阵 \mathbf{A} 的伴随矩阵 \mathbf{A}' 的第 1 至第 4 列。

将 $\mathbf{x}^T \mathbf{x} = i^2 + j^2 + k^2 + m^2$ 代入式(17)可得:

$$\delta_\epsilon = \frac{1}{|\det \mathbf{A}|^2} (\mathbf{h}\delta_f + \mathbf{l}\delta_\kappa + \mathbf{s}S + \mathbf{b}B)^T (\mathbf{h}\delta_f + \mathbf{l}\delta_\kappa + \mathbf{s}S + \mathbf{b}B) \quad (22)$$

令 $\mathbf{d} = \mathbf{l}\delta_\kappa + \mathbf{s}S + \mathbf{b}B$, 则式(22)可表示为:

$$\delta_\epsilon = \frac{1}{|\det \mathbf{A}|^2} (\mathbf{h}^T \mathbf{h} \delta_f^2 + 2 \mathbf{h}^T \mathbf{d} \delta_f + \mathbf{d}^T \mathbf{d}) \quad (23)$$

将式(23)对 δ_f 求导并令导数等于零可得:

$$\mathbf{S} = -\frac{\mathbf{s}^T \mathbf{s}}{\mathbf{s}^T \mathbf{s}} \delta_f - \frac{\mathbf{s}^T \mathbf{l}}{\mathbf{s}^T \mathbf{s}} \delta_\kappa - \frac{\mathbf{s}^T \mathbf{b}}{\mathbf{s}^T \mathbf{s}} B \quad (24)$$

\mathbf{S} 的就近取整值即为特定 δ_f 、 δ_κ 和 B 下使观测噪声因子最小的组合观测值系数和。由式(24),根据 BDS/GPS 的载波频率值得:

$$\mathbf{S} = 7.348 \times 10^{-4} \delta_f + 0.435 \delta_\kappa + 4.796 \times 10^{-4} B \quad (25)$$

由于 δ_f 、 B 的系数较小,所以当 δ_f 、 B 不是远大于 δ_κ 时,可以认为组合观测噪声最优条件下组合观测值系数和仅与组合电离层延迟因子有关。

利用相同的方法可以进一步得到:

$$\delta_f = -591.984 7 \delta_k + 1.360 8 \times 10^3 S + 0.653 8 B \quad (26)$$

$$\delta_k = -0.001 7 \delta_f + 2.298 6 S + 0.001 1 B \quad (27)$$

由式(26)可知,频率因子与电离层延迟因子及组合观测值系数和都有关,电离层延迟因子越大,频率因子越小,组合观测值系数和越大,频率因子越大。由式(27)可知,电离层延迟因子仅与组合观测值系数和有关,组合观测值系数和越大,电离层延迟因子越大,且电离层延迟因子约为组合观测值系数和的 2.3 倍。由式(26)和式(27)可知,频率因子及电离层延迟因子与 BDS 单系统的组合系数和基本

无关。

3 计算结果及分析

利用搜索法选择 BDS/GPS 四频组合观测值系数,根据式(18),以 $1 < \delta_f < 50, -5 < \delta_k < 5, 0 < \delta_s < 100$ 为条件进行搜索,则可以得到 160 种组合观测值系数,其中部分特性较好的组合观测值系数见表 2。

表 2 BDS/GPS 四频组合观测值系数

Tab. 2 Four frequency combination observation coefficients of BDS/GPS

<i>i</i>	<i>j</i>	<i>k</i>	<i>m</i>	δ_f	δ_k	δ_s	<i>S</i>	λ_c/m
-3	3	-4	6	1	4.546 0	70	2	146.526 0
1	-1	-1	1	3	-0.024 9	16	0	48.842 0
-2	1	2	-1	4	0.003 4	10	0	36.631 5
-5	4	-2	5	5	4.549 4	70	2	29.305 4
2	-3	5	-6	6	-4.515 1	74	-2	24.421 0
2	-2	-2	2	6	-0.024 9	16	0	24.421 0
-1	0	1	0	7	-0.009 1	4	0	20.932 3
0	-1	0	1	10	-0.021 6	2	0	14.652 6
-3	1	3	-1	11	-0.005 7	20	0	13.320 5
1	-2	-1	2	13	-0.034 0	10	0	11.271 2
1	7	-4	-3	13	2.273 9	75	1	11.271 2
-2	0	2	0	14	-0.018 2	8	0	10.466 1
-5	3	-2	6	15	4.527 8	74	2	9.768 4
5	-6	2	-3	15	-4.592 5	74	-2	9.768 4
-1	-1	1	1	17	-0.030 6	4	0	8.619 2
0	-2	0	2	20	-0.043 1	8	0	7.326 3
-3	0	3	0	21	-0.027 3	18	0	6.977 4
1	6	-4	-2	23	2.252 4	57	1	6.370 7
1	-3	-1	3	23	-0.055 6	20	0	6.370 7
-2	-1	2	1	24	-0.039 7	10	0	6.105 3
-1	-2	1	2	27	-0.052 2	10	0	5.426 9
6	1	-2	-6	28	-2.318 6	77	-1	5.233 1
0	-3	0	3	30	-0.064 7	18	0	4.884 2
-3	-1	3	1	31	-0.048 8	20	0	4.726 6
-2	-2	2	2	34	-0.061 3	16	0	4.309 6
2	-6	5	-3	36	-4.619 8	36	-2	4.070 2
-1	-3	1	3	37	-0.073 8	20	0	3.960 2
-1	5	-2	-1	47	2.212 6	31	1	3.117 6

由表 2 中 δ_k 与 *S* 2 列的数据可知,电离层延迟因子约为组合观测值系数和的 2.3 倍,符合函数法所得电离层延迟因子与组合观测值系数和的函数关系结论。当组合观测值系数和 *S*=0 时,电离层延迟因子也接近为 0,说明此时电离层延迟误差对整周模糊度的解算影响很小,如表 2 中的 (-2,1,2,-1), (-1,0,1,0), (-3,1,3,-1) 等组

合观测值系数,其组合观测值比较适合于解算电离层延迟误差较大的中长基线整周模糊度。当组合观测值系数和 *S*≠0 时,电离层延迟因子较大,说明此时电离层延迟误差对整周模糊度的解算影响较大,如表 2 中的 (-3,3,-4,6), (2,-3,5,-6), (1,7,-4,-3) 等组合观测值系数,其组合观测值比较适合于解算电离层延迟误差较小的短基线整周

模糊度。

由表2可知,组合观测值系数 $(0, -1, 0, 1)$ 的组合波长为14.6526 m,电离层延迟因子为 -0.0216 ,观测噪声因子为2; $(-1, 0, 1, 0)$ 的组合波长为20.9323 m,电离层延迟因子为 -0.0091 ,观测噪声因子为4; $(-1, -1, 1, 1)$ 的组合波长为8.6192 m,电离层延迟因子为 -0.0306 ,观测噪声因子为4。综合考虑,在表2中,以上3组组合观测值系数具有最小的电离层延迟因子和观测噪声因子以及较长的组合波长,比较适合用于解算整周模糊度,在不针对特定应用背景的条件下是特性较好的四频载波相位线性组合观测值。

在相同的条件下,利用相同的搜索法对BDS三频组合观测值系数进行搜索,仅可以得到13种特性较好的组合观测值系数,而BDS/GPS四频组合观测值则有160种,这说明BDS/GPS四频组合观测值比BDS三频组合观测值在整周模糊度解算方面更具有优势。

4 结语

本文首先分析了BDS/GPS四频载波相位观测模型,得到了组合波长、组合电离层延迟系数及组合观测噪声的表达式,并假设了频率因子、电离层延迟因子和观测噪声因子3个参数,用以表征上述3个量的大小。然后利用搜索法选择了特性较好的BDS/GPS多频组合观测值系数,利用函数法分析了观测噪声因子较小时组合观测值系数和与频率因子及电离层延迟因子的函数关系。最后从波长、电离层延迟误差及观测噪声3方面综合考虑,给出了一些适合于整周模糊度快速准确解算的BDS/GPS多频组合观测值系数。

在解算整周模糊度时,双系统四频组合观测值优于单系统三频组合观测值;组合观测值系数和越小,电离层延迟误差就越小,当系数和为零时电离层延迟误差也接近于零。在一定的组合波长、电离层延迟误差和观测噪声要求范围内,搜索得到了一些特性较好的组合观测值。但不同条件下的最优组合观测值还需要针对具体的基线长度和整周模糊度解算方法进一步研究。

参考文献(References):

[1] 杨元喜.北斗卫星导航系统的进展、贡献与挑战[J].测绘学报,2010,39(1):1-6.
YANG Yuanxi. Progress, contribution and challenges of

compass/beidou satellite navigation system[J].Acta geodaetica et cartographica sinica,2010,39(1):1-6.(in Chinese)

[2] 霍夫曼·韦伦霍夫,希利特内格尔,瓦斯勒.全球卫星导航系统GPS, GLONASS, Galileo及其他系统[M].程鹏飞,译.北京:测绘出版社,2009:153-179.
Hofmann Wellenhof, Lichtenegger, Wasle. GNSS-Global navigation satellite systems GPS, GLONASS, Galileo&more [M]. CHENG Pengfei translated. Beijing: Surveying and mapping press, 2009:153-179.(in Chinese)

[3] FENG Y. GNSS three carrier ambiguity resolution using Ionosphere-reduced virtual signals[J]. Journal of geodesy, 2008, 82(12): 847-862.

[4] 王泽民,柳景斌. Galileo 卫星定位系统相位组合观测值的模型研究[J]. 武汉大学学报: 信息科学版, 2003, 28(6): 723-727.
WANG Zemin, LIU Jingbin. Model of Galileo GNSS[J]. Geomatics and information science of Wuhan university, 2003, 28(6): 723-727.(in Chinese)

[5] 申丝茗,杨力,张成军. GPS 多频观测量的误差分析及组合选择方法[J]. 海洋测绘, 2010, 30(4): 8-11.
SHEN Siming, YANG Li, ZHANG Chengjun. Errors analysis and combination selection using triple frequency GPS Data[J]. Marine geodesy and cartography, 2010, 30(4): 8-11.(in Chinese)

[6] Urquhart L. An analysis of multi-frequency carrier phase linear combinations for GNSS[R]. Technical report No.263, university of new Brunswick, 2009.

[7] Richert T, EL-Sheimy N. Optimal linear combinations of triple frequency carrier phase data from future global navigation satellite systems[J]. GPS solutions, 2007, 11(1): 11-19.

[8] 陈宇,白征东,原波. 整数规划在三频组合观测值确定中的应用[J]. 大地测量与地球动力学, 2010, 30(6): 116-119.
CHEN Yu, BAI Zhengdong, YUAN Bo. Application of integer programming for determining triple frequency observations[J]. Journal of geodesy and geodynamics, 2010, 30(6): 116-119.(in Chinese)

[9] 李金龙,杨元喜,何海波. 函数极值法求解三频 GNSS 最优载波相位组合观测值[J]. 测绘学报, 2012, 41(6): 797-803.
LI Jinlong, YANG Yuanxi, HE Haibo. Optimal carrier phase combinations for triple frequency GNSS derived from an analytical method[J]. Acta geodaetica et cartographica sinica, 2012, 41(6): 797-803.(in Chinese)

[10] 杨春燕,吴德伟,卢艳娥,等. 基于补充卡尔曼滤波的载波相位平滑伪距算法[J]. 空军工程大学学报: 自然科学版, 2008, 9(5): 52-56.
YANG Chunyan, WU Dewei, LU Yan'e, et al. A phase-smoothed pseudo-range algorithm based on complementary kalman filtering[J]. Journal of air force engineering university: natural science edition, 2008, 9(5): 52-56.(in Chinese)

(编辑:徐楠楠)