

基于 F-范数的变换域通信系统同步参数估计算法

谢铁城¹, 达新宇¹, 褚振勇², 王 舒¹

(1. 空军工程大学信息与导航学院, 陕西西安, 710077; 2. 空军工程大学科研部, 陕西西安, 710051)

摘要 在异步条件下应用特征值分解算法估计变换域通信系统基函数时, 分段得到的特征向量存在模糊现象, 此时将造成系统接收性能的下降。为了解决此问题, 提出了基函数周期序列的同步算法。详细分析估计基函数的特征值分解算法, 推导接收数据的采样延时与其自协方差矩阵特征值的关系式, 得到同步参数的最大似然估计方法, 依据范数的等价性原理, 进一步将最大似然估计中的最大特征值求解问题转化为 F-范数的求解以降低算法复杂度。仿真结果表明: 相比最大特征值算法, 采用 F-范数的估计算法性能一致, 但计算时间明显减少, 算法的估计精度与接收信噪比成正比。异步条件下当估计的基函数存在模糊时, 系统接收性能在同步之后能得到较好的改善。

关键词 变换域通信系统; 基函数; 最大似然估计; F-范数; 范数等价性

DOI 10.3969/j.issn.1009-3516.2014.01.013

中图分类号 TN914.42 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2014)01-0057-05

An Estimation Algorithm of Basis Functions Synchronous Parameters of Transform Domain Communication Systems Based on Frobenius Norm

XIE Tie-cheng¹, DA Xin-yu¹, CHU Zhen-yong², WANG Shu¹

(1. Information and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China;

2. Department of Scientific Research, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

Abstract: When the eigenvalue decomposition (EVD) algorithm is used to estimate the basic function for transform domain communication systems (TDCS) under the asynchronous condition, the eigenvector got by the algorithm is fuzzy, thus degrading the system performance. A synchronous method of basis function is proposed to solve this problem. Based on a detailed study of the EVD algorithm, the relational expression of the data sampling delay and the eigenvalue of self-covariance matrix is deduced, and then a maximum likelihood (ML) estimation algorithm of the synchronization parameter is obtained. According to the norm-equivalence theorem, the frobenius norm is introduced in the problem of finding the largest eigenvalue in ML estimation algorithm, so the algorithm complexity is reduced. The simulation results show that the frobenius norm-based algorithm has the same performance as the largest eigenvalue-based algorithm but it only requires a less calculating time, and its estimation accuracy is in direct proportion to the signal-to-noise ratio (SNR). When the estimated basic function remains fuzzy under the asynchronous condition,

收稿日期: 2013-09-24

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (60972042; 61271250; 61202490); 空军工程大学信息与导航学院研究生论文创新基金资助项目 (2011004)

作者简介: 谢铁城 (1983-), 男, 福建龙岩人, 博士生, 主要从事变换域卫星隐蔽通信研究. E-mail: tie008@qq.com

引用格式: 谢铁城, 达新宇, 褚振勇, 等. 基于 F-范数的变换域通信系统同步参数估计算法[J]. 空军工程大学学报: 自然科学版, 2014, 15(1): 57-61. XIE Tiecheng, DA Xinyu, CHU Zhenyong, et al. An estimation algorithm of basis functions synchronous parameters of transform domain communication systems based on Frobenius norm[J]. Journal of air force engineering university: natural science edition, 2014, 15(1): 57-61.

the reception performance of the system can be improved by the use of basic function after synchronization.

Key words: transform domain communication system; basis function; maximum likelihood estimates; Frobenius norm; norm-equivalence

变换域通信系统(Transform Domain Communication System, TDCS)是一种同时具有低截获和多址能力的抗干扰通信系统,TDCS以其在美空军实验室主持的电子战环境下飞机编队间抗干扰通信项目中的成功应用而备受关注^[1],并被视为认知无线电(Cognitive Radio, CR)中一项潜在的候选技术^[2]。无论民用通信领域还是军用通信领域,TDCS均具有广阔的应用前景,因此,其受到了越来越多国内外学者的关注和研究^[3-6]。

对于非合作变换域通信接收系统,估计基函数是截获 TDCS 信号的关键。对于合作变换域通信系统接收机,当收发端距离较远造成收发端频谱环境不一致,导致接收端无法通过估计己方频谱生成与发送端一致的基函数时,同样需要通过接收信号进行基函数估计,从而完成收发频谱不一致条件下的信号接收^[7-9]。然而,目前国内外关于 TDCS 的研究大多以收发端频谱环境一致为前提条件^[10-14],对于 TDCS 信号侦察方面的研究更未见公开报道。因而,在发送端相关参数未知条件下的基函数估计是 TDCS 领域需要进一步深入研究的重要内容。

1 问题的提出

特征值分解算法是一种广泛应用于直接序列扩频通信中伪码序列估计的统计方法,该方法通过对接收数据矩阵的协方差矩阵进行特征值分解,将得到的特征值按大小依次排列,前几个最大特征值对应的特征向量即主特征向量所张成的空间称为信号子空间,伪码序列则由信号子空间表征,而剩余较小的特征值对应的特征向量所张成的空间称为噪声子空间。对接收数据矩阵的协方差矩阵进行特征值分解得到主特征向量即可完成伪码序列的估计^[15]。

TDCS 基函数频域形式是由幅度谱向量与等长的复伪随机相位向量做数量积得到,其中幅度谱向量由收发两端在给定系统带宽内感知频谱使用情况并标记后得到,复伪随机相位向量则由相位映射器产生,时域基函数由频域基函数做傅里叶反变换后得到。复伪随机相位的存在使得基函数具有良好的自相关性能,接收端也采用相关性解调。TDCS 的信号组成及收发原理类似于直扩系统,对 TDCS 进行特征值分解也可得到基函数序列的估计。

假设信道为加性高斯白噪声信道,调制方式为 MPSK,基带 TDCS 单位周期信号为:

$$r_n = s_n + z_n, n=0, 1, \dots, N-1 \quad (1)$$

式中: $s_n = b_n e^{j2\pi d_l / M}$ 为有用基带信号; $b_n = 1/\sqrt{N}$ $\sum_{k=0}^{N-1} c A_k e^{j\theta_k} e^{j\frac{2\pi k n}{N}}$ 为时域基函数离散序列; A_k 为基函数频谱幅值; $e^{j\theta_k}$ 为复随机相位; θ_k 服从 $[0, 2\pi]$ 均匀随机分布; c 为功率调整因子; M 为调制阶数; d_l 为第 l 次发送的信息数据, $0 \leq d_l \leq M-1$ 且为均匀分布; z_n 是均值为0,方差为 σ_z^2 的高斯噪声。

对于合作通信接收端,基函数周期与采样周期是已知的,对于非合作通信接收端这里也假设可以通过估计得到。接收信号 r 按基函数时域周期进行连续周期分段形成的数据向量为:

$$\mathbf{r}(l) = \mathbf{s}(l) + \mathbf{z}(l), l=0, 1, \dots \quad (2)$$

式中: $\mathbf{s}(l)$ 是接收到的维数为 N 的第 l 周期有用信号; $\mathbf{z}(l)$ 是零均值、方差为 σ_z^2 的 N 维高斯噪声。取 τ 为基函数序列意义上的采样延时, $\tau = \{0, 1, \dots, N-1\}$ 。将 $\{\mathbf{r}(l)\}_{l=0}^{L-1}$ 按列排成 $N \times L$ 维矩阵,当 $\tau \neq 0$ 时,接收数据矩阵 \mathbf{r} 可表示为:

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} 0 & b_{N-\tau} \\ \vdots & \vdots \\ 0 & b_{N-1} \\ b_0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ b_{N-\tau-1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{j2\pi d_1 / M} & e^{j2\pi d_2 / M} & \dots & e^{j2\pi d_L / M} \\ e^{j2\pi d_0 / M} & e^{j2\pi d_1 / M} & \dots & e^{j2\pi d_{L-1} / M} \end{bmatrix} + \mathbf{z} \quad (3)$$

当 $\tau=0$ 时,

$$\mathbf{r} = [b_0 \ b_1 \ \dots \ b_{N-1}]^T [e^{j2\pi d_0 / M} \ e^{j2\pi d_1 / M} \ \dots \ e^{j2\pi d_{L-1} / M}] + \mathbf{z} \quad (4)$$

由于接收数据 $\mathbf{r}(l)$ 为零均值随机向量,其自协方差矩阵等于自相关矩阵,所以自协方差矩阵 $\mathbf{C}_r = E[\mathbf{r}\mathbf{r}^H]$ 。因此,直接对自协方差矩阵进行特征值分解,在大样本渐进意义下,当 $\tau \neq 0$ 时, \mathbf{C}_r 存在2个大的特征值,分别为 $\sigma_s^2(N-\tau) + \sigma_z^2$ 和 $\sigma_s^2\tau + \sigma_z^2$,其中 σ_s^2 为已调信号方差,其对应的特征向量分别为 $[b_{N-\tau} \ b_{N-\tau+1} \ \dots \ b_{N-1} \ 0 \ 0 \ \dots \ 0]^T$ 和 $[0 \ 0 \ \dots \ 0 \ b_0 \ b_1 \ \dots \ b_{N-\tau-1}]^T$,基函数可以直接从这2个向量分段得到。当 $\tau=0$ 时, \mathbf{C}_r 只有一个大的特征值即 $\sigma_s^2 N + \sigma_z^2$,其对应的特征向量包含一个完整的基函数序列。

与直扩伪码序列估计一样,特征值分解的方法简单,实现起来也容易。但同样存在一个问题,由于标量模糊,当 $\tau \neq 0$ 时,分段得到的特征向量存在标量模糊即正反号的现象。如果分段得到的特征向量

方向不一致,那么使用估计出来的特征向量对接收数据进行相关解调,势必带来系统误码率的大大提高。因此,必须解决特征向量的标量模糊问题以提高系统接收性能。

上述分析还提供了一个思路:当 $\tau=0$ 时,最大特征值对应的特征向量已包含完整的基函数序列,该基函数的正反号并不影响系统的接收误码率。因此,我们可以通过同步接收数据矩阵,使得 $\tau=0$,从而可以避免因不同步造成分段特征向量存在标量模糊的问题,并直接正确估计出基函数序列,实现信号接收。

2 同步参数的范数计算方法

对于非合作变换域通信接收系统或者收发频谱不一致条件下的合作变换域通信系统接收机,发送端基函数和同步都是未知的,唯一可能的途径就是从接收到的信号中估计而得到,对于 TDCS 来说,估计出同步参数即采样延时 τ 便可实现基函数序列的同步。

取 $\mathbf{r}^{(k)}$ 为接收信号 $\{r_n\}_{n=k}^{N+L-k-1}$ 按列排成的 $N \times L$ 维矩阵, $k = \{0, 1, \dots, N-1\}$, $\lambda_0^{(k)}$ 为自协方差矩阵 $\mathbf{C}_{r^{(k)}}$ 的最大特征值。显然,当且仅当 $k + \tau = N$ 时, λ_0 取值最大并且等于 $\sigma_s^2 N + \sigma_z^2$ 。因此,分别对自协方差矩阵 $\mathbf{C}_{r^{(k)}}$ 求最大特征值,寻找最大 $\lambda_0^{(k)}$ 所对应的 k 即可求得采样延时 τ 。于是,容易得到采样延时 τ 的最大似然(Maximum Likelihood, ML)估计:

$$\hat{\tau}_{ML} = (N - \underset{k=\{0,1,\dots,N-1\}}{\operatorname{argmax}} (\lambda_0^{(k)}))_N \quad (5)$$

这种方法易于实现,但是该方法计算量大,对于每一个 λ_0 均要对接收数据矩阵的自协方差矩阵做特征值分解,做一次特征值分解的计算复杂度为 $o(N^3)$ 。因此,无论是非合作还是合作接收机,最大似然估计的方法将极大提高计算的复杂度。因此,需要寻找一种具有更低复杂度的估计方法。

对式(5)做进一步分析, $\lambda_0^{(k)}$ 为自协方差矩阵 $\mathbf{C}_{r^{(k)}}$ 的最大特征值, $\lambda_0^{(k)}$ 可视为 $\mathbf{C}_{r^{(k)}}$ 特征值所组成向量 $[\lambda_0^{(k)} \lambda_1^{(k)} \dots \lambda_{N-1}^{(k)}]$ 的 ∞ -范数,即 $\lambda_0^{(k)} = \|\lambda_0^{(k)} \lambda_1^{(k)} \dots \lambda_{N-1}^{(k)}\|_{\infty} = \max_i |\lambda_i^{(k)}|$ 。因此,在采样延时的最大似然估计中求 $\lambda_0^{(k)}$ 等效于在所有 $\mathbf{C}_{r^{(k)}}$ 特征值组成的 N 维向量空间中求解一组具有最大 ∞ -范数的特征值向量。在 N 维向量空间上可以定义各种各样的向量范数,其数值大小一般不同,但是,根据范数的等价性原理^{[16]225-233},就某一个向量而言,如果它的某一种范数值小(或者大),那么它的其他范数值也跟着小(或者大)。也就是说将 N 维特征值向

量空间的所有特征值向量按范数值大小进行排序,其排序并不会因范数的种类而改变,即结果是唯一的。因此,在采样延时的最大似然估计中,如果求解的不是特征值向量的 ∞ -范数,而是计算特征值向量的其他一种范数,并以此寻找最大范数值所对应的特征值向量是相同的。因此,求解具有最大 ∞ -范数的特征值向量可以拓展至其他范数意义下的计算。

根据向量范数的定义,特征值向量的 p 范数可表示为:

$$\|\lambda_0^{(k)} \lambda_1^{(k)} \dots \lambda_{N-1}^{(k)}\|_p = \left(\sum_{i=0}^{N-1} |\lambda_i^{(k)}|^p \right)^{1/p} \quad (6)$$

根据 p 取值的不同,常用的向量范数有:当 $p=1$ 时,称为 1-范数;当 $p=2$ 时,称为 2-范数; $p=\infty$ 时,称为 ∞ -范数。

考虑 $p=2$ 时的情况,即使用 2-范数替代 ∞ -范数求解具有最大范数值的特征值向量。此时,

$$\|\lambda_0^{(k)} \lambda_1^{(k)} \dots \lambda_{N-1}^{(k)}\|_2 = \left(\sum_{i=0}^{N-1} |\lambda_i^{(k)}|^2 \right)^{1/2}$$

。采样这样的等价方法与实际情况也是相符的。因为在大量本渐进意义下,当 $\tau \neq 0$ 时, \mathbf{C}_r 的特征值分别为 $\lambda_0 = \sigma_s^2(N - \tau) + \sigma_z^2, \lambda_1 = \sigma_s^2\tau + \sigma_z^2, \lambda_2 = \lambda_3 = \dots = \lambda_{N-1} = \sigma_z^2$,当且仅当 $\tau=0$ 时, \mathbf{C}_r 的特征值为 $\lambda_0 = \sigma_s^2 N + \sigma_z^2, \lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_{N-1} = \sigma_z^2$ 。分析可以看出, \mathbf{C}_r 的所有特征值之和为常数,并且当且仅当 $\tau=0$ 时有

$$\sum_{i=0}^{N-1} |\lambda_i|^2 \text{ 取值最大。}$$

根据矩阵特征值性质,有 $\sum_{i=0}^{N-1} |\lambda_i^{(k)}|^2 = \operatorname{tr}(\mathbf{C}_{r^{(k)}}^2)$,其中 $\operatorname{tr}(\mathbf{C}_{r^{(k)}}^2)$ 为矩阵 $\mathbf{C}_{r^{(k)}}^2$ 的迹。又由于 $\mathbf{C}_{r^{(k)}}^2 = \mathbf{C}_{r^{(k)}}^H \cdot \mathbf{C}_{r^{(k)}}$,还可以得到:

$$\left(\sum_{i=0}^{N-1} |\lambda_i^{(k)}|^2 \right)^{1/2} = (\operatorname{tr}(\mathbf{C}_{r^{(k)}}^H \cdot \mathbf{C}_{r^{(k)}}))^{1/2} = \|\mathbf{C}_{r^{(k)}}\|_F \quad (7)$$

式中 $\|\mathbf{C}_{r^{(k)}}\|_F$ 为自协方差、矩阵 $\mathbf{C}_{r^{(k)}}$ 的 F-范数。

这样进一步将特征值向量的范数求解问题转化为直接求自协方差矩阵 $\mathbf{C}_{r^{(k)}}$ 的 F-范数,而根据 F-范数的定义:

$$\|\mathbf{C}_{r^{(k)}}\|_F = \left(\sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} |c_{ij}|^2 \right)^{1/2} \quad (8)$$

式中: c_{ij} 为自协方差矩阵 $\mathbf{C}_{r^{(k)}}$ 的每一位元素。F-范数的计算复杂度为 $o(N^2)$,相比较于特征值分解的计算复杂度为 $o(N^3)$ 时有所下降,当 N 取值较大时在一定程度上可以避免对于每一个 $\mathbf{C}_{r^{(k)}}$ 都需要求特征值而带来计算量过大的问题。

综合以上分析,最终可求得采用最大 F-范数的采样延时 τ 估计算法,并记为:

$$\hat{\tau}_F = (N - \underset{k=\{0,1,\dots,N-1\}}{\operatorname{argmax}} (\|\mathbf{C}_{r^{(k)}}\|_F))_N \quad (9)$$

3 仿真分析

下面对最大特征值方法和最大 F-范数方法估计同步参数的性能做仿真分析与验证。仿真条件：设基函数幅度谱周期长度为 64(便于做傅氏变换)，复伪随机相位的相位按 $[0, 2\pi]$ 均匀分布随机产生。基函数采用共轭对称频谱，即频谱幅值成偶对称，相位成奇对称。系统采用 BPSK 调制，发送数据按独立同分布等概产生，信道噪声为高斯白噪声信道。接收端非同步条件下的采样延时分别设为 2、4、6、8 位，其估计误差用均方误差 (Mean Square Error, MSE) 来衡量，并定义为 $MSE_r = E[|\tau - \hat{\tau}|^2]$ 。仿真中每个点均由 5 000 次仿真平均实现。

图 1 为非同步条件下采用最大 F-范数方法和最大特征值方法估计采样延时的均方误差曲线图，图中接收信号信噪比分别取 $-13 \sim 0$ dB，可以看出 2 种估计方法的性能完全一致，这也证明了文中使用最大 F-范数方法替代最大特征值方法估计采样延时的可行性与有效性。算法估计的误差大小还与设定的采样延时有关，设定的采样延时越大其估计误差则越小。随着信噪比的增大，2 种方法的估计误差逐渐减小，并且不同采样延时条件下的性能差别也逐渐缩小。

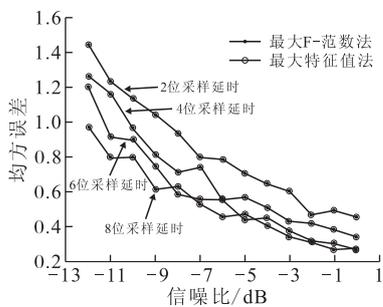


图 1 2 种方法的采样延时估计性能
Fig.1 Sampling delay estimation performance of two methods

图 2 为采用最大 F-范数方法与最大特征值方法估计一次采样延时所耗费的计算时间曲线图，可以看出最大特征值方法所耗时间均明显大于最大 F-范数所使用的时间，并且随着矩阵维数的增大，2 种方法的估计时间差距也越来越大。

图 3 为接收端在非同步条件下分段得到的特征向量存在模糊时使用直接估计的基函数与同步之后估计的基函数进行相关接收的系统误码率性能曲线，其中接收信号信噪比分别取 $-18 \sim -10$ dB。图中基函数模糊的系统接收误码率曲线从上至下的采样延时分别为 8、6、4 和 2 位。由于最大 F-范数和

最大特征值的同步估计方法性能一致，因此图中只列出其中一种估计方法的系统接收误码率曲线，其采样延时也分别取为 2、4、6 和 8 位。从图中可以看出，随着采样延时位数的增加，基函数模糊时的系统误码率性能逐渐降低。这是由于当分段得到的特征向量存在模糊时，估计出的基函数中与采样延时位数相等的部分被取反了，因此导致相关接收时接收有用信号功率的一部分被抵消，并且随着设定的采样延时位数的增加，接收有用信号功率逐渐降低，系统误码率也相应增大。可以看出当采样延时达 8 位时，信噪比增加已均无法改善系统的误码率性能。而当基函数出现模糊时，同步之后估计的基函数有效避免了正反号的问题，并且误码性能不随采样延时的变化而改变，因此具有更好的误码性能。当采样延时为 2 位、系统误码率为 10^{-4} 时，相比基函数出现模糊时的信号接收，同步接收的信噪比增益大约可达 2.2 dB 左右。

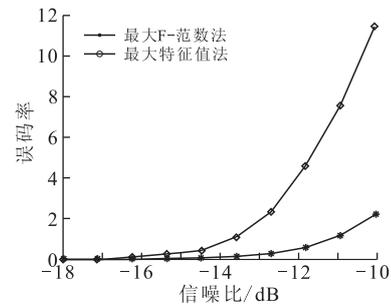


图 2 2 种方法的计算时间曲线
Fig.2 Computing time curves of two methods

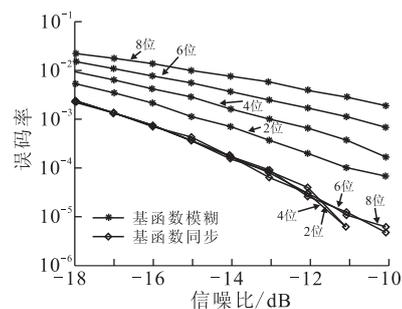


图 3 基函数模糊与同步条件下的系统误码率性能
Fig.3 BER performances of the basis function in fuzzy and synchronization conditions

4 结语

本文研究了 TDCS 基函数的同步参数估计算法，通过同步接收信号的数据矩阵，使得接收数据自协方差矩阵的最大特征值对应的特征向量可以直接实现基函数的估计，避免了异步条件下由于向量模糊而导致接收性能下降的问题。算法根据推导的接

收数据的采样延时与其自协方差矩阵特征值的关系式,得到采样延时的最大似然估计方法,再依据范数的等价性原理,将最大似然估计中的最大特征值求解问题转化为 F-范数的求解,降低了算法复杂度。最后仿真验证了该算法的可行性与有效性,F-范数方法性能与最大似然估计性能一致,但计算量明显减小。2 种方法均可以有效同步接收信号的数据矩阵,同步之后估计的基函数能实现信号的正确接收,相比异步条件下基函数出现模糊时的系统误码性能有较大的改善。文中在发送端相关参数未知的条件下实现了接收数据的同步,进一步提高了基函数估计的性能,这对于提高非合作条件下 TDCS 接收系统的侦察能力和拓展合作条件下系统的应用领域均具有重要意义。

参考文献 (References):

- [1] Radcliffe R A, Gerace G C. Design and simulation of a transform domain communication system [C]//MILCOM 1997. Monterey: IEEE press, 1997: 586-589.
- [2] Chakravarthy V D, Shaw A K, Temple M A, et al. Cognitive radio-an adaptive waveform with spectral sharing capability [C]//IEEE WCNC. New Orleans: IEEE press, 2005: 724-729.
- [3] 刘鑫,刘玉涛,谭学治,等. 认知无线电多址接入系统的研究 [J]. 哈尔滨工业大学学报, 2010, 42(11): 1711-1715.
LIU Xin, LIU Yutao, TAN Xuezhi, et al. Research on system about multiple access of cognitive radio [J]. Journal of Harbin institute of technology, 2010, 42(11): 1711-1715. (in Chinese)
- [4] 陈韵,王逸林,蔡平,等. 基于分数阶 Fourier 变换的远程水声通信技术研究 [J]. 兵工学报, 2011, 32(9): 1159-1164.
CHEN Yun, WANG Yilin, CAI Ping, et al. Research on long range underwater acoustic communication technology based on fractional Fourier transform [J]. Acta armamentarii, 2011, 32(9): 1159-1164. (in Chinese)
- [5] Liang Y C, Chen K C, Li G Y, et al. Cognitive radio networking and communications an overview [J]. IEEE transactions on vehicular technology, 2011, 60(7): 3386-3407.
- [6] Fumat G, Chargé P, Zoubir A, et al. Using set theoretic estimation to address the PAPR problem of spectrum-constrained signals [J]. IEEE transactions on wireless communications, 2012, 11(7): 2373-2381.
- [7] Liu J Y, Su Y T. Performance analysis of transform domain communication systems in the presence of spectral mismatches [C]//IEEE MILCOM 2007. Orlando: IEEE press, 2007: 1-5.
- [8] Han C, Wang J, Liu N, et al. Soft demodulation of transform domain communication system signals [C]//CrownCom 2007. Orlando: IEEE press, 2007: 384-388.
- [9] Han C, Wang J, Yang Y L et al. Addressing the control channel design problem: OFDM-based transform domain communication system in cognitive radio [J]. Computer networks, 2008, 52: 795-815.
- [10] Fumat G, Chargé P, Zoubir A, et al. Transform domain communication systems from a multidimensional perspective, impacts on bit error rate and spectrum efficiency [J]. IET communications, 2011, 5(6): 467-483.
- [11] Wang S B, Zheng Z, Kyungsup K. Two pulse designs for ultra wideband-cognitive radio by using multiple modified transform domain communication system [J]. Applied mathematics & information sciences, 2012, 6(3): 619-628.
- [12] 谢铁城, 达新宇, 褚振勇, 等. 采用时频分析的变换域通信系统基函数设计 [J]. 西安交通大学学报, 2012, 46(6): 42-47.
XIE Tiecheng, DA Xinyu, CHU Zhenyong, et al. Design of basis functions for transform domain communication systems using time-frequency analysis [J]. Journal of Xi'an jiaotong university, 2012, 46(6): 42-47. (in Chinese)
- [13] Hu S, Wu G, Xiao Y, et al. Design of low PAPR fundamental modulation waveform for transform domain communication system [J]. Wireless personal communications, 2013, 71(3): 2215-2229.
- [14] 孙海欣, 石要武, 于晓辉. 基于扩频相位编码的变换域通信系统多址接入能力 [J]. 吉林大学学报: 工学版, 2013, 43(1): 223-228.
SUN Haixin, SHI Yaowu, YU Xiaohui. Multiple access capability for spread coding based transform domain communication system [J]. Journal of Jilin university: engineering and technology edition, 2013, 43(1): 223-228. (in Chinese)
- [15] 任啸天, 徐晖, 黄知涛, 等. 短码 DS-SS 信号扩频序列及信息序列联合盲估计方法 [J]. 通信学报, 2012, 33(4): 169-175.
REN Xiaotian, XU Hui, HUANG Zhitao, et al. Joint blind estimation of the spread-spectrum sequence and information sequence for short-code DS-SS signal [J]. Journal on communications, 2012, 33(4): 169-175. (in Chinese)
- [16] 程云鹏, 张凯院, 徐仲. 矩阵论 [M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2006.
CHENG Yunpeng, ZHANG Kaiyuan, XU Zhong. Matrix theory [M]. Xi'an: Northwestern polytechnical university press, 2006. (in Chinese)

(编辑: 徐楠楠)