

# 高压转子非线性接触模型的 AC-PSO 有限元修正

余 坚<sup>1</sup>, 谢寿生<sup>1</sup>, 张子阳<sup>2</sup>, 王 磊<sup>1</sup>, 王立国<sup>1</sup>, 胡金海<sup>1</sup>

(1.空军工程大学航空航天工程学院,陕西西安,710038;2.95997部队,北京,100071)

**摘要** 针对精确建立航空发动机高压转子有限元模型的问题,提出了基于 AC-PSO 算法修正有限元模型描述航空发动机非线性接触的方法。首先在拉杆结构线性接触力学模型的基础上,建立其非线性模型。其次将模型修正问题转化为求解定义在时域的误差函数的极小值,运用 AC-PSO 算法对惯性权重  $w$  进行自适应动态调整,每一时刻对每一粒子不同对待。最后以某型航空发动机高压转子模型为例进行仿真。通过与非线性模型的 PSO 修正结果及线性模型的 AC-PSO 修正结果比较,该方法可有效进行模型修正。

**关键词** 航空发动机高压转子;非线性模型;修正有限元;云自适应;粒子群算法

**DOI** 10.3969/j.issn.1009-3516.2013.05.001

**中图分类号** V231.9;O327 **文献标志码** A **文章编号** 1009-3516(2013)05-0001-04

## Nonlinear Finite Element Contacting Model Updating in High Pressure Spool Based on Adaptive Cloud PSO Model

YU Jian<sup>1</sup>, XIE Shou-sheng<sup>1</sup>, ZHANG Zi-yang<sup>2</sup>, WANG Lei<sup>1</sup>, WANG Li-guo<sup>1</sup>, HU Jin-hai<sup>1</sup>

(1. Aeronautics and Astronautics Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China; 2. Unit 95997, Beijing 100071, China)

**Abstract:** A method is propounded in this paper to update finite element model of high pressure spool in aero engine to describe the non-linear contacting surfaces exactly. Firstly, the non-linear model is founded based on the linear model in rod fasten rotor. Secondly, it is posed as the minimization of an error function defined in the time domain. The minimization is carried out by a novel particle swarm optimization method based on adaptive cloud distributing model, which treats its different particles distinctly. Finally, the method has been tested through a simulated function model and finite element model of high pressure spool. The performances of the proposed adaptive algorithm are effective in comparison with other related algorithms.

**Key words:** high pressure spool; contacting modal; finite element modal updating; adaptive cloud distributing model; particle swarm optimization

采用拉杆结构可以增强高压转子结构的刚度,但拉杆与盘之间、相邻盘面之间是非完全刚性接触,导致转子刚性不均匀,甚至局部刚度降低。接触问

题本身就是强非线性问题<sup>[1]</sup>,要准确建立航空发动机高压转子有限元模型,就要充分考虑拉杆结构的非线性特征,同时对非线性接触模型进行修正。

收稿日期:2013-01-10

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51105374)

作者简介:余 坚(1988—),男,江西上饶人,硕士生,主要从事结构健康监测及故障诊断研究。

E-mail:csyjian09@163.com

针对上述问题,文献[2~3]将拉杆结构简化为单自由度模型,改进了传统的有限元方法,建立了结合面的接触刚度、接触载荷及接触面积的统计模型。但是,这些研究基本局限于单个拉杆或者2个平行拉杆的装配情况,甚少针对复杂的拉杆装配结构。同时,由于涉及到非线性、多参数的优化求解问题,需要更有效的算法来获得更精确的设计参数。

本文在运用弹塑性滑动模型替代线性阻尼器建立非线性模型的基础上,提出一种基于云自适应的粒子群优化(Adaptive cloud particle swarm optimization, ACPSO)算法修正拉杆结构非线性接触有限元模型的方法。通过实例分析并且比较线性模型的修正结果,可以证明该方法是有效的。

## 1 非线性接触模型的建立

通常航空发动机高压转子盘和盘之间采用过盈方式联接。因此,可以用一组线性阻尼和抗压弹簧来表示它们之间的接触模型,见图1。

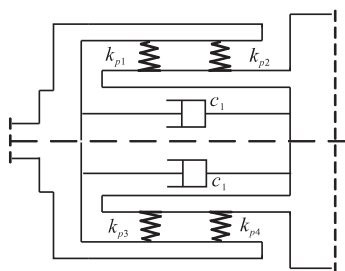


图1 盘面接触的力学模型

Fig.1 Mechanical model of wheel disks contact

但在该非线性接触中,盘与盘之间由拉杆连接,压紧后存在较大摩擦力,可以使横向位移一致,却无法使转角也一致。上述模型无法准确描述这个问题。弹塑性滑动模型包含库伦摩擦力,用其替换线性阻尼器可提高模型的准确度。图2为重建的拉杆结构的弹塑性滑动模型,示意图见图3。该模型包含库伦摩擦力,具有非线性滞后特性,见图4。 $f_D$ 为模型耗散力, $k_r$ 为阻尼器的刚度值, $f_u$ 为摩擦力, $y_n$ 为测量变量  $y$  与内部变量  $y_r$  之差,有:

$$f_D = \begin{cases} k_r y_n, & \text{if } |y_n| \leq \frac{f_u}{k_r} \\ f_u \text{sign}(y_n), & \text{if } |y_n| > \frac{f_u}{k_r} \end{cases} \quad (1)$$

耗散力定律如图4所示。当  $|y_n| \leq \frac{f_u}{k_r}$  时,该模型是线性的;当  $|y_n| > \frac{f_u}{k_r}$  时,模型滑动,摩擦力作用导致能量耗散。

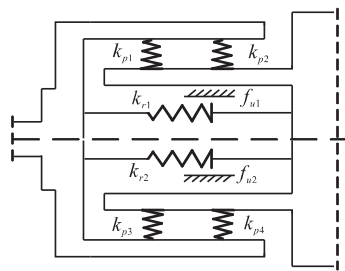


图2 弹塑性滑动模型及示意图

Fig.2 Elasto-slip model and schematic of rodfasten structure

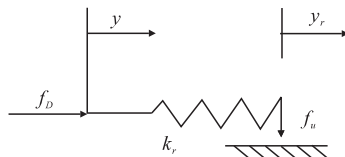


图3 弹塑性滑动模型示意图

Fig.3 Schematic of elasto-slip model

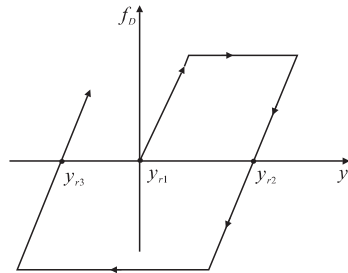


图4 非线性滞后特性

Fig.4 Nonlinear hysteretic characteristic

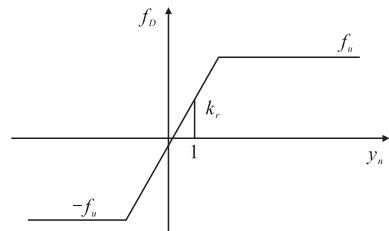


图5 耗散力定律示意图

Fig.5 Schematic of dissipation law

弹塑性滑动模型的运动方程可表示为:

$$M\ddot{y}(t) + f_D(t) + Ky(t) = f_s a_g(t) \quad (2)$$

式中  $f_D(t)$  是耗散力向量,通过式(1)得到,其它向量同线性方程。

## 2 非线性接触模型的进一步修正

### 2.1 选取修正参数

在非线性力学模型的基础上对复杂接触进行有限元修正可以归纳为对有限元模型的接触部位的参数进行修正,通过拉杆结构的非线性力学模型,描述其接触部位的复杂变化。但是,模型中的参数对于 ANSYS 计算结果具有显著影响,初步计算结果证

明要完全描述这种复杂接触,使得计算模态结果与实验模态结果相一致,仅使用 ANSYS 接触单元的原始参数是不够的。

通过灵敏度分析,弹塑性滑动模型中的刚度值  $k_r$  和摩擦力  $f_u$  以及接触部分的抗弯弹簧和抗压弹簧的刚度值  $k_p$  对于模态计算结果影响较大,因此建立基于非线性接触的有限元修正模型,根据高压转子的实验模态分析结果,对这些参数进行修正。

### 2.2 非线性接触的有限元修正问题

非线性接触的有限元修正问题可以表示为:

$$\min f(x)$$

$$\text{s.t. } l_i \leq x_i \leq u_i \quad (x \in R^n, i=1, 2, \dots, n) \quad (3)$$

即修正参数  $x$  以使得目标函数(误差函数)  $f(x)$  取最小值,其中  $[l, u]$  是  $x$  的修正范围。

分析时域信号,可得目标函数  $f(x)$  为:

$$f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M (\hat{y}_{ij} - y_{ij})^2 / \sum_{j=1}^M (y_{ij})^2 \quad (4)$$

式中:  $y_{ij}$  为实测结果;  $\hat{y}_{ij}$  为模型的理论预测结果;  $M$  为测量位置个数;  $N$  为传感器数目;  $i$  为传感器;  $j$  为测量位置编号。

式(4)所示函数为一条多峰值曲线,具有多个局部最小值区域,且幅值变化很小<sup>[4]</sup>,应用常规迭代方法常常因为陷入某个局部极小值而难以求得最优解。从这个角度来讲,该函数也可以作为算法有效性的评价指标。

### 2.3 算法实现

云模型可将定性概念转化为数值形式<sup>[5]</sup>,其不确定性转化模型用语言值描述具有随机性、模糊性。其定义如下:设  $T$  是论域  $r$  上的语言值,  $T$  的隶属云表示  $C_T(r)$  在  $r$  上的分布,简称云。其中  $C_T(r)$  是  $r$  到  $[0, 1]$  上的映射:  $R \rightarrow [0, 1], r \rightarrow C_T(r)$ 。正态云模型<sup>[6]</sup>表示服从正态分布的云模型,由期望值  $E_x$ 、熵  $E_n$ 、超熵  $H_e$  来表征,是一个随机数集。

#### 2.3.1 正态云模型算法

正态云模型结果见图6,图中云滴具有随机性,同时又稳定保持正态分布。

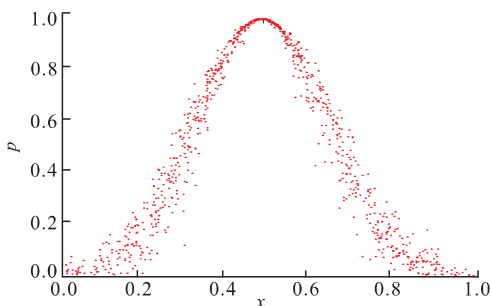


图6 正态云模型

Fig.6 Normal cloud model

算法如下:

$$\begin{aligned} & \text{for } i=1 \text{ to } n \\ & E_n = \text{Randn}(E_n, H_e) \\ & x_i = \text{Randn}(E_x, E_n) \\ & \text{drop}(x_i, \mu) \end{aligned}$$

粒子群算法(PSO)是一种随机搜索全局进化的优化算法<sup>[7]</sup>。但在结构修正中,基本粒子群算法存在早熟收敛问题。因此,Shi Y 和 Eberhart R 在1998年提出了惯性权重  $w$  的概念<sup>[8]</sup>,并得出结论:  $w$  值较大时,利于跳出局部极小值,提高收敛速度;  $w$  值较小时,利于算法收敛,提高收敛精度,以获得更佳的全局优化效果。但对不同的问题,每一代所需比例关系并不相同。此外,对于线性变化的  $w$ ,如果在进化初期搜索不到最优点,在后期陷入局部最小值的风险明显增大<sup>[9]</sup>。

#### 2.3.2 粒子群优化改进算法

本文基于正态云模型的云自适应粒子群算法,提出一种惯性权重  $w$  的动态调整方法。该方法有如下优点:① 惯性权重  $w$  具有自适应性,根据问题解的优劣,自适应分布于云的低端和顶端,以最快收敛速度获得最优全局解;② 动态实时搜索,即使获得最优解,还是会继续在周围寻找更优解。结果见图7。

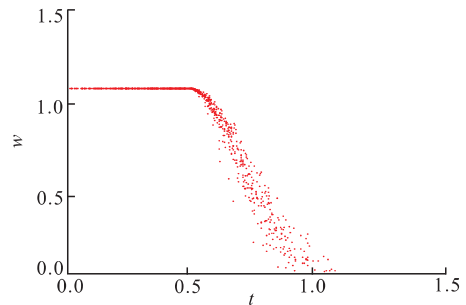


图7  $w$  的动态分布模型

Fig.7 Dynamic model of weight

算法如下:

$$E_x = \bar{f}, E_n = \frac{(f_{\max} - \bar{f})}{c_1}, H_e = \frac{E_n}{c_2},$$

$$E_n = \text{Randn}(E_n, H_e), w = \begin{cases} k_1 e^{-\frac{-(\bar{f} - E_x)^2}{2(E_n)^2}}, & f \geq \bar{f} \\ k_2, & f < \bar{f} \end{cases} \quad (5)$$

式中  $\bar{f}$  和  $f_{\max}$  分别为平均适应度和最大适应度,  $f$  为各粒子的当前适应度,  $c_1$ 、 $c_2$  为控制参数。当  $f < \bar{f}$  时,  $w$  较大;当  $f \geq \bar{f}$  时,  $w$  较小。

算法流程如下:

**STEP 1:**种群初始化。设定迭代次数上限  $i_{\max}$  和粒子群规模  $N$ ;在定义域内随机初始化粒子位置  $x_j, j=1, 2, \dots, N$ ;计算每一粒子的适应度  $f_j$ ,设置各粒子当前最优位置  $p_{j\text{-best}} = x_j$ ;迭代次数为  $n=0$ ;

**STEP 2:**  $n=n+1$ , 比较判断本代具有最优适应度的粒子, 得出当前全局最优位置  $g_{best}$ , 和全局最优适应度  $f_{best}$ 。判断  $f_{best}$  是否满足条件: 是, 转入流程结束; 否, 转入 **STEP 3**;

**STEP 3:** 若  $t \geq i_{max}$ , 则终止迭代, 流程结束; 否则, 转入 **STEP 4**;

**STEP 4:** 计算平均适应度  $\bar{f}$ , 按式(6)更新惯性权重, 生成新一代粒子群体;

**STEP 5:** 检查粒子相似度, 如大于界限值, 则进行部分变异或部分扰动; 否则, 转入 **STEP 6**;

**STEP 6:** 更新粒子群, 如优于  $p_{r_{best}}$ , 则更新  $p_{r_{best}}$  直至结束流程; 否则, 转入 **STEP 2**。

### 3 实例分析

为验证本文方法的有效性, 采用某型航空发动

表 1 模型固有频率修正结果

Tab.1 Modification result of model inherence frequency

阶次	实验频率/Hz	初始频率/Hz	初始误差/%	非线性模型修正后误差/%	
				PSO	AC-PSO
1	434	454.0	4.6	2.5	1.2
2	496	517.6	4.4	2.3	0.7
3	827	873.0	5.6	3.0	0.9
4	915	963.4	5.3	2.6	1.7

从表 1 可以看出, 三阶和四阶的初始误差分别为 5.6%、5.3%, 都超过了 5% 的标准; 经 AC-PSO 方法修正后, 非线性模型最小误差降到 0.7%, 最大误差仅有 1.7%, PSO 算法优化效果明显不如 AC-PSO 算法。

计算修正前后四阶的模态相关性 MAC, 检验有限元模型修正后的准确性, 结果见表 2。初始 MAC 值最大仅为 0.89, 小于 0.9, 相关性都较差; 非线性与线性修正都能提高 MAC 值, 其中非线性修正提高 MAC 值更有效。

表 2 各阶模态相关性

Tab.2 MAC of each rank

阶次	振型	初始 MAC	AC-PSO 修正后 MAC	
			线性	非线性
1	1 节径 (内)	0.85	0.92	0.97
2	1 节圆 (内)	0.89	0.94	0.98
3	1 节径	0.87	0.89	0.95
4	1 节径 (外)	0.88	0.88	0.92

### 4 结语

本文提出了基于 AC-PSO 算法修正有限元模型描述非线性接触的方法。优化求解过程表明: 该

机高压转子的拉杆结构为对象进行有限元修正。采用面接触单元 (CONTA174) 重构有限元模型的接触面, 按正常装配工艺预紧, 有限元模型见图 8。

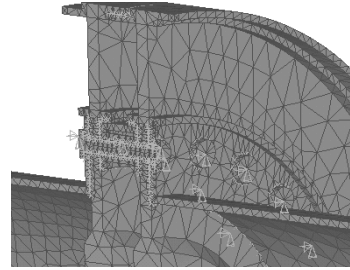


图 8 接触部位的有限元模型

Fig.8 FE modal of contact position

修正前的固有频率等模态参数可通过初始有限元模型得到。在此基础上, 运用 AC-PSO 算法进行非线性模型修正, 结果见表 1。

算法可以直接应用于模型修正, 不需要任何初始的参数修正。通过 AC-PSO 算法修正后, 非线性模型最大误差降为 1.7%, 最小误差仅有 0.7%, PSO 算法将最小误差降低到了 2.3%, 说明 AC-PSO 算法修正非线性模型比 PSO 算法更有效。运用 AC-PSO 算法进行非线性模型修正后 MAC 值最高达到 0.98, 最低达到了 0.92, 而线性修正后 MAC 值最高为 0.94, 最低 0.88, 证明对于拉杆结构的非线性动态特征的描述, 运用 AC-PSO 算法修正弹塑性滑动模型是一种非常理想的手段。

#### 参考文献 (References):

- [1] 何鹏, 刘占生, 张广辉, 等. 分布拉杆转子动力学建模与分析[J]. 汽轮机技术, 2010, 52(1): 4-8.  
HE Peng, LIU Zhansheng, ZHANG Guanghui, et al. Dynamic modeling and analysis of distributed rod fastening rotor[J]. Turbine technology, 2010, 52(1): 4-8. (in Chinese)
- [2] 陈学前, 杜强, 冯加权. 螺栓连接非线性振动特性研究[J]. 振动与冲击, 2009, 28(7): 196-198.  
CHEN Xueqian, DU Qiang, FENG Jiaquan. Nonlinear vibrational characteristic of bolt-joints[J]. Journal of vibration and shock, 2009, 28(7): 196-198. (in Chinese)

(下转第 52 页)