

# 基于 FBM 的海杂波建模方法

司文涛，童宁宁，冯存前

(空军工程大学防空反导学院,陕西西安,710051)

**摘要** 为了建立具有多重分形特性的海杂波模型,提出了基于分式 Brown 运动模型的海杂波建模方法。该方法通过将分式 Brown 运动模型与随机时间序列模型结合,产生了一个近似多重分形的随机过程来模拟海杂波序列。Matlab 仿真与实测数据进行对比,结果表明:模型产生序列具有多重分形的性质,可以有效地对海杂波进行模拟。

**关键词** 海杂波模型;分式 Brown 运动模型;多重分形;Matlab 仿真

**DOI** 10.3969/j.issn.1009-3516.2013.04.011

**中图分类号** TN955.3    **文献标志码** A    **文章编号** 1009-3516(2013)04-0044-04

## Fractal Model for Sea-clutter Based on FBM

SI Wen-tao, TONG Ning-ning, FENG Cun-qian

(Air Defense and Anti-missile College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

**Abstract:** The model of radar sea clutter using fractal theory has a wide application in many research fields. This paper proposes inserting a time-varying random sequence in Fractional Brownian Motion (FBM) model for obtaining an approximate multi-fractal stochastic process to simulate the sea-clutter sequence based on the analysis of multi-fractal characteristic and FBM model. Through Matlab simulation and the comparison with the measured data, the result shows that the sequence produced by the model proposed in this paper is multi-fractal, which can effectively simulate the sea clutter.

**Key words:** sea-clutter model; fractional brown motion (FBM) model; multi-fractal; Matlab simulation

随着雷达技术的发展,目标检测背景的模型不断向复杂化发展。研究表明:散射表面的分维特性将携带到散射信号中。在此基础上,1993 年研究人员将分形理论引入复杂背景的信号检测中,并得到了迅速的发展。许多文献研究了分形理论在雷达目标检测中应用<sup>[1-6]</sup>。这些研究都以实测数据来对理论和方法进行验证和说明,具有很强的说服力,但却不具有普遍性,并且对于大多数科研人员来说实测数据是难以获得的,不利于分形理论在雷达信号检测领域的进一步深入研究和推广。因此,应用分形理论建立海杂波模型显得尤为必要。

基于分形理论的杂波建模,分为基于散射机理模型和简单的时域模型两类。文献[7]给出了海杂波散射机理模型,但是这种模型的计算量巨大。相比于散射机理建模简单时域建模可以用一个比较简单的迭代函数系统(Iterated Function System,IFS)和较少的参数来产生复杂的杂波信号。在已知杂波背景具有的分形特性和分形参数的基础上,可以反演出海杂波的时间序列。王红光等利用分式 Brown 运动(Fractional Brownian Motion,FBM)模型为海杂波建模,但是研究表明海杂波背景往往具有多重分形特性<sup>[8]</sup>。文献[9~10]通过加权组合的方法产

收稿日期:2012-12-18

基金项目:陕西省自然科学基金资助项目(2010JQ8007)

作者简介:司文涛(1988—)男,河北卢龙人,硕士生,主要从事雷达弱小目标检测研究。

E-mail:578043544@qq.com

生了具有多重分形特征的高频雷达海杂波,但是其仿真流程比较复杂,需要多次判决寻优。本文通过对多重分形特征和分式 Brown 运动模型的研究,提出了一种在分式 Brown 运动模型上加入一个随时间变化的随机序列,从而得到一个近似多重分形的随机过程来模拟海杂波。

## 1 分式 Brown 运动模型

若连续随机过程  $X = \{x(t), t \geq 0\}$  具有自相似性,且  $X(0)=0$ ,则满足如下幂律关系:

$$X(\lambda t) = \lambda^H X(t), t \geq 0 \quad (1)$$

式中: $\lambda > 0$  为比例系数; $H$  为 Hurst 指数,这个式子现在被普遍地视为自相似随机过程的定义<sup>[11]</sup>。分形理论表明了系统内部以及系统之间的相似性,分式 Brown 运动模型是分形研究中常用的数学模型,定义如下:

$$B_H(t) = B_H(0) + \frac{1}{\Gamma(H+1/2)} \int_{-\infty}^t K(t-s) dB(s) \quad (2)$$

式中: $B_H(t)$  为分式 Brown 运动; $B(s)$  为 Brown 运动, $s$  为时间延迟; $K(t-s) = (t-s)^{H-1/2}$ , ( $0 < s < t$ ),  $K(t-s) = (t-s)^{H-1/2} - (-s)^{H-1/2}$ , ( $s < 0$ ); $\Gamma(H+1/2)$  为常数,且  $\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt$ 。当  $H=1/2$  时, $B_H(t)$  为标准 Brown 运动  $B(s)$ 。分维数  $D$  与  $H$  的关系为:

$$H = T_D + 1 - D \quad (3)$$

式中  $T_D$  为拓扑维数,对于一维时间序列, $T_D=1$ ,所以  $H=2-D$ 。

文献[12]提出了一种基于分形积分模型的分式 Brown 运动时间序列模型产生方法,将所要得到的时间序列模型,看作一个高斯白噪声输入到某一线性系统中所产生的输出。以  $h(t)$  作为系统的阶跃响应,输出为:

$$B'_H(t) = \int_0^t h(\tau) n(t-\tau) d\tau \quad (4)$$

根据分式 Brown 运动的性质得到传递函数的阶跃响应序列迭代表达式为:

$$\begin{cases} h(1) = \alpha/2 \\ h(k) = (\alpha/2 + k-1) \frac{h(k-1)}{k} \end{cases} \quad (5)$$

## 2 海杂波序列模型

Mandelbrot 等建议构造一个复合的分式 Brown 运动  $X(t) = B_H(T(t))$  来模拟具有多重分形

性质的随机过程,式中  $B_H(t)$  是一个分式 Brown 运动, $T(t)$  是一个关于  $t$  的连续非减随机函数,并与  $B_H(t)$  相互独立,即产生一个随机时间上的分式 Brown 运动。

多重分形分析的目的在于量化测度的奇异结构,以及在测量尺度发生变化时,为伴随有不同范围的幂律现象提供模型。多重分形系统的各个小区域的分形维数是不同的,因为  $H=2-D$ ,所以各个小区域的 Hurst 指数是不同的,再因为  $\alpha=2H+1$ ,所以各个小区域的  $\alpha$  也是不同的。

综合考虑上面 2 个因素,本文采用随机序列  $\alpha(k)$  来代替式(5)中的  $\alpha$  得到下式:

$$\begin{cases} h(1) = \alpha(1)/2 \\ h(k) = [\alpha(k)/2 + k-1] \frac{h(k-1)}{k} \end{cases} \quad (6)$$

采用以上模型,通过 Matlab 仿真得到图 1~3。

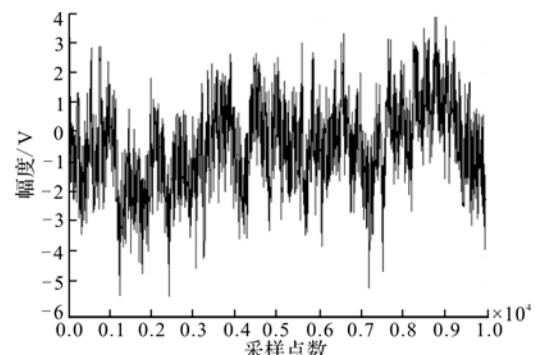


图 1 仿真序列的波形图

Fig. 1 Simulation sequence oscillogram

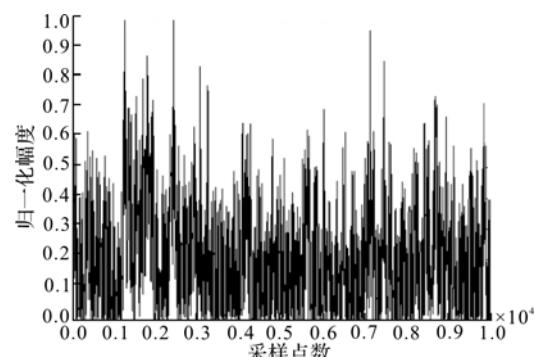


图 2 仿真序列的幅度归一化波形图

Fig. 2 Amplitude uniformization oscillogram

图 3 中实线代表高斯分布的理论曲线,黑点代表仿真序列归一化幅度的分布情况,从图 3 中可以看出仿真得到的时间序列相比标准高斯分布有比较长的拖尾,具有明显的非高斯性,其拖尾特性比较接近于韦布尔分布和  $k$  分布。

图 2、图 3 的处理过程中都对仿真序列的幅度进行取绝对值,并归一化处理。

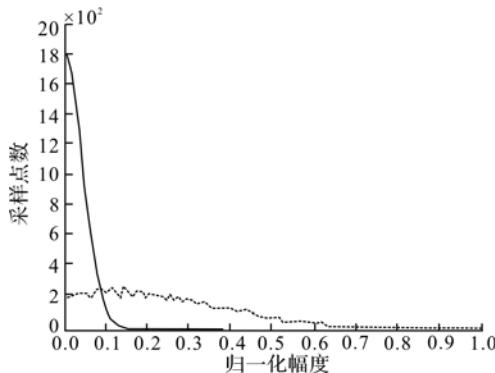


图 3 仿真序列的归一化幅度分布图

Fig. 3 Uniformization amplitude distribution graph

### 3 多重分形的判定

多重分形的重要标志:一是非高斯性,二是长程相关性。序列的时间相关性可以由时间相关函数(Amplitude Correlation Function, ACF)来表征,其定义为:

$$\text{ACF} = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)x(n+k) / \sum_{n=0}^{N-1} x^2(n) \quad (7)$$

上述模型得到的时间序列时间相关函数见图 4,图 4 中分别画出了随机序列在 50 点和 500 点范围内的相关函数曲线,证明了仿真得到的时间序列具有长程相关性。

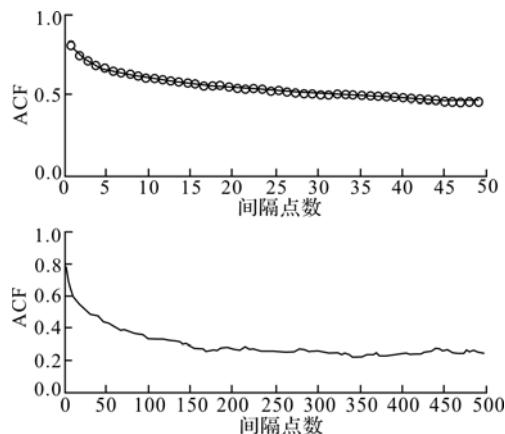


图 4 时间序列的时间相关函数

Fig. 4 Sequence time correlation  
由随机乘法模型得到:

$$\chi_q(r) \propto r^{\tau(q)} \quad (8)$$

式中: $\chi_q(r)$  为配分函数; $\tau(q)$  为  $q$  次相关指数;并且  $\tau(q) = (q-1)D_q$ ,  $D_q$  为广义维数。如果式(8)成立,并且  $\tau(q)$  不是  $q$  的线性函数,即认为测度是多重分形的<sup>[13]</sup>。

对幅度进行归一化后,配分函数为:

$$\chi_q(r) = \sum_{k=1}^{N/\epsilon} \left[ \sum_{l=1}^r x[r(k-1)+l] \right]^q \quad (9)$$

式中, $x(k)$  为归一化幅度, $\epsilon = 1, 2^1, \dots, 2^n$ 。为了验证式(8)是否成立可以验证式(10)是否成立。

$$\ln(\chi_q(r)) \approx \tau(q) \ln(r) + C \quad (10)$$

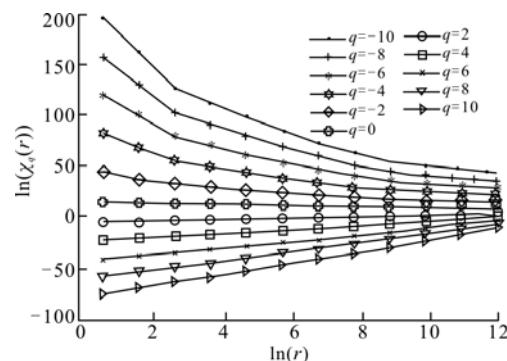
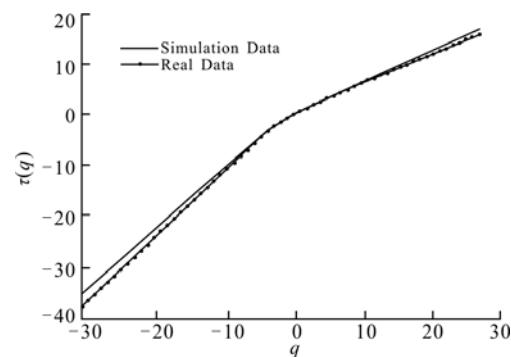
式中  $C$  为常量。对  $q \sim \tau(q)$  进行 Legendre 变换即可得到序列的多重分形谱  $a \sim f(a)$ ,用式(11)表示:

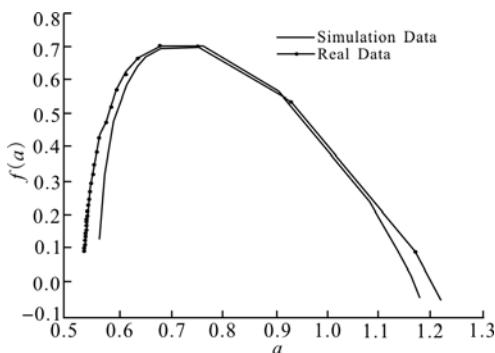
$$\tau(q) = qa - f(a) \quad (11)$$

式中  $a = d\tau(q)/dq$  为标度指数。

用  $q$  阶矩结构函数分割法对仿真数据进行处理,得到图 5~图 7。从图 5 可见在  $\ln(r)$  取 3 到 9 时表现比较好的线性关系,说明在一定尺度变化范围内仿真模型具有无标度性。从图 6 可见仿真得到的时间序列曲线有一个明显的折点,说明  $\tau(q)$  不是  $q$  的线性函数,所以根据多重分形判定准则,可以判定仿真得到的时间序列具有多重分形性质。

图 6~图 7 中实测数据来自于 OsbornHead Database,是加拿大 McMaster 大学采用 IPIX 雷达对海探测采集得到的第 # 269 组数据,雷达工作在 VV 极化方式下。通过图 6~图 7 中的对比可以看出,本文模型与雷达实测数据的性质十分相似,说明了本文模型可以有效的模拟海杂波。

图 5  $\ln(r) \sim \ln(\chi_q(r))$  曲线Fig. 5 Curve graph of  $\ln(r) \sim \ln(\chi_q(r))$ 图 6  $q \sim \tau(q)$  曲线Fig. 6 Curve graph of  $q \sim \tau(q)$

图 7  $a \sim f(a)$  曲线Fig. 7 Curve graph of  $a \sim f(a)$ 

## 4 结语

利用分形理论建模海杂波具有非常大的潜力,本文在研究多重分形特征和分式 Brown 运动模型的基础上,提出了一种在分式 Brown 运动模型上加入一个随时间变化的随机序列,从而得到一个近似多重分形的随机过程,并通过 Matlab 仿真说明了仿真得到的海杂波序列具有多重分形的性质。本文模型与实测数据的分形性质具有很好的相似性,说明了模型的合理性。

## 参考文献(References):

- [1] Seyed A, Madanizadeh Mohammad M, Nayebi. Signal detection using the correlation coefficient in fractal geometry [C]//IEEE radar conference. Boston: IEEE press, 2007: 481-486.
- [2] Kenichi Kamijo, Akiko Yamanouchi. Signal processing using fuzzy fractal dimension and grade of fractality-application to fluctuation in seawater temperature [C]//2007 IEEE symposium on computational intelligence in image and signal processing. Honolulu, HI: IEEE press, 2007: 133-138.
- [3] 关键, 刘宁波, 张建, 等. 基于 LGF 的海杂波中微弱目标检测方法[J]. 信号处理, 2010, 26(1): 69-73.  
GUAN Jian, LIU Ningbo, ZHANG Jian, et al. Low observable target detection within sea clutter based on LGF[J]. Singal processing, 2010, 26(1): 69-73. (in Chinese)
- [4] 行鸿彦, 龚平, 徐伟. 海杂波背景下小目标检测的分形方法[J]. 物理学报, 2012, 61(16): 1-10.  
XING Hongyan, GONG Ping, XU Wei. Small target detection in the background of sea clutter using fractal method[J]. Acta physica sinica, 2012, 61(16): 1-10. (in Chinese)
- [5] 刘宁波, 关键, 宋杰, 等. 分形理论在目标检测中的应用[J]. 现代雷达, 2012, 34(2): 12-18.  
LIU Ningbo, GUAN Jian, SONG Jie, et al. Application of target detection based on fractal theories[J]. Modern radar, 2012, 34(2): 12-18. (in Chinese)
- [6] 关键, 刘宁波, 张建, 等. 海杂波的多重分形关联特性与微弱目标检测[J]. 电子与信息学报, 2010, 32(1): 54-61.  
GUAN Jian, LIU Ningbo, ZHANG Jian, et al. Multifractal correlation characteristic of real sea clutter and low-observable targets detection[J]. Journal of electronics & information technology, 2010, 32(1): 54-61. (in Chinese)
- [7] Lin N, Lee H P, Lim S P. Wave scattering from fractal surfaces[J]. Journal of modern optics, 1995, 42(1): 225-241.
- [8] Gao J, Yao K. Multifractal features of sea clutter [C]//IEEE radar conference. Long beach, CA: IEEE press, 2002: 500-505.
- [9] 盛文, 任吉. 高频雷达海杂波的多重分形建模方法研究[J]. 电波科学学报, 2011, 26(5): 983-989.  
SHENG Wen, REN Ji. Multifractal modeling method for HF radar sea clutter[J]. Chinese journal of radio science, 2011, 26(5): 983-989. (in Chinese)
- [10] 任吉, 盛文. 一种新的高频雷达海杂波的分形模型[J]. 中国电子科学研究院学报, 2011, 6(5): 494-498.  
REN Ji, SHENG Wen. A new fractal model for HF sea clutter[J]. Journal of CAEIT, 2011, 6(5): 494-498. (in Chinese)
- [11] 戴维·哈特. 重分形: 理论及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2012.  
Harte D. Multifractal: theory and application[M]. Beijing: Science publishing house, 2012. (in Chinese)
- [12] 陈晓娟, 唐龙泳, 隋吉生, 等. 分形分析  $1/f$  噪声性能[J]. 河南科技大学学报: 自然科学版, 2012, 33(1): 29-31.  
CHEN Xiaojuan, TANG Longyong, SUI Jisheng, et al. Fractal analyse of  $1/f$  noise performance [J]. Journal of Henan university of science and technology: natural science edition, 2012, 33(1): 29-31. (in Chinese)
- [13] Gini F, Farina A, Montanari M. Vector subspace detection in compound gaussian clutter[J]. IEEE transaction aerospace electronic system, 2002, 38: 1312-1323.

(编辑:田新华)