

# 基于 MUSIC 算法的圆柱共形阵 DOA 估计

杨永建, 王晟达, 马健, 徐松涛

(空军工程大学航空航天工程学院, 陕西西安, 710038)

**摘要** 柱面共形阵由于其载体曲率的影响, 导致在利用经典 MUSIC(Multiple Signal Classification)算法进行 DOA(Direction-of-Arrival)估计时, 导向矢量与噪声子空间不 orthogonal, 算法性能严重下降甚至失效。在考虑载体遮挡效应的同时, 结合阵元的方向性, 通过对导向矢量进行重构, 解决了导向矢量与噪声子空间不 orthogonal 这一问题。对比子阵分割 MUSIC 算法, 进行了 Monte Carlo 仿真验证, 分析了有向阵元 MUSIC 算法的估计性能。最后以多层圆柱阵为例对 4 个从不同方向入射的信源进行了 DOA 估计仿真验证。仿真结果表明: 该方法具有分辨力高, 估计精度高的优点, 证明了该方法的有效性和高估计性能。

**关键词** 柱面共形阵; MUSIC 算法; DOA 估计

**DOI** 10.3969/j.issn.1009-3516.2012.05.014

**中图分类号** TN911.7 **文献标识码** A **文章编号** 1009-3516(2012)05-0066-05

共形阵列天线<sup>[1]</sup>在未来通信、军事等领域具有广泛的应用前景, 其诸多优点引起了国内外学者的广泛关注<sup>[2-8]</sup>。通常共形阵的天线单元是附着在载体上的, 因而载体曲率的变化对共形阵 DOA 估计性能有着至关重要的影响——在线阵、平面阵中应用的经典算法不能直接应用在共形阵中。目前, 国内外学者针对共形阵 DOA 估计提出了多种改进算法, 取得了突破性的发展。

文献[2]针对共形阵列天线的遮挡效应提出了子阵分割法, 以 MUSIC 算法为基础成功应用在圆柱共形阵上; 在此基础上, 文献[3]采用插值技术, 将共形曲面变化为近似“等效”的面阵, 从而实现了柱面共形阵列天线的 DOA 估计; 文献[4-5]采用不同的分割方法, 在考虑极化影响的情况下, 应用 ESPRIT 算法实现了圆柱、圆锥共形阵在极化状态下的 DOA 估计; 文献[6]通过分析交叉电偶极子接收空间电磁波的过程, 建立了共形极化敏感阵列的快拍数据模型, 实现了信源方位和极化参数的参数联合估计。

虽然子阵分割 MUSIC 算法可以解决共形载体带来的遮挡效应, 但其步骤繁琐、降低了阵列的有效长度, 且对于每个子阵的接收数据都要进行一次处理, 然后对各个子阵的处理结果根据不同的分割法则进行综合处理, 这必然带来处理时间上的滞后。本文利用有向阵元函数对阵列接收数据中的导向矢量进行重构, 重构后的导向矢量所张成的空间与噪声子空间满足 MUSIC 算法中两者正交的性质, 完全可以直接应用 MUSIC 算法进行 DOA 估计。在重构导向矢量的基础上, 利用 MUSIC 算法对有向阵元 DOA 估计进行了仿真, 仿真结果证明了该方法的有效性。同时对比子阵分割 MUSIC 算法, 对其估计性能(估计精度和估计分辨力)进行了分析, 仿真结果表明该方法具有更高的估计性能。

## 1 圆柱共形阵列天线接收数据模型

图 1 所示为单层圆柱共形阵, 16 个阵元均匀分布在半径为  $r$  的圆环上。阵元的坐标可用  $(r, \varphi_m)$  表示, 其中  $\varphi_m = 2(m-1)\pi/M$  表示第  $m$  个阵元的方位角 ( $m = 1, 2, \dots, M$ )。设有  $N(N < M)$  个不相关的同频窄带

收稿日期: 2012-07-04

基金项目: 陕西省电子信息系统综合集成重点实验室基金资助项目(2011Y03)

作者简介: 杨永建(1988-), 男, 甘肃甘谷人, 硕士生, 主要从事雷达信号与信息处理研究。

E-mail: shengdaw@126.com

远场信号从  $\phi_i (i = 1, 2, \dots, N)$  方向入射到该阵列上, 信号与阵列处于同一平面, 则某一时刻  $t$ , 阵列接收到的数据可以表示为<sup>[9]</sup>:

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{G} \cdot \mathbf{AS}(t) + \mathbf{N}(t) \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{X}(t)$  为阵列的  $M \times 1$  维快拍数据矢量;  $\mathbf{N}(t)$  为阵列的  $M \times 1$  维噪声数据矢量;  $\mathbf{S}(t)$  为空间信号的  $N \times 1$  维矢量,  $\mathbf{G}$  为  $M \times N$  维的阵列方向图矩阵,  $\mathbf{A}$  为空间阵列的  $M \times N$  维流型矩阵(导向矢量), 且:

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1 \quad \mathbf{a}_2 \quad \dots \quad \mathbf{a}_N] \quad (2)$$

式中, 导向矢量:

$$\mathbf{a}_i = \begin{bmatrix} \exp(-j\omega_0 \tau_{1i}) \\ \exp(-j\omega_0 \tau_{2i}) \\ \dots \\ \exp(-j\omega_0 \tau_{Mi}) \end{bmatrix}, i = 1, 2, \dots, N \quad (3)$$

表征第  $i$  个信号在阵列中的传播特性。式中:  $\omega_0 = 2\pi f = 2\pi \frac{c}{\lambda}$ ,  $c$  为光速,  $\lambda$  为波长。  $\tau_{mi}$  表示第  $i$  个信号到达第  $m$  个阵元时相对于参考点  $O$  的时延。

在理想情况下, 假设阵列中各阵元是各向同性的且不存在通道不一致、互耦等因素的影响, 则式(1)可写为:

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{AS}(t) + \mathbf{N}(t) \quad (4)$$

## 2 基于有向阵元的 MUSIC 算法

### 2.1 MUSIC 算法在共形阵中应用分析

由于共形阵的遮挡效应, 对某一方向入射的信号, 只有部分阵元可以接收到信号数据。假设一信号从  $\phi = \pi/2$  方向入射到阵列上, 则只有 1-9 号阵元能接收到该信号, 此时该信号的导向矢量为:

$$\mathbf{a}(\pi/2) = \left[ 1, \exp\left(jk_0 r \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8}\right)\right), \dots, \exp\left(jk_0 r \cos\left(\frac{\pi}{2} - \pi\right)\right), 0, \dots, 0 \right] \quad (5)$$

式中:  $k_0 = 2\pi/\lambda$ ; 符号“ $\sim$ ”表示此信号的导向矢量是“不完整的”(其中 0 表示阵元接收不到该信号)。为了方便分析, 这里我们假设阵元为全向, 式(4)应改写成:<sup>[2]</sup>

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{AS}(t) + \mathbf{N}(t) \quad (6)$$

式中:  $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\phi_1), \mathbf{a}(\phi_2), \dots, \mathbf{a}(\phi_k)]$ , 此时 MUSIC 算法的谱估计公式为:

$$P_{\text{MUSIC}} = \frac{1}{\mathbf{a}^H \mathbf{U}_N \mathbf{U}_N^H \mathbf{a}} \quad (7)$$

这里  $\mathbf{U}_N$  是通过式(6)的协方差矩阵分解得到的, 是“不完整”的。而  $\mathbf{a}$  是表示整个阵列上的导向矢量, 所以是“完整的”。此时:

$$\mathbf{a}_i^H \mathbf{U}_N \neq 0 \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (8)$$

而 MUSIC 算法正是基于导向矢量张成的空间与噪声子空间正交这一性质提出的。因此, 对于存在遮挡效应的共形阵, MUSIC 算法不再适用。

### 2.2 基于有向阵元的 MUSIC 算法

在实际应用中, 阵元在接收无线电波时, 是具有方向性的, 因此我们可以利用阵元的方向图函数对导向矢量进行重构:

$$\mathbf{X}(t) = \hat{\mathbf{A}}\mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t) \quad (9)$$

式中:  $\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{G} \cdot \mathbf{A} = [\hat{\mathbf{a}}(\phi_1), \hat{\mathbf{a}}(\phi_2), \dots, \hat{\mathbf{a}}(\phi_N)]$  为构造的包含阵元方向性的阵列流形矩阵, 且:

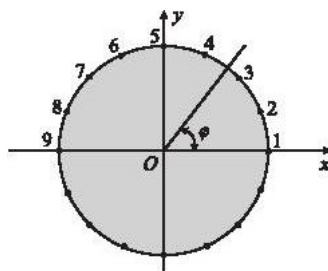


图 1 16 元圆柱共形阵示意图  
Fig. 1 The sketch map of 16 array element cylindrical conformal array antenna

$$\hat{\mathbf{a}}(\phi_i) = \begin{bmatrix} g(\phi_i - \varphi_1) e^{jk_0 r / \lambda \cos(\phi_i - \varphi_1)} \\ g(\phi_i - \varphi_2) e^{jk_0 r / \lambda \cos(\phi_i - \varphi_2)} \\ \dots \\ g(\phi_i - \varphi_M) e^{jk_0 r / \lambda \cos(\phi_i - \varphi_M)} \end{bmatrix}, i = 1, 2, \dots, N \quad (10)$$

由于有向阵元的影响,使得 $\hat{\mathbf{a}}_i$ 中的部分元素为0(即被遮挡的阵元)。而 $\hat{\mathbf{a}}_i$ 中不为0的元素依然与 $\hat{\mathbf{U}}_N$ (由式(9)的协方差矩阵分解得到)中相对应的元素正交,所以:

$$\hat{\mathbf{a}}_i^H \hat{\mathbf{U}}_N = 0 \quad (11)$$

因此重构后的导向矢量所张的子空间与噪声子空间依然是正交的。所以通过重构导向矢量我们可以将 MUSIC 算法直接应用到共形阵 DOA 估计中,而不必像文献[2]进行子阵分割等一系列复杂的处理。

此时,谱估计公式为:

$$P_{\text{MUSIC}} = \frac{1}{\hat{\mathbf{a}}^H \hat{\mathbf{U}}_N \hat{\mathbf{U}}_N^H \hat{\mathbf{a}}} \quad (12)$$

阵元辐射函数一般取为:

$$g(\theta, \varphi) = \begin{cases} \sin\theta \cos\varphi & , -90^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ \\ 0 & , \text{elsewhere} \end{cases} \quad (13)$$

在只考虑阵列所在平面的 DOA 估计时,取 $\sin\theta = 1$ 。

**仿真 1:**假设有 4 个信号从 $10^\circ$ 、 $120^\circ$ 、 $130^\circ$ 、 $300^\circ$ 方向入射到图 1 所示的阵列上,SNR = 20 dB,快拍数为 500。采用有向阵元 MUSIC 算法的仿真结果见图 2。

从图中可以看出,基于有向阵元的 MUSIC 算法其谱峰高且尖锐。文献[2]采用子阵分割 MUSIC 算法时空间谱的最高峰值约为 13 dB,可以看出,有向阵元 MUSIC 算法谱峰更高、更尖锐。这是因为子阵分割法降低了阵列的有效长度,而基于有向阵元的 MUSIC 算法并没有降低阵列的有效长度,因而具有更高的分辨力。

图 3 为信号到达角为 $0^\circ$ ,基于有向阵元 MUSIC 算法、子阵分割 MUSIC 算法和不考虑遮挡时整个圆柱阵的 CRB<sup>[10-11]</sup>。可以看出有向阵元 MUSIC 算法的 CRB 比子阵分割 MUSIC 算法的 CRB 低大约 4.5 dB,更接近不考虑遮挡时整个圆柱阵的 CRB(在实际应用中不可能达到的理论值)。

**仿真 2:**有向阵元 MUSIC 算法分辨力分析<sup>[9]</sup>。快拍数为 100,采样角度为 $0.5^\circ$ ,空间两信源功率相同。在进行 100 次 Monto - Carlo 实验仿真后,结果如图 4 所示。

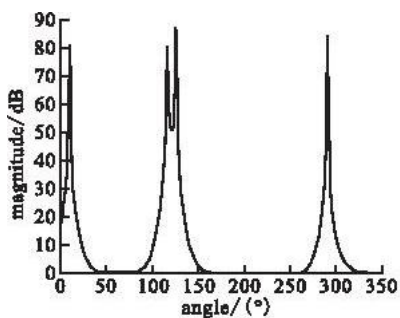


图 2 有向阵元 DOA 估计

Fig. 2 DOA estimation using directional array element

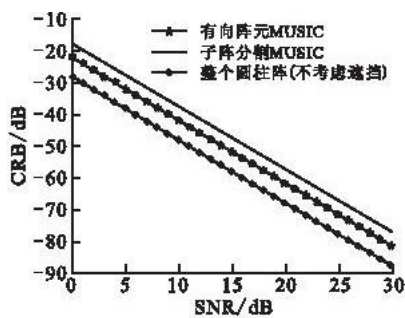


图 3 不同算法下 CRB 随 SNR 变化曲线

Fig. 3 CRB curve with SNR using different arithmetic

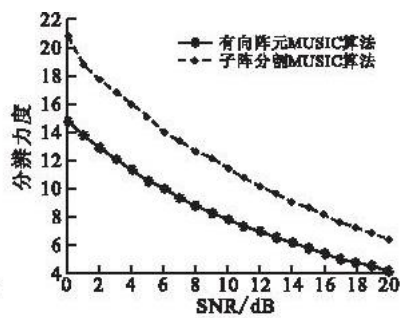


图 4 不同算法分辨力随信噪比变化曲线

Fig. 4 Angular resolution curve with SNR using different arithmetic

图 4 中虚线为子阵分割 MUSIC 算法分辨力随 SNR 的变化曲线,实线为子阵分割 MUSIC 算法。从图中可以看出,随着信噪比的提高,有向阵元 MUSIC 算法 DOA 估计分辨力显著提高。在信噪比为 0 时,其分辨力为 $15^\circ$ ,比子阵分割算法高约 $6^\circ$ ;在信噪比为 20 dB 时,其分辨力达到 $4^\circ$ ,比子阵分割算法高约 $2.5^\circ$ 。随着信噪比的提高,2 种算法的分辨力逐渐接近,但有向阵元 MUSIC 算法的分辨精度要明显高于子阵分割 MUSIC 算法。

**仿真 3:**有向阵元 MUSIC 算法估计精度分析。在快拍数为 500,信号到达角为 $0^\circ$ ,采样角度为 $0.001^\circ$ 时,进行 100 次 Monto - Carlo 实验仿真后,有向阵元 MUSIC 算法的估计偏差、估计标准差<sup>[9]</sup>(又称均方根误差: RMSE)随信噪比的变化曲线如图 5、图 6 所示。

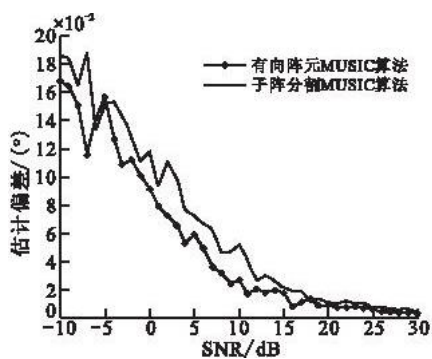


图 5 估计偏差与信噪比的关系

Fig. 5 The warp curve with SNR

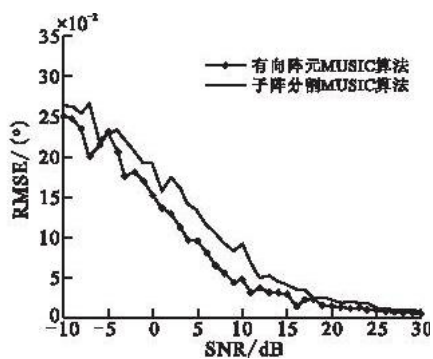


图 6 估计标准差与信噪比的关系

Fig. 6 The standard error curve with SNR

从图中可以看出,随着信噪比的增加,估计标准差与估计偏差的总体趋势逐渐减小。在信噪比较低时,采用有向阵元 MUSIC 算法的估计精度要优于子阵分割 MUSIC 算法。但随着信噪比的增加,2 种算法的估计精度逐渐接近。

**仿真 4:** 基于有向阵元 MUSIC 算法的二维柱面阵测向。图 7 所示为  $16 \times 3$  的圆柱共形阵,相邻 2 层圆环间隔  $d = \lambda/2$ ,假设 4 个信号分别从  $(\phi, \theta) = (40^\circ, 30^\circ), (120^\circ, 70^\circ), (200^\circ, 60^\circ), (200^\circ, 20^\circ)$  方向入射到阵列上,SNR = 20 dB,不考虑极化和互耦的影响。图 8 为采用式(12)计算出的二维谱,由图可知,采用有向阵元 MUSIC 算法计算得到的谱峰高且尖锐,可以准确地估计出 4 个信号的 DOA。

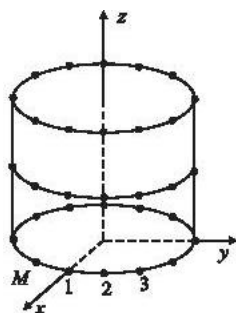


图 7  $16 \times 3$  的圆柱共形阵模型

Fig. 7 The model of  $16 \times 3$  array element cylindrical conformal array antenna

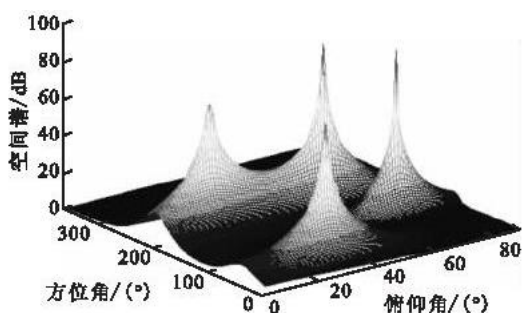


图 8 利用式(12)得到的 4 个信号的 DOA

Fig. 8 DOA of the four signal using formula (12)

### 3 结论

本文针对共形阵列天线由于载体的遮挡效应,提出了一种在柱面共形阵上利用 MUSIC 算法进行信号 DOA 估计的新方法。利用有向阵元函数对导向矢量进行重构,使得导向矢量与噪声子空间正交,这样 MUSIC 算法可以直接应用于共形阵 DOA 估计中。此外,该方法无需通过子阵分割进行复杂的处理过程,无需参考阵元。理论和仿真结果均证明了该方法的有效性和更好的估计效果。

#### 参考文献(References):

[1] Josefsson L, Persson P. Conformal array antenna theory and design[M]. Canada: Wiley - IEEE press, 2006.

[2] 杨鹏, 杨峰, 聂在平, 等. MUSIC 算法在圆柱共形天线阵 DOA 估计中的应用研究[J]. 电波科学学报, 2008, 23(2): 288 - 291.

YANG Peng, YANG Feng, NIE Zaiping, et al. DOA estimation of cylindrical conformal array by MUSIC algorithm[J]. Journal of radio science, 2008, 23(2): 288 - 291. (in Chinese)

[3] Yang P, Yang F, Nie Z P. DOA estimation with sub - array divided technique and interpolated ESPRIT algorithm on a cylindrical conformal array antenna[J]. Progress in electromagnetics research, 2010, 103: 201 - 216.

[4] 齐子森, 郭英, 姬伟峰, 等. 锥面共形阵列天线盲极化 DOA 估计算法[J]. 电子学报, 2009, 37(9): 1919 - 1925.

- QI Zisen, GUO Ying, JI Weifeng, et al. Blind DOA estimation algorithm for conical conformal array antenna with respect to polarization diversity[J]. *Acta electronica sinica*, 2009, 37(9): 1919 – 1925. (in Chinese)
- [5] 齐子森, 郭英, 王布宏, 等. 基于 ESPRIT 算法的柱面共形阵列天线 DOA 估计[J]. *系统工程与电子技术*, 2011, 33(8): 1727 – 1731.
- QI Zisen, GUO Ying, WANG Buhong, et al. DOA estimation for cylindrical conformal array antenna based on ESPRIT algorithm [J]. *Systems engineering and electronics*, 2011, 33(8): 1727 – 1731. (in Chinese)
- [6] 张树银, 郭英, 齐子森. 柱面共形阵列信源方位与极化状态的联合估计算法[J]. *电波科学学报*, 2011, 26(6): 1118 – 1124.
- ZHANG Shuyin, GUO Ying, QI Zisen. Joint estimation algorithm of 2D DOA and polarization based on cylindrical conformal array antenna[J]. *Journal of radio science*, 2011, 26(6): 1118 – 1124. (in Chinese)
- [7] Hwang S, Sarkar T K. Direction of arrival(DOA) estimation using a transformation matrix through singular value decomposition [C]//Proc of the IEEE/ACES international conference on wireless communications and applied computational electromagnetic. [S. l. ]:IEEE press, 2005: 353 – 356.
- [8] Kim K, Sardar T K. DOA estimation utilizing directive elements on a conformal surface[C]//Proc of the IEEE radar conference. [S. l. ]:IEEE press, 2003: 91 – 96.
- [9] 王永良, 陈辉, 彭应宁, 等. 空间谱估计理论与算法[M]. 北京:清华大学出版社, 2004.
- WANG Yongliang, CHEN Hui, PENG Yingning, et al. Spatial spectrum estimation theory and algorithm[M]. Beijing:Tsinghua university press, 2004. (in Chinese)
- [10] Dmochowski J, Benesty J, Affes S. Direction of arrival estimation using eigenanalysis of the parameterized spatial correlation Matrix[C]//ICASSP 2007. Honolulu: IEEE press, 2007:11 – 14.
- [11] Petre S, Arye N. MUSIC, maximum likelihood and cramer – rao bound[J]. *IEEE trans on SP*, 1989, 37(5): 720 – 741.

(编辑:徐楠楠)

## DOA Estimation for Cylindrical Conformal Array Antenna Based on MUSIC Algorithm

YANG Yong – jian, WANG Sheng – da, MA Jian , XU Song – tao

(School of Aeronautics and Astronautic Engineering, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

**Abstract:** Because of the influence of the curvature of cylindrical conformal array, the performance will be deteriorated and even become invalid when MUSIC algorithm is used to estimate signal's DOA. The problem that the steering vector and the noise subspace are not orthogonal is efficiently solved by reconstructing the steering vector with directional of array element in consideration of the carrier's block. By contrasting with sub – array divided technique, Monte Carlo simulation and verification are done, and the estimation performance of MUSIC algorithm is analyzed. Finally, by taking the multi – layer column for example, the DOA estimation for four sources from different orientations are simulated and verified. The simulation results show that the method has the advantages of high differentiation and precision, also demonstrate that the proposed scheme is efficient and of high estimation performance.

**Key words:** cylindrical conformal array; MUSIC algorithm; DOA estimation