

# 基于复杂网络抗毁性与 ADMPDE 算法的 网络拓扑结构优化

黄仁全<sup>1,2</sup>, 李为民<sup>1</sup>, 董 雯<sup>3</sup>, 王胜勇<sup>2</sup>

(1. 空军工程大学防空反导学院, 陕西西安, 710051; 2. 93942 部队, 陕西咸阳, 712000; 3. 宝鸡石油机械有限责任公司, 陕西宝鸡, 721002)

**摘要** 复杂网络抗毁性研究的重要内容之一, 就是优化网络拓扑结构。在分析常用复杂网络抗毁性测度不足基础上, 提出了以自然连通度为复杂网络抗毁性测度, 建立了其拓扑结构优化模型; 综合运用 ADMPDE 算法收敛好、寻优速度快等优点, 通过适当改进用于求解复杂网络拓扑结构优化模型。通过仿真分析, 验证了复杂网络拓扑优化模型及其求解算法的科学性与可行性, 得出了拓扑优化过程网络结构变化一般性规律, 并分析了网络拓扑结构优化前后, 在不同攻击策略下复杂网络抗毁攻击能力。

**关键词** 复杂网络; 抗毁性; 微分进化算法; 拓扑结构优化

**DOI** 10.3969/j.issn.1009-3516.2012.05.013

**中图分类号** TP393.02 **文献标识码** A **文章编号** 1009-3516(2012)05-0060-06

复杂网络研究的一个主要内容, 同时也是研究复杂网络的一个重要目的就是设计出抗毁性更优越的网络, 优化复杂网络拓扑结构<sup>[1]</sup>。根据所研究的对象、目的和内容的不同, 网络抗毁性的定义与测度指标也不同。基于图论的抗毁性测度指标, 主要包括<sup>[2]</sup>: 连通度、坚韧度、完整度、离散度、网络效率等测度指标, 但上述指标存在一定缺陷, 如采用连通度作为抗毁性的测度, 只考虑了网络被破坏的难易程度, 却未考虑网络遭受的破坏程度; 而网络效率则未能精确、客观地描述复杂网络的抗毁性等。因此, 采用文献[3]提出的“自然连通度”作为复杂网络抗毁性测度, 并运用“自适应局部增强微分进化改进算法(ADMPDE)”优化复杂网络拓扑结构, 提高寻优效率。

## 1 基于抗毁性的复杂网络拓扑结构优化

### 1.1 自然连通度抗毁性测度

在广义上, 网络抗毁性是指在网络中的节点或边发生自然失效或遭受故意攻击的条件下, 网络维持其功能的能力<sup>[4]</sup>。而在实际应用中, 这种“维持其功能的能力”主要体现在“拓扑结构保持连通的能力”上。因此, 从某种意义上而言, 复杂网络的抗毁性主要来源于节点之间替代途径的冗余性<sup>[3]</sup>。

复杂网络在数学上可以描述成一个图  $G = (V, E)$ , 其中  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$  表示节点集合,  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_w\} \in V \times V$  表示边的集合,  $N = |V|$  表示节点数量,  $W = |E|$  表示边的数量。令  $A(G) = (a_{ij})_{N \times N}$  为图  $G$  的邻接矩阵, 则图  $G$  在数学上可用其邻接矩阵表示。文献[3]通过建模仿真分析认为: 网络中替代路径的冗余性(即抗毁性)与图  $G$  的邻接矩阵  $A(G)$  特征根之间具有密切联系。若  $\lambda_i$  为邻接矩阵  $A(G)$  的特征根, 则称:  $\bar{\lambda} = \ln\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e^{\lambda_i}\right)$  为图  $G$  的自然连通度。自然连通度越大, 网络中替代路径的冗余性越高, 即网络的抗毁性则越强。在边的添加或删除过程中, 自然连通度具有严格单调的特点, 因此能较好地刻画复杂网络的抗毁

收稿日期: 2012-03-31

基金项目: 国防科技重点实验室基金资助项目(9140XXXXX110)

作者简介: 黄仁全(1983-), 男, 湖南郴州人, 博士生, 主要从事防空作战建模与仿真研究。

E-mail: huangrenquan@126.com

性特性。

### 1.2 拓扑结构优化模型

从复杂网络内部结构属性出发,选取自然连通度作为网络抗毁性测度,优化复杂网络拓扑结构<sup>[3]</sup>。为此,对复杂网络图  $G$  作如下基本假设:① 复杂网络图  $G$  是无权图,即  $a_{ij} = \begin{cases} 0, & (v_i, v_i) \in E \\ 1, & (v_i, v_i) \notin E \end{cases}$ ;② 复杂网络图  $G$  是无向简单图,即  $a_{ij} = \begin{cases} a_{ji}, & i \neq j \\ 0, & i = j \end{cases}$ ;③ 复杂网络图  $G$  是连通图,即  $\mu_{N-1} > 0$ ,其中  $\mu_{N-1}$  为图  $G$  拉普拉斯矩阵  $L(G)$  的次小特征根,即代数连通度; $L(G) = \hat{D}(G) - A(G)$ ,其中  $\hat{D}(G) = \text{diag}\{d_i\}$  是由节点的度构成的对角矩阵。

网络的抗毁性受很多因素的影响,其中最主要的因素是网络中边的数目。自然连通度关于边添加是严格单调递增的,这意味着如果没有边的数量限制,完全图将是抗毁性最优的网络。但构造一个网络具有一定的成本约束,边的数量越多网络的成本越大。在此,研究给定边数量  $W$  情况下网络抗毁性问题,网络中边数量满足约束条件: $W = |E| = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij}$ 。因此,根据上述分析可建立复杂网络拓扑结构优化模型:

$$\max \lambda = \ln \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e^{\lambda_i} \right) \tag{1}$$

s. t

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij} &= 2W \\ a_{ij} &= a_{ji} \\ a_{ii} &= 0 \\ \mu_{N-1} &> 0 \\ a_{ij} &= 0 \text{ 或 } 1 \end{aligned}$$

## 2 基于 ADMPDE 算法的模型求解

### 2.1 ADMPDE 算法

DE 算法其核心思想是利用随机偏差扰动产生新的中间个体,其产生中间个体的方式决定了该算法有较好的收敛性。但在基本 DE 算法中,其交叉概率  $P_c$  和交叉因子  $P_m$  为固定值,而且算法局部寻优能力有待于进一步增强。因此,提出对算法分别进行自适应改进和局部增强两方面改进。

交叉概率  $P_c$  和交叉因子  $P_m$  依据个体的适应度值自适应进行调整,当群体有陷入局部最优解的趋势时,就相应地提高  $P_c$  和  $P_m$ ;当群体在解空间发散时,就降低  $P_c$  和  $P_m$ 。同时,对于适应度值高于群体平均适应度值的个体,对应于较低的  $P_c$  和  $P_m$ ,使该解得以保护进入下一代;而低于平均适应度值的个体,相对应于较高的  $P_c$  和  $P_m$ ,使该解被淘汰掉。

$$P_c = \begin{cases} P_{c1} - \frac{(P_{c1} - P_{c2})(f' - f_{\text{avg}})}{f_{\text{max}} - f_{\text{avg}}}, & f' \geq f_{\text{avg}} \\ P_{c1}, & f' < f_{\text{avg}} \end{cases} \quad P_m = \begin{cases} P_{m1} - \frac{(P_{m1} - P_{m2})(f_{\text{max}} - f)}{f_{\text{max}} - f_{\text{avg}}}, & f \geq f_{\text{avg}} \\ P_{m1}, & f < f_{\text{avg}} \end{cases}$$

其中,依据参考文献[5]相关参数说明如下: $P_{c1}$  为交叉概率较大值,取 0.7 - 0.9;  $P_{c2}$  为交叉概率较小值,取 0.4 - 0.6;  $P_{m1}$  为交叉因子较大值,取 0.08 - 0.1;  $P_{m2}$  为交叉因子较小值,取 0.01 - 0.05;  $f_{\text{max}}$  为群体中的最大适应度值;  $f_{\text{avg}}$  为每代群体适应度平均值;  $f'$  为  $X_{r_2}(t)$ 、 $X_{r_3}(t)$  中较大的适应度值;  $f$  为  $X_{r_1}(t)$  的适应度值。

局部增强改进的思想是:在按自适应微分进化算法得到新种群后,以  $MP(0 < MP < 1)$  概率对新种群中的部分个体(不含当前最优个体)重新赋值,并使这部分个体分布在当前种群中的最优个体附近,引入局部增强算子(2),以增强这部分个体的贪婪性,加快算法收敛速度<sup>[6]</sup>。

$$X_{i,t+1} = X_{\text{best},t+1} + P_l(X_{r_1,t+1} - X_{r_2,t+1}) \tag{2}$$

式中: $X_{i,t+1}$  为增强后个体,替换旧个体  $X_{r_1,t+1}$  和  $X_{r_2,t+1}$ ,  $X_{\text{best},t+1}$  为当前最优个体,  $r_1, r_2$  满足  $r_1 \neq r_2 \neq i$ ,  $P_l$  为扰动因子,通常取 0.5 左右。

### 2.2 求解流程

根据 ADMPDE 算法求解流程及适用对象分析,ADMPDE 算法适合求解无约束连续变量优化问题。因

此,将 ADMPDE 用于求解复杂网络拓扑优化模型(1)需要做适当的调整,主要包括:

1) 变量转化。在式(1)中,自变量  $a_{ij}$  为邻接矩阵  $\mathbf{A}(\mathbf{G})$  中对角线以下元素,即  $i > j$ 。因此,需要将  $N(N-1)/2$  个元素重新排列,记为  $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_{N(N-1)/2})$ 。

2) 变量映射。在 ADMPDE 算法中,自变量为连续变量,而模型(1)中  $a_{ij} = 0$  或 1,为非连续整数变量。因此,在“变量转化”基础上需要对变量进行映射,以适用于 ADMPDE 算法,基本思路为:假设  $\mathbf{X}$  中  $x_i \in (0, 1)$  ( $1 \leq i \leq N(N-1)/2$ ),且令  $\mathbf{X}' = \mathbf{g}(\mathbf{X})$ ,  $\mathbf{g}$  为  $\mathbf{X}$  到  $\mathbf{X}'$  的映射函数,即:  $x'_i = \begin{cases} 0, & x_i < 0.5 \\ 1, & x_i \geq 0.5 \end{cases}$ 。

3) 变量调整。在模型(1)优化过程中,必须保持边的数量不变,即  $\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij} = 2W$ 。因此,映射后变量  $\mathbf{X}'$  中也必须满足  $\sum_{i=1}^{N(N-1)/2} x'_i = W$ ,即在  $\mathbf{X}$  中,  $x_i \geq 0.5$  的数量  $M = W$ 。而在 ADMPDE 算法个体交叉变异、局部增强过程中,  $\mathbf{X}$  中  $x_i \geq 0.5$  的数量  $M$  可能出现  $M > W$  或  $M < W$  的情况,因此需要对变量局部调整,基本思路为:当  $M > W$  时,在  $\mathbf{X}$  中随机抽取  $(M - W)$  个  $x_i \geq 0.5$  的数,并在  $(0, 1)$  之间随机生成小于 0.5 的数将其替换;当  $M < W$  时,在  $\mathbf{X}$  中随机抽取  $(W - M)$  个  $x_i < 0.5$  的数,并在  $(0, 1)$  之间随机生成大于 0.5 的数将其替换。

4) 连通图判断。在上述分析基础上,需要判断生成的变量是否满足图  $\mathbf{G}$  为连通图,即  $\mu_{w-1} > 0$ ,若不满足则需要重新生成(更新)变量。

5) 按 ADMDE 算法优化,直到满足终止条件。

### 3 仿真分析

#### 3.1 基本参数设定

在仿真过程中,选择 ER 网络为研究对象<sup>[7]</sup>,基本参数设定为:节点数  $N = 100$ ,边数  $W = 297$ ,边连接概率  $P = 0.06$ ,生成后的 ER 网络(连通图)拓扑结构,及其度分布如图 1 和图 2 所示。采用 ADMPDE 算法求解拓扑结构优化模型过程中,Matlab 仿真函数 ADMPDE (nofv, lb, ub, popsize,  $P_l$ , mp,  $P_{c1}$ ,  $P_{c2}$ ,  $P_{m1}$ ,  $P_{m2}$ , stopgen) 相关参数说明及取值如表 1,其中 stopgen 为终止代差数,即在 stopgen 内未更新认为算法达到最优。仿真运行环境为:Windows XP, CPU 主频 2.80 GHz,内存 1 GB<sup>[8-9]</sup>。

表 1 ADMPDE 算法参数说明及取值

Tab. 1 The parameters and value of ADMPDE

参数	含义	取值	参数	含义	取值
nofv	变量个数	4 950	$P_{c1}$	交叉概率	0.8
lb	变量下界	0	$P_{c2}$	交叉概率	0.5
ub	变量上界	1	$P_{m1}$	交叉因子	0.09
popsize	种群规模	90	$P_{m2}$	交叉因子	0.04
$P_l$	扰动因子	0.5	stopgen	终止代差数	30
mp	增强因子	0.01			

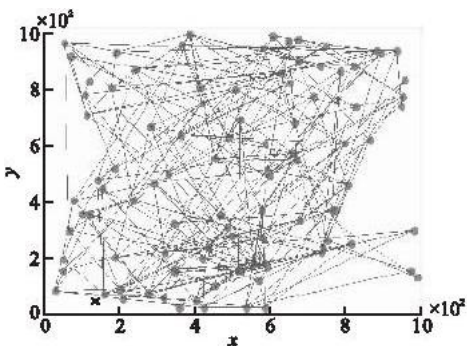


图 1 ER 网络拓扑结构

Fig. 1 The topology of ER network

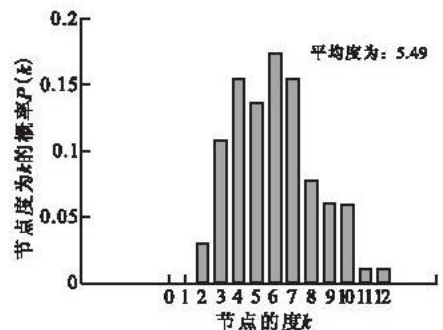


图 2 ER 网络度分布

Fig. 2 The degree distribution of ER network

### 3.2 拓扑结构分析

以自然连通度作为复杂网络抗毁性测度优化网络拓扑结构,在保持边数量不变情况下,ER 图 1 优化后的拓扑结构及其度分布见图 3、4。随着进化代数的增加,复杂网络自然连通度值  $\lambda$  不断增加,最优值为 8.565 3 在第 222 代时获得,见图 5。因此,ADMPDE 算法可用于求解复杂网络拓扑优化模型(1),而且运用了算法收敛速度快等优点。此外,为研究在复杂拓扑优化过程中,节点与节点之间的链接关系,做出了度关联系数与进化代数之间的关系,见图 6。

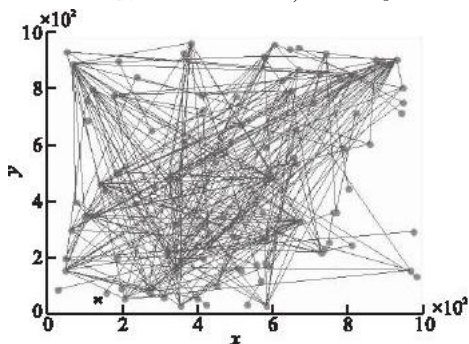


图 3 优化后网络拓扑结构

Fig. 3 The optimized network topology

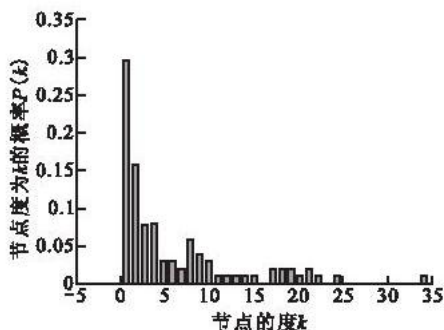


图 4 优化后网络度分布

Fig. 4 The optimized network degree distribution

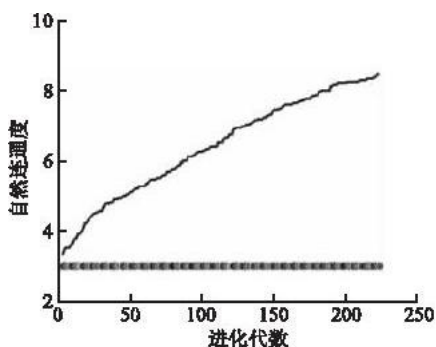


图 5 自然连通度与进化代数

Fig. 5 The natural connectivity and the generation

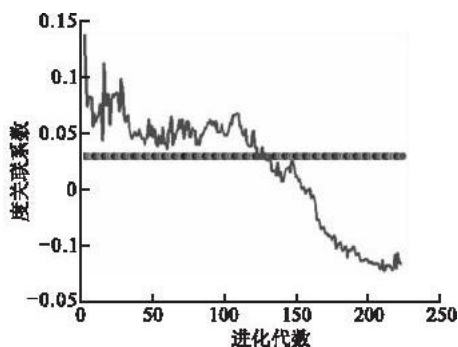


图 6 度关联系数与进化代数

Fig. 6 The degree correlation and the generation

通过对复杂网络拓扑结构优化的仿真分析,可得到以下基本结论:

1) 仿真分析验证了复杂网络拓扑优化模型(1),以及采用 ADMPDE 算法求解模型的有效性和可行性。随着拓扑结构的不断优化,自然连通度值  $\lambda$  不断增加,即表明网络抗毁性不断增强。

2) 网络拓扑结构优化后,改变了网络度分布,其中度小节点比例增加,而度大节点比例减小。如优化前节点度小于平均度 5.49 节点比例为 56% (大于平均度比例为 44%),而优化后节点度小于平均度 5.49 节点比例为 65% (大于平均度比例为 35%)。此外,由度分布图可知,优化前度最大为 12,而优化后出现较大节点,度最大为 34。

3) 根据图 2 和图 4 可知,ER 网络度分布呈二项分布特点,而优化后度分布由低到高基本呈现递减趋势,即度由低到高,而节点比例呈下降趋势。因此,ER 网络拓扑结构优化之后,度小的节点倾向于和度大节点相连。

4) 在复杂网络中,当度关联系数小于 0 时,度小的节点都倾向于和度大的节点相连;当度关联系数等于 0 时,节点之间随机连接,不存在度关联;当度关联系数大于 0 时,度大的节点都倾向于和度大的节点相连<sup>[10]</sup>。而在度关联系数图 6 中,粗实线为 ER 网络度关联系数,基本接近于 0;曲线为复杂网络结构拓扑优化过程中,度关联系数与进化代数之间的关系,随着拓扑结构的不断优化,度关联系数呈现震荡下降趋势。因此,图 6 同样验证了“度小的节点倾向于和度大节点相连”的结论。

### 3.3 抗毁性分析

复杂网络拓扑优化的目的是提高网络的抗毁性,上述分析以自然连通的为网络抗毁性测度建立拓扑优化模型,并采用 ADMPDE 算法求解,大大提高了网络的抗毁性。在此,分别采取随机(去点、去边)攻击和恶意(去点、去边)攻击 2 种策略<sup>[11]</sup>,针对复杂网络拓扑优化前后实施攻击,分析复杂网络抗毁性变化,如图 7 - 10 所示。

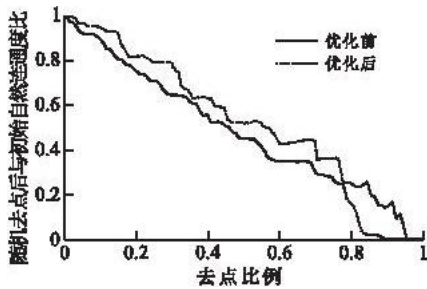


图7 随机去点攻击

Fig. 7 Random attack to the vertices

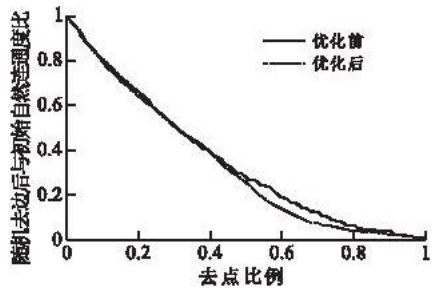


图8 随机去边攻击

Fig. 8 Random attack to the edges

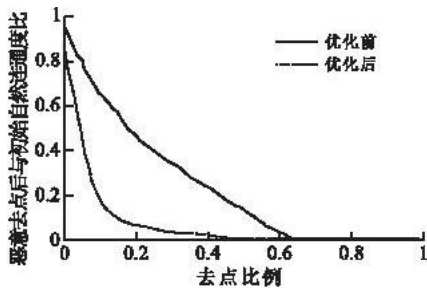


图9 按度去点攻击

Fig. 9 Delete the vertices according to the degree

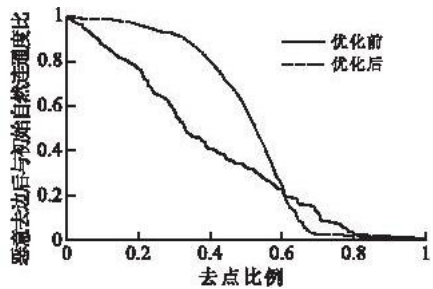


图10 按介数去边攻击

Fig. 10 Delete the edges according to the betweenness

通过仿真分析可知,复杂网络拓扑优化后面面临不同攻击策略具有以下特点:

1) 在随机去点攻击策略中(图7),优化后网络抗攻击能力高于优化前抗攻击能力,主要体现在随着去点比例的增加,网络抗毁性下降速度较优化前慢。从网络拓扑结构分析,以平均度作为划分界限,优化后网络度小节点比例增加,而度大节点比例减小。因此,在随机攻击策略下,优化后网络度小节点遭受攻击的平均概率较度大节点大,而度小节点对网络抗毁性影响也较小,从而体现较强的抗攻击能力。

2) 在随机去边攻击策略中(图8),优化前后网络抗攻击能力相似,而当去边比例大于约为0.5,优化后网络抗攻击能力下降速度,较优化前稍快。

3) 在按度去点攻击策略中(见图9),该攻击方法将按节点度从大到小依次去除,优化后网络在面临该攻击方法表现出较差的抗毁能力,去除少数(约10%)度较大的节点网络抗毁性则大幅下降(约80%),网络几乎已经瘫痪;而优化前网络则表现出相对较强的抗毁攻击能力。

4) 在按介数去边攻击策略中(见图10),按边的介数大小依次去边,优化后网络面临该攻击方法表现出相对较强的抗毁能力,去除少数(约10%)介数较大边,对网络抗毁性影响有限。分析其原因在于,优化后网络中度小的节点倾向于和度大节点相连,从而导致连接度大节点之间边的介数也相对较大,因此边的冗余性较强;而针对优化前的网络结构,反之亦然。

## 4 结束语

复杂网络拓扑优化是复杂网络研究中重要内容,论文建立了复杂网络拓扑优化模型,提出了基于ADMPDE算法的求解方法,并通过仿真分析验证了模型与方法的可行性。但通过优化前后复杂网络抗毁性对比分析,发现拓扑优化过程中存在矛盾:尽管网络拓扑优化提高了网络抗毁性,以及复杂网络面临随机去点攻击和按介数去边攻击抗毁能力,但在面临按度去点攻击时,网络表现出较差的抗毁攻击能力。因此,在实际应用当中,需要根据复杂网络面临的现实威胁选择不同的网络拓扑结构,以及优化其拓扑结构。

## 参考文献(References):

- [1] 汪小帆,李翔,陈关荣. 复杂网络理论与应用[M]. 北京:清华大学出版社,2006.  
WANG Xiaofan, LI Xiang, CHEN Guanrong. The theory and application of the complex network [M]. Beijing: tsinghua university press, 2006. (in Chinese)
- [2] 张琨,谈革新,庄克琛,等. 复杂网络抗毁性测度研究综述[J]. 计算机时代,2010,5:4-7.  
ZHANG Kun, TAN Gexin, ZHANG Kechen, et al. Research review on invulnerability measure of complex network [J]. Com-



- puter era,2010(5):4-7. (in Chinese)
- [3] 吴俊. 复杂网络拓扑结构抗毁性研究[D]. 长沙:国防科学技术大学,2008.  
WU Jun. Study on invulnerability of complex network topologies [D]. Changsha: National university of defense technology, 2008. (in Chinese)
- [4] 刘亭,张杭. 网络抗毁性综述[J]. 军事通信技术,2003,24(4):19-23.  
LIU Ting, ZHANG Hang. Review of the network survivability [J]. Journal of military communications of technology, 2003,24(4):19-23. (in Chinese)
- [5] Storn R, Price K. DE —a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous space[J]. Technical report,1995,25(6):95-102.
- [7] Adleman L M. Molecular computation of solutions to combinatorial problems [J]. Science, 1994, 266:1021-1024.
- [8] Erdős P, Rényi A. On the evolution of random graphs[M]. Hungarian:Publications of the mathematical institute of the Hungarian academy of sciences, 1960: 17-61.
- [9] 黄仁全,李为民,周晓光,等. 基于微分进化算法的防空导弹火力分配研究[J]. 空军工程大学学报:自然科学版,2009,10(5):41-44.  
HUANG Renquan, LI Weimin, ZHOU Xiaoguang, et al. Research on firepower distribution model of surface to air missile based on differential evolution algorithm [J]. Journal of air force engineering university: natural science edition, 2009,10(5):41-44. (in Chinese)
- [10] 黄仁全,靳聪,贺筱军,等. 自适应局部增强微分进化改进算法[J]. 空军工程大学学报:自然科学版,2011,24(3):84-89.  
HUANG Renquan, JIN Cong, HE XiaoJun, et al. A modified differential evolution algorithm with adaptive and local enhanced operator [J]. Journal of air force engineering university: natural science edition, 2011,24(3):84-89. (in Chinese)
- [11] Newman M E J. Assortative mixing in networks[J]. Physical review letters, 2002, 89(20): 20871.
- [12] 金雷. 基于复杂网络的地域公路交通网抗毁性分析[D]. 长沙:国防科学技术大学,2008.  
JIN Lei. Survivability analysis of road traffic network in the area based on the complex network [D]. Changsha: National university of defense technology, 2008. (in Chinese)

(编辑:徐楠楠)

## Research on the Topology Structure Optimization of Network Based on the Invulnerability of Complex Network and the ADMPDE Algorithm

HUANG Ren-quan<sup>1,2</sup>, LI Wei-min<sup>1</sup>, DONG Wen<sup>3</sup>, WANG Sheng-yong<sup>2</sup>

(1. School of Air and Missile Defense, Air Force Engineering University, Sanyuan 713800, Shaanxi, China; 2. Unit 93942, Xianyang 712000, Shaanxi, China; 3. Baoji Oilfield Machinery Co LTD, Baoji 721002, Shaanxi, China)

**Abstract:** One of the tasks of the research on the complex network invulnerability is to optimize the topology structure of network. Based on the analysis of the invulnerability of common complex networks, the natural connectivity is used to measure the invulnerability of complex networks, and the topology structure optimization model is established. Because of the good performance of ADMPDE algorithm, the improved algorithm is applied to solving the topology structure optimization model. According to the simulation analysis, it is verified that the topology structure optimization model of the complex networks and the improved algorithm are reasonable and feasible, the essential rules of the topology structure optimization are obtained, and the invulnerabilities of the primary and the optimized complex networks are analyzed with the random attack, the intentional attack.

**Key words:** complex networks; invulnerability; differential evolution algorithm; topology structure optimization