

# 给定存活率下 45 钢的疲劳寿命估算

刘嘉, 李静, 杨友社, 李强, 张忠平

(空军工程大学理学院, 陕西 西安 710051)

**摘要** 基于临界损伤原理, 在以损伤应变范围作为金属材料疲劳裂纹萌生寿命控制参量的基础上, 推导了一个新的疲劳裂纹萌生寿命 (Fatigue Crack Initiation Life, FCIL) 估算模型, 并给出了模型中始裂抗力系数和始裂门槛值与金属拉伸性能参数之间的关系。与郑氏公式不同, 新的 FCIL 估算模型中疲劳延性指数不恒等于  $-0.5$ , 而是一个材料常数, 用以反映材料抵抗疲劳破坏的能力。以新的 FCIL 估算模型为基础, 建立了含缺口 45 钢具有给定存活率的疲劳寿命预测公式 (PSN 曲线公式)。与基于郑氏公式的 PSN 公式相比, 新的 PSN 曲线公式可以更为准确地预测 45 钢具有给定存活率的疲劳寿命。

**关键词** 寿命预测; FCIL 估算模型; PSN 曲线; 45 钢

**DOI** 10.3969/j.issn.1009-3516.2011.06.016

**中图分类号** O346.2 **文献标识码** A **文章编号** 1009-3516(2011)06-0079-04

在结构的疲劳可靠性评估中, 通常采用等效应力范围与疲劳强度干涉模型<sup>[1]</sup>。因此, 为满足疲劳可靠性评估的需要, 应当确定材料疲劳强度的概率分布。但是, 因为不能预先估计试件在指定寿命发生失效时所承受的循环应力, 所以疲劳强度的概率分布至今仍不能由试验直接测定<sup>[2-5]</sup>。为克服这一局限, 通常在某些假设的基础上间接确定疲劳强度的概率分布。在工程应用中, 通常假设疲劳强度与疲劳寿命都遵从对数正态分布, 疲劳强度的平均值由 50% 存活率疲劳寿命曲线确定<sup>[2,6]</sup>。但是, 在疲劳寿命分布难以由试验确定的长寿命区<sup>[3]</sup>, 疲劳强度的分布也无法确定, 因此就很难对长寿命区结构的疲劳可靠性进行评估<sup>[2,7]</sup>。

在寿命估算中, 需要使用具有给定存活率的疲劳寿命曲线, 即 PSN 曲线。迄今为止, PSN 曲线仍主要由大量的试验确定<sup>[3]</sup>, 费时、费力又十分昂贵, 且长寿命区的 PSN 曲线也很难画出<sup>[3]</sup>。另外, PSN 曲线理论表达式在文献中仍较少见到<sup>[3]</sup>。因此, 建立理论模型来预测材料给定存活率的疲劳寿命是十分重要的。文献[4]中郑修麟等根据已有的研究成果<sup>[8]</sup> (郑氏公式), 建立了含缺口 45 钢的 PSN 曲线模型。但是预测结果不论在低循环范围还是在高循环范围都低估了材料给定存活率下的疲劳寿命。

鉴于此, 本文推导了一个新的疲劳裂纹萌生寿命估算模型, 并给出了模型中始裂抗力系数和始裂门槛值与金属拉伸性能参数之间的关系, 在此基础上建立了含缺口 45 钢的 PSN 曲线公式, 并进行了验证。

## 1 新的 FCIL 估算模型

文献[2]在对试验结果分析的基础上, 认为加于试件上的应变范围  $\Delta\varepsilon$  应分为临界应变范围  $\Delta\varepsilon_c$  和损伤应变范围  $\Delta\varepsilon_D$ 。临界应变范围  $\Delta\varepsilon_c$  不造成金属的疲劳损伤, 它是金属的理论应变疲劳损伤极限<sup>[2]</sup>; 损伤应变范围  $\Delta\varepsilon_D$  将引起金属的疲劳损伤, 在数值上它等于全应变范围与理论应变疲劳极限之差<sup>[2]</sup>。用损伤应变范围代替 Manson - Coffin 公式中的塑性应变范围, 得到损伤应变范围与疲劳寿命  $N_f$  之间的关系为:

$$\Delta\varepsilon_D = \Delta\varepsilon - \Delta\varepsilon_c = \varepsilon_f' N_f^c \quad (1)$$

式中指数  $c$  为疲劳延性指数, 反映了材料抵抗疲劳破坏的能力, 其可用金属的拉伸性能<sup>[9]</sup> 表示为:

\* 收稿日期: 2011-06-09

基金项目: 空军工程大学研究生科技创新计划资助项目 (DX2010403)

作者简介: 刘嘉 (1979-), 女, 辽宁辽阳人, 讲师, 主要从事航空金属材料的疲劳与断裂研究。

E-mail: lijing02010303@163.com

$$c = -(0.47 + 0.1\varepsilon_f) \quad (2)$$

式中系数  $\varepsilon'_f$  是和断裂延性  $\varepsilon_f$  有关的常数。当  $N_f = \frac{1}{4}$  循环时,即相当于单向拉伸的情形,有  $\Delta\varepsilon_D = 2\varepsilon_f$ ,那么由式(1)可得:

$$\varepsilon'_f = 2^{(2c+1)} \varepsilon_f \quad (3)$$

由于疲劳极限通常低于弹性极限<sup>[2]</sup>,因此根据疲劳极限  $\sigma_{-1}$  的值,计算  $N_f = 10^7$  循环时的应变范围为:

$$\Delta\varepsilon_{N_f=10^7} = \frac{2\sigma_{-1}}{E} \quad (4)$$

式中疲劳极限  $\sigma_{-1}$  可用下面的经验方程<sup>[4]</sup>表示:

$$\sigma_{-1} = 0.39\sigma_b + 100\psi \quad (5)$$

式中  $\sigma_b$  和  $\psi$  分别为抗拉强度和断面收缩率。

将式(3-4)和  $N_f = 10^7$  循环代入式(1),可得:

$$\Delta\varepsilon_c = \frac{2\sigma_{-1}}{E} - 2^{(2c+1)} 10^{7c} \varepsilon_f \quad (6)$$

根据文献[8],加于试件上的应变范围  $\Delta\varepsilon$  可表示为:

$$\Delta\varepsilon = 2 \left( \frac{1}{EK} \Delta\sigma_{\text{eq}}^2 \right)^{\frac{1}{1+n}} \quad (7)$$

式中: $E$  为 Young's 模量; $n$  为应变硬化指数; $K$  为强度系数。 $K$  与断裂强度  $\sigma_f$ 、断裂延性  $\varepsilon_f$  和应变硬化指数  $n$  之间的关系为<sup>[2,8]</sup>:

$$K = \sigma_f \varepsilon_f^{-n} \quad (8)$$

等效应力范围  $\Delta\sigma_{\text{eq}}$ <sup>[8]</sup> 可以表示为:

$$\Delta\sigma_{\text{eq}} = \sqrt{\frac{1}{2(1-R)}} K_t \Delta S \quad (9)$$

式中: $K_t$  为理论应力集中系数; $\Delta S$  为名义应力范围; $R$  为应力比。把式(3)、式(7)代入式(1)中,并用  $N_i$  代替  $N_f$  化简整理可得到新的应力-寿命公式:

$$N_i = C_i \left( \Delta\sigma_{\text{eq}}^{\frac{2}{1+n}} - \Delta\sigma_{\text{th}}^{\frac{2}{1+n}} \right)^{\frac{1}{c}} \quad (10)$$

式中:

$$C_i = \frac{1}{4} \left( \sqrt{E\sigma_f\varepsilon_f} \right)^{-\frac{2}{(1+n)c}} \quad (11) \quad \Delta\sigma_{\text{th}} = \sqrt{E\sigma_f\varepsilon_f} \left( \frac{\Delta\varepsilon_c}{2\varepsilon_f} \right)^{\frac{1+n}{2}} \quad (12)$$

式中: $C_i$  是始裂抗力系数; $\Delta\sigma_{\text{th}}$  是始裂门槛值。

对于钝缺口钢试件,在长寿命区疲劳裂纹萌生寿命基本上等于疲劳寿命<sup>[3-4]</sup>,因此可以近似地用公式(10)来估算钝缺口钢试件的疲劳寿命<sup>[10]</sup>。

## 2 45 钢的 PSN 曲线公式

由文献[4,10]的分析可知,始裂抗力系数  $C$  遵从对数正态分布,始裂门槛值  $\Delta\sigma_{\text{th}}$  遵从正态分布,所以  $\lg C, \sigma_{\text{th}}$  的平均值和标准差可以用总体平均值  $\hat{\mu}$  和总体标准差  $\hat{\sigma}$  来表示。因此  $\lg C$  和  $\sigma_{\text{th}}$  在给定存活率  $S_v$  下的值  $x_p^{\wedge[3]}$  可以表示如下,式中  $u_p$  为标准正态偏量:

$$x_p^{\wedge} = \hat{\mu} + u_p \hat{\sigma} \quad (13)$$

文献[4]分别对含 U 型缺口和含 V 型缺口的 45 钢棒材进行了旋转弯曲疲劳试验,试件直径都是 12 mm,应力集中系数  $K_t$  分别为 2.0 和 2.5,试验应力比  $R = -1$ 。拟合文献[4]中的试验数据可得,应变硬化指数  $n = 0.152$ ,疲劳延性指数  $c = -0.5345$ 。分别计算标准正态偏量  $u_p = 0, \pm 1.0$  和  $\pm 2.0$  对应给定存活率下 45 钢的  $\lg C$  和  $\sigma_{\text{th}}$  之值式(10),并用  $N_f$  代替  $N_i$  得到存活率  $S_v$  取值不同时 45 钢的 PSN 曲线表达式:

对于 50%  $S_v$ , 有:

$$N_f = 4.61 \times 10^{13} \left[ \Delta\sigma_{\text{eqv}}^{1.736} - 331.6^{1.736} \right]^{-1.87} \quad (14a)$$

对于 84.1%  $S_v$ , 有:

$$N_f = 3.08 \times 10^{13} [\Delta\sigma_{eqv}^{1.736} - 303.8^{1.736}]^{-1.87} \quad (14b)$$

对于 15.9%  $S_v$ , 有:

$$N_f = 6.90 \times 10^{13} [\Delta\sigma_{eqv}^{1.736} - 359.4^{1.736}]^{-1.87} \quad (14c)$$

对于 97.7%  $S_v$ , 有:

$$N_f = 2.06 \times 10^{13} [\Delta\sigma_{eqv}^{1.736} - 276.0^{1.736}]^{-1.87} \quad (14d)$$

对于 2.3%  $S_v$ , 有:

$$N_f = 1.03 \times 10^{14} [\Delta\sigma_{eqv}^{1.736} - 387.2^{1.736}]^{-1.87} \quad (14e)$$

### 3 模型验证

由式(14a)、(14d)和(14e)画出45钢在给定存活率  $S_v$  分别等于 50%、2.3%和97.7%下的PSN曲线,见图1。由图可知,所有试验点都分布在  $\pm 2.0u_p$  分散带内。这就从一方面说明本文提出的PSN曲线公式可以较为准确地预测45钢具有给定存活率的疲劳寿命。

由于含缺口45钢的疲劳寿命也遵从对数正态分布<sup>[4]</sup>,那么可得每一等效力幅下疲劳寿命的对数平均值和标准差。45钢在不同应力幅下给定存活率的疲劳寿命就可以用公式(13)求得。因此,利用本文提出的方法,就能求得覆盖含缺口45钢整个寿命范围内的PSN曲线表达式。为了进一步说明式(14a) - (14e)正确性,图2绘出式(14a) - (14e)对应的PSN曲线。由图2可知,5条曲线都比较准确地预测了45钢具有给定存活率下的疲劳寿命。

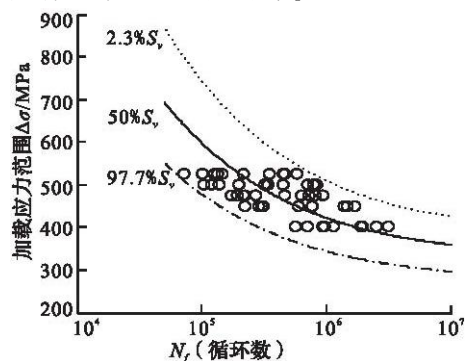


图1 45钢缺口试件疲劳寿命试验结果和PSN曲线

Fig. 1 Test results of fatigue life of 45 steel notched specimens and the PSN curves with given survivability

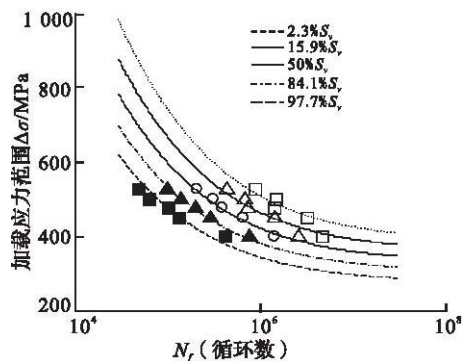


图2 45钢缺口试件给定存活率的PSN曲线

Fig. 2 The PSN curves with given survivability for 45 steel notched specimens

文献[4]指出:预测结果不论在低循环范围还是在高循环范围都低估了材料给定存活率下的疲劳寿命。其原因主要在于:郑修麟提出的应变—寿命公式中以损伤应变范围取代了Manson - Coffin公式中的塑性应变范围,但是无论从物理意义还是从量值大小方面讲,损伤应变范围都不同于塑性应变范围,即便公式的表达形式一样,疲劳延性指数也应有所不同。但是,在郑氏公式中,疲劳延性指数取为恒定值  $-0.5$ <sup>[2]</sup>,从而导致对含缺口45钢的预测结果始终都低估了材料给定存活率下的疲劳寿命。利用式(10)修正文献[4]中提出的应力—寿命曲线预测模型后,并以此为基础建立了含缺口45钢新的PSN曲线预测模型,由图2可见所提的预测模型能够较为准确地预测45钢具有给定存活率下的疲劳寿命。因此,与郑氏公式相比新公式可以更好地预测45钢的疲劳寿命。

### 4 结束语

本文推导的新的疲劳裂纹萌生寿命估算模型是:

$$N_i = C_i \left( \Delta\sigma_{1+n}^{\frac{2}{1+n}} - \Delta\sigma_{th}^{\frac{2}{1+n}} \right)^{\frac{1}{c}}$$

其中:

$$C_i = \frac{1}{4} \left( \sqrt{E\sigma_f \varepsilon_f} \right)^{-\frac{2}{(1+n)c}}, \quad \Delta\sigma_{th} = \sqrt{E\sigma_f \varepsilon_f} \left( \frac{\Delta\varepsilon_c}{2\varepsilon_f} \right)^{\frac{1+n}{2}}$$

需要注意的是,本文只是用含缺口 45 钢给定存活率  $S_0$  下的疲劳寿命曲线对新的 FCIL 估算模型进行了间接验证,该模型的普遍性尚需进一步研究。

### 参考文献:

- [1] 史永吉,郑修麟. 钢结构的疲劳设计规范[M]. 西安:西北工业大学出版社,1989.  
SHI Yongji, ZHENG Xiulin. The fatigue design norm for the steel structure [M]. Xi'an: Northwestern university publishing house, 1989. (in Chinese)
- [2] 郑修麟. 金属疲劳的定量理论[M]. 西安:西北工业大学出版社,1994.  
ZHENG Xiulin. Quantitative theory of metal fatigue [M]. Xi'an: Northwestern university publishing house, 1994. (in Chinese)
- [3] 高镇同. 航空金属材料疲劳性能手册[M]. 北京:北京航空材料研究所,1981.  
GAO Zhentong. Handbook of fatigue properties of aeronautical metallic materials [M]. Beijing: Beijing research institute of aeronautical materials,1981. (in Chinese)
- [4] Zheng X L, Wei J F. On the prediction of PSN curves of 45 steel notched elements and probability distribution of fatigue life under variable amplitude loading from tensile properties [J]. International journal of fatigue,2005,27:601-609.
- [5] Schijve J. Fatigue of Structure and Materials [M]. Heidelberg:Springer press, 2009.
- [6] 李曙林,朱家元,赵罡. 多孔腹板在谱载下的疲劳寿命分析[J]. 空军工程大学学报:自然科学版,2002,3(3):20-23.  
LI Shulin, ZHU Jiayuan, ZHAO Gang. Multi-holed plate fatigue life analysis under wing loading spectra [J]. Journal of air force engineering university:natural science edition, 2002,3(3):20-23. (in Chinese)
- [7] 张净敏. 可修复系统可靠性统计分析[J]. 空军工程大学学报:自然科学版,2002,3(4):62-64.  
ZHANG Zhengmin. Statistic analysis of reliability for repairable system [J]. Journal of air force engineering university:natural science edition, 2002,3(4):62-64. (in Chinese)
- [8] Zheng X L. A further study on fatigue crack initiation life - mechanical model for fatigue crack initiation [J]. International journal of fatigue,1986,8:17-21.
- [9] 张忠平. 基于常规力学参量对材料应变疲劳裂纹萌生寿命的理论估算[D]. 西安:西安交通大学,2006.  
ZHANG Zhongping. Theoretical prediction of the strain fatigue crack initiation life for the metallic materials based on the conventional mechanical parameters [D]. Xi'an: Xi'an jiaotong university, 2006. (in Chinese)
- [10] Yan J H, Zheng X L, Zhao K. Prediction of fatigue life and its probability distribution of notched friction welded joints under variable - amplitude loading [J]. International journal of fatigue,2000,22:481-494.

(编辑:徐敏)

## Fatigue Life Prediction for 45 Steel with Given Survivability

LIU Jia, LI Jing, YANG You - she, LI Qiang, ZHANG Zhong - ping

(The Science Institute, Air Force Engineering University, Xi'an, 710051, China)

**Abstract:** Based on the critical damage principle, a new prediction model for fatigue crack initiation life (FCIL) is developed through taking the cyclic damage strain range as the damage parameter. Correlations between the monotonic tensile data and two of the material constants (the stress fatigue - resisting coefficient and the theoretical fatigue threshold) in the proposed FCIL prediction model are founded as well. In contrast to Zheng's model, the fatigue ductility exponent contained in the proposed FCIL prediction model is a material constant which doesn't identically equal to the constant value  $-0.5$ . Besides, the fatigue ductility exponent shows the damage resistance ability of the material. The expressions of fatigue life curves with given survivability (PSN curves) for 45 steel notched specimen are developed on the basis of the proposed FCIL prediction model. In comparison with the Zheng's model - based PSN curves, the new PSN curves can be used to predict the fatigue life with given survivability of 45 steel better.

**Keywords:** life prediction; FCIL prediction model; PSN curve; 45 steel