一种基于过程噪声控制的弹道滤波方案

常思江[1]，　王中原[1]，　韩成辉[2]
(1. 南京理工大学动力工程学院,江苏　南京　210094；　2. 中国兵器工业第二 O 八研究所,北京　102202)

摘要　弹道滤波是精确获取弹箭飞行弹道参数的关键技术之一。当采用卡尔曼滤波进行弹道滤波时,系统模型偏差可能导致滤波精度的降低。以某低旋尾翼弹为对象,对此问题进行了研究。提出一个较精确且便于工程应用的扩展质点弹道模型,由此建立了弹箭飞行状态方程;在坐标雷达体制下建立了量测方程;仿真分析了系统模型偏差对弹道滤波性能的影响,并提出一个基于过程噪声控制的弹道滤波方案。仿真结果表明:该方案可有效克服模型偏差的不利影响,弹箭侧偏的估计误差可减小 50% 以上,且系统计算量增加较少。研究结果可为弹道滤波的工程应用提供一定的参考。

关键词　弹箭;状态估计;卡尔曼滤波;弹道模型;过程噪声

DOI　10. 3969/j. issn. 1009 - 3516. 2011. 01. 011

中图分类号　TJ765. 4　　**文献标识码**　A　　**文章编号**　1009 - 3516(2011)01 - 0051 - 04

各类低成本有控弹药是当前弹箭技术的重点发展方向之一。为了提高这些有控弹箭的打击精度,必须为其提供较为精确的飞行弹道参数。由于探测系统(如坐标雷达、卫星定位系统等)直接提供的测量信息往往含有较大的随机噪声,因而有必要对弹箭飞行状态进行实时的最优估计,这一过程在外弹道学中称作弹道滤波[1]。弹道滤波方法包括最小二乘滤波、卡尔曼滤波、衰减记忆滤波等,其中以卡尔曼滤波的工程应用较为广泛。近年来国内外也有相应的理论研究,如文献[2 - 6]利用卡尔曼滤波对各种探测系统的测量信息进行估计,以得到较为准确的弹道参数。然而,在工程应用中存在这样一个问题:卡尔曼滤波是以系统模型为基础,其估计效果依赖于系统模型的精度,而弹箭在飞行过程中不可避免地会受到各种扰动的影响(如阵风或控制力等),此时其实际飞行状态与飞行力学模型将产生较大差异,严重时可导致弹道滤波精度的显著降低(以致难以接受),而上述文献对该问题鲜有论及。对此,本文以某低旋尾翼弹为对象,建立了一个扩展质点弹道模型,其较普通质点弹道模型更为精确且便于工程应用,并在弹道滤波过程中考虑了系统模型偏差的影响,由此提出一个基于过程噪声控制的弹道滤波方案,以期为上述问题的解决提供一定的参考。

1　弹道滤波模型

1.1　弹箭飞行状态方程

克服系统模型偏差影响的途径之一便是建立较为精确的弹道模型,但考虑到工程应用的实时性要求,本文在普通质点弹道模型[7]的基础上,考虑了由弹箭动力平衡角侧向分量 δ_{2p} 所产生的侧向升力 R_z(实际上也就是考虑了弹箭旋转产生的侧偏),建立如下扩展质点弹道模型:

* 收稿日期:2010 - 04 - 08
作者简介:常思江(1983 -),男,江苏南京人,博士生,主要从事有控弹箭飞行控制理论与技术、外弹道仿真与设计研究. E - mail: ballistics@126. com

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=V_x;\quad \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=V_y;\quad \dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}=V_z\\ \dfrac{\mathrm{d}V_x}{\mathrm{d}t}=-\dfrac{\rho SC_D}{2m}V_r(V_x-W_x)\\ \dfrac{\mathrm{d}V_y}{\mathrm{d}t}=-\dfrac{\rho SC_D}{2m}V_r(V_y-W_y)-\tilde{g}\\ \dfrac{\mathrm{d}V_z}{\mathrm{d}t}=-\dfrac{\rho SC_D}{2m}V_r(V_z-W_z)+\dfrac{R_z}{m}\\ V_r=\sqrt{(V_x-W_x)^2+(V_y-W_y)^2+(V_z-W_z)^2}\end{cases}\tag{1}$$

式中各符号含义参见文献[7]。

侧向升力 R_z 可由下式估算[8]：

$$R_z=\frac{1}{2}\rho V_r^2SC'_y\delta_{2p}=\frac{1}{2}\rho V_r^{\,2}SC'_y\left(\frac{I_x}{I_y}\right)\frac{\dot{\gamma}g\cos\theta}{k_zV_r^{\,3}}\tag{2}$$

式中：C'_y 为弹箭升力系数导数；I_y 为弹体赤道转动惯量；I_x 为极转动惯量；$\dot{\gamma}$ 为弹体转速，对于低旋尾翼弹可取其平衡转速，即 $\dot{\gamma}=\dfrac{m'_{xw}\varepsilon_wV_r}{m'_{xd}}$，式中：$m'_{xw}$ 为尾翼导转力矩系数导数；ε_w 为尾翼导转角；m'_{xd} 为极阻尼力矩系数导数；$k_z=\dfrac{\rho Slm'_z}{(2I_y)}$，式中 m'_z 为静力矩系数导数；l 为弹箭特征长度；其余符号参见文献[7-8]。

取地面坐标系中的 3 个位置分量和 3 个速度分量为状态变量，记为 $\boldsymbol{X}=[x\quad y\quad z\quad V_x\quad V_y\quad V_z]^{\mathrm{T}}$。根据上述弹道模型，可得到弹箭飞行状态方程如下：

$$\dot{\boldsymbol{X}}=f(\boldsymbol{X})+\boldsymbol{Gu}+\boldsymbol{w}=\begin{bmatrix}V_x\\ V_y\\ V_z\\ -\dfrac{\rho SC_D}{2m}V_r(V_x-W_x)\\ -\dfrac{\rho SC_D}{2m}V_r(V_y-W_y)\\ -\dfrac{\rho SC_D}{2m}V_r(V_z-W_z)+\dfrac{R_z}{m}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\\-g\\0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\\0\\u_s\end{bmatrix}\tag{3}$$

式中：$\boldsymbol{Gu}=[0\quad 0\quad 0\quad 0\quad -g\quad 0]^{\mathrm{T}}$，表示系统的控制输入，这里仅为重力加速度；$\boldsymbol{w}=[0\quad 0\quad 0\quad 0\quad 0\quad u_s]^{\mathrm{T}}$ 表示过程噪声，它反映了弹道模型与弹箭实际飞行状况的差异，u_s 即为弹箭侧向加速度的系统模型偏差。

过程噪声方差矩阵为：

$$\boldsymbol{Q}=E[\boldsymbol{ww}^{\mathrm{T}}]=\begin{bmatrix}\boldsymbol{0}_{5\times5} & \boldsymbol{0}_{5\times1}\\ \boldsymbol{0}_{1\times5} & \varphi_s\end{bmatrix}\tag{4}$$

式中：$\varphi_s=E(u_s^2)$，表示过程噪声的谱密度；E 为期望算子。

1.2 坐标雷达探测下的量测方程

本文以坐标雷达探测体制为例。在实际射击时，雷达一般不会恰好置于炮位，则建立天线坐标系 $A-x_Ay_Az_A$，坐标雷达的量测值即斜距 r、方位角 ϕ 和高低角 ε 在该坐标系中测得。图 1 所示为天线坐标系 $A-x_Ay_Az_A$、地面坐标系 $O-xyz$ 及各量测值之间的关系。

由图 1，可得到雷达探测量与地面坐标系的关系为：

$$\begin{gathered}r=\sqrt{(x-x_a)^2+(y-y_a)^2+(z-z_a)^2}\\ \phi=\arctan\left[\frac{(z-z_a)}{(x-x_a)}\right]\\ \varepsilon=\arctan\left[\frac{(y-y_a)}{\sqrt{(x-x_a)^2+(z-z_a)^2}}\right]\end{gathered}\tag{5}$$

式中(x_a, y_a, z_a)为雷达天线中心(即天线坐标系的原点 A)在地面坐标系中的 3 个分量。

建立量测方程如下:

$$\boldsymbol{Z} = h(\boldsymbol{X}) + \boldsymbol{v} \tag{6}$$

式中:$\boldsymbol{Z} = [r \quad \phi \quad \varepsilon]^{\mathrm{T}}$ 为坐标雷达的观测量阵列;$h(\boldsymbol{X})$ 即为式(5);$\boldsymbol{v}$ 为雷达测量噪声,仿真时假设为零均值高斯白噪声,则离散形式的量测噪声方差矩阵为:

$$\boldsymbol{R}_k = E[\boldsymbol{v}_k \boldsymbol{v}_k^{\mathrm{T}}] = \begin{bmatrix} \sigma_r^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\phi^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\varepsilon^2 \end{bmatrix} \tag{7}$$

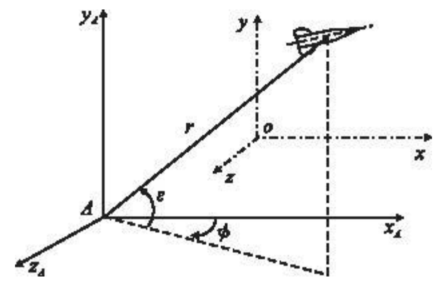


图 1　天线坐标系与地面坐标系

Fig. 1　Antenna coordinate system and ground coordinate system

式中:σ_r^2、σ_ϕ^2、σ_ε^2分别为斜距、方位角、高低角的量测噪声方差,3 者相互独立。

1.3　卡尔曼滤波模型

根据以上系统状态方程和量测方程,可构造离散形式的卡尔曼滤波方程如下:

$$\hat{\boldsymbol{X}}_k = \bar{\boldsymbol{X}}_k + \boldsymbol{K}_k \cdot [\boldsymbol{Z}_k - \boldsymbol{H}(\bar{\boldsymbol{X}}_k)] \tag{8}$$

式中:下标 k 表示第 k 时刻;$\hat{\boldsymbol{X}}_k$ 为最优估计值;$\boldsymbol{Z}_k$ 为含噪的雷达量测值;$\bar{\boldsymbol{X}}_k$ 为系统状态预测值;$\boldsymbol{H}(\bar{\boldsymbol{X}}_k)$ 可由式(5)计算;$\boldsymbol{K}_k$ 为卡尔曼增益,可通过求解如下形式的 Ricatti 方程[9]得到。

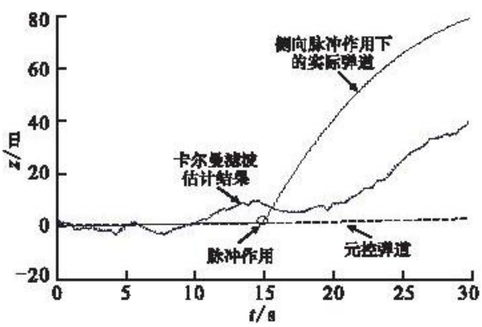
$$\begin{aligned} \boldsymbol{M}_k &= \Phi_k \boldsymbol{P}_{k-1} \Phi_k^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{Q}_k \\ \boldsymbol{K}_k &= \boldsymbol{M}_k \boldsymbol{H}^{\mathrm{T}} (\boldsymbol{H}\boldsymbol{M}_k \boldsymbol{H}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{R}_k)^{-1} \\ \boldsymbol{P}_k &= (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{K}_k \boldsymbol{H}) \boldsymbol{M}_k \end{aligned} \tag{9}$$

式中:$\boldsymbol{P}_k$ 为估计值的协方差矩阵;$\boldsymbol{I}$ 为单位矩阵;$\boldsymbol{M}_k$ 为辅助矩阵;系统基本矩阵 $\Phi_k \approx \boldsymbol{I} + \boldsymbol{F} \cdot T_s$,式中 $\boldsymbol{F} = \left.\dfrac{\partial f(\boldsymbol{X})}{\partial \boldsymbol{X}}\right|_{X=\hat{X}}$,$T_s$ 为滤波采样间隔;系统量测矩阵 $\boldsymbol{H} = \left.\dfrac{\partial h(\boldsymbol{X})}{\partial \boldsymbol{X}}\right|_{X=\hat{X}}$。

2　基于过程噪声控制的弹道滤波及仿真结果

2.1　系统模型偏差对弹道滤波的影响

为说明问题,这里假设某弹丸出炮口后无控飞行,在 15 s 时刻受到冲量大小为 20 N·s 的侧向脉冲控制作用后继续飞行直至 30 s 时刻。在这一过程中,滤波采样间隔取 $T_s = 0.5$ s,并令 $u_s = 0$,则弹箭的侧偏估计结果见图 2。



2　脉冲控制作用下的弹箭飞行状态估计曲线

Fig. 2　Estimation of lateral range with the action of impulse

由图 2 知,当受到脉冲作用后,弹箭的侧偏与原有无控弹道侧偏相差较大(可达 80 m)。在弹道滤波过程中,在受到脉冲控制作用前(15 s 时刻之前)尚可较好地估计实际弹道(误差在 ±10 m 以内),当脉冲作用以后,尽管系统不断地利用雷达测量值进行校正,估计值仍难以很好地跟踪实际弹道(误差可达 40 m)并呈发散趋势。产生这一现象的根本原因是由于弹道模型发生了突变,而滤波时仍然采用原有无控弹道模型,则造成较大的系统偏差,对于卡尔曼滤波方法而言,这一系统偏差将导致估计误差的急剧增大,以致难以满足工程应用的精度要求。

2.2　过程噪声控制函数

为解决上述问题,这里将通过控制过程噪声进行自适应弹道滤波。首先给出理论误差 $E_t = \sqrt{\boldsymbol{H}\boldsymbol{M}_k \boldsymbol{H}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{R}_k}$ 及滤波残差 $R_{\mathrm{ES}} = \boldsymbol{Z}_k - \boldsymbol{H}(\bar{\boldsymbol{X}}_k)$ 的定义[9-10],则具体算法为:在求解 Ricatti 方程(9)的过程中,每一时刻计算 E_t 和 R_{ES} 并进行判断,当满足 $|R_{\mathrm{ES}}| > \alpha E_t$ 时,则产生自适应控制函数 $\varphi_{sk} = \eta(\varphi_{s\,k-1})$。式中:$\alpha$ 为估计误差容许系数,φ_{sk},$\varphi_{s\,k-1}$ 分别为第 k 和 $k-1$ 时刻的过程噪声谱密度,控制函数 $\eta(\varphi_s)$ 可取为 $\varphi_{sk} = K_\varphi \varphi_{s\,k-1}$,式中 K_φ 为比例系数。图 3 为自适应弹道滤波方案的估计结果,图 4 为 2 种弹道滤波方案的估计误差曲线,仿真条件与图 2 相同。

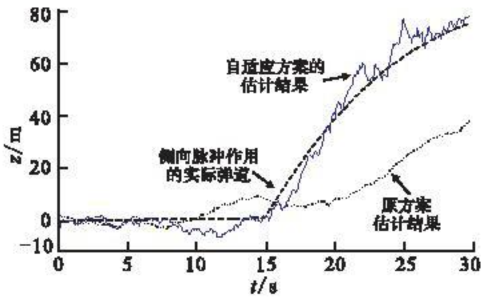


图 3 基于过程噪声控制的弹箭飞行状态估计曲线

Fig. 3 Estimation of lateral range based on the process noise control

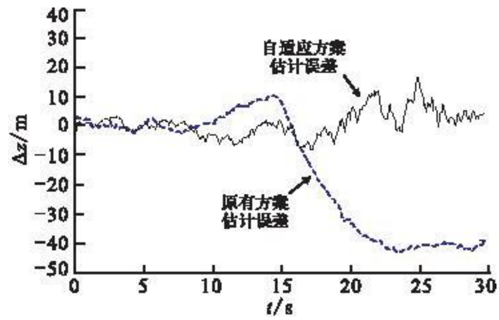


图 4 2 种方案的估计误差比较

Fig. 4 Comparison of estimation error between two schemes

由图 3 –4 知,引入过程噪声自适应控制后,当弹箭受到脉冲控制力的作用(飞行状态发生突变),采用原有系统模型仍可使状态估计值与实际弹道参数吻合较好,尽管增加了部分高频噪声,但相比原有方案,其估计误差减小 50% 以上,且并未给系统增加太多的计算量。值得说明的是,由于克服不同类型、不同大小模型偏差所需过程噪声是不同的,因而有必要根据具体的弹箭系统参数及性能指标要求,合理地选取 α、K_φ 等参数,以提高弹道滤波的性能。

3 结束语

弹道滤波的实际应用过程中存在着弹箭飞行状态模型偏差的问题,极易导致滤波精度的破坏。为解决这一问题,本文考虑了弹箭动力平衡角的影响,建立了扩展质点弹道模型,同时考虑了弹箭侧向加速度的模型偏差,仿真分析了系统模型偏差对弹道滤波性能的影响,由此提出一个基于过程噪声控制的弹道滤波方案。结果表明,采用该方案可使弹箭侧偏的估计误差减小 50% 以上,且并未增加过多的系统计算量,因而具有较高的可行性和有效性。本文的研究结果可为弹道滤波的工程应用提供一定的参考。

参考文献:

[1] 徐明友. 高等外弹道学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2003.
XU Mingyou. Advanced exterior ballistics[M]. Beijing: Higher education press, 2003. (in Chinese)

[2] Ohlmeyer Ernest J, Pepitone Thomas R, Fraysse John W, et al. Navigation and control without gyros: A gun – launched munition concept[C]// AIAA guidance navigation and control conference and exhibit. Monterey, California: AIAA press, 2002: 1 –14.

[3] Changey S, Fleck V, Beauvois D. Projectile attitude and position determination using magnetometer sensor only [J]. Proceedings of SPIE, 2005, 58(3): 49 –58.

[4] Sebastien Changey, Dominique Beauvois, Volker Fleck. A mixed extended – unscented filter for attitude estimation with magnetometer sensor[C]// Proceeding of the 2006 American control conference. Minneapolis, Minnesota: [s. n.], 2006: 14 –16.

[5] Lee HanSung , Kim Kwangjin , Park HeeYoung , et al. Roll estimation of a smart munition using a magnetometer based on an unscented kalman filter[C]// AIAA Guidance, navigation and control conference and exhibit. Honolulu, Hawaii: AIAA press, 2008: 1 –20.

[6] 史金光, 徐明友, 王中原, 等. 卡尔曼滤波在弹道修正弹落点推算中的应用[J]. 弹道学报, 2008, 20(3): 41 –43.
SHI Jinguang, XU Mingyou, WANG Zhongyuan, et al. Application of Kalman filtering in calculation of trajectory falling point of trajectory correction projectiles[J]. Journal of ballistics, 2008, 20(3): 41 –43. (in Chinese)

[7] Robert L, Mc Coy. Modern exterior ballistics: the launch and flight dynamics of symmetric projectiles [M]. Schiffer: Attlen, 1999.

[8] 韩子鹏. 弹箭外弹道学[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2008.
HAN Zipeng. Exterior ballistics for projectiles[M]. Beijing: Beijing Institute of technology press, 2008. (in Chinese)

(下转第 63 页)