

非平稳噪声背景下多径信号 DOA 估计方法

童宁宁¹, 郭艺夺¹, 门健²

(1. 空军工程大学 导弹学院, 陕西 三原 713800; 2. 空军工程大学 电讯工程学院, 陕西 西安 710077)

摘要:针对目标信号传输过程中的多径现象或电磁干扰引起的同时存在独立和相干信源(多径信号)的情况,提出了一种非平稳噪声背景下的混合信源 DOA 分步估计方法。该算法利用常规谱估计算法估计独立信源,在利用广义协方差差分方法排除掉非平稳噪声信息后,然后根据斜投影算子的性质排除独立信源,对剩余的相干信源则可采用修正空间平滑算法恢复为满秩,进而可以用 MUSIC 算法进行 DOA 估计。相比较传统的广义差分方法,该算法在提高阵列信源过载能力的同时,避免了对独立信源的平滑运算,计算复杂度降低,并且适用于更广泛的未知噪声背景及低信噪比环境。计算机仿真结果证明了新算法的有效性和正确性。

关键词:DOA 估计;非平稳噪声;多径信号;广义空间差分;斜投影算子

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-3516(2008)06-0038-04

由于具有良好的谱分辨力和较小的计算量,子空间类算法(MUSIC、ESPRIT法等)已成为 DOA 估计中最常用和经典的方法。然而此类算法仅适用于非相干信源的测向,且要求阵列噪声为高斯白噪声或平稳相关的色噪声。在非平稳噪声背景^[1-2](噪声协方差矩阵为未知的不等元素的对角阵)下并且独立和相干信源(来自多径传播或电子干扰等)同时存在时,子空间类算法性能急剧下降。针对非平稳噪声背景下的信源 DOA 估计,百篇优秀博士论文^[3]采用差分排除非平稳噪声后,直接对独立和相干信源进行平滑处理,但其需要子阵阵元数大于两倍入射信源数,阵列孔径损失较大,效率较低;另外,此算法伴随有镜像伪峰(伪根)。文献[4]针对均匀对称线阵,在对消掉噪声之后,将独立信源和相干信源分开分辨,以此增加可分辨的信源数,同时对相干信源采用 Toeplitz 矩阵构造的方法恢复为满秩,可明显减小算法运算量,但适用范围较窄,且数据利用率低而导致其谱分辨力较低。

针对非平稳噪声背景下,同时存在独立、相干信源的 DOA 估计问题,本文提出了分步处理的方法。相比传统算法,本文方法获得的性能更好,具有更强的非平稳噪声抑制能力、信源过载能力及阵元节省能力;同时避免了对独立信源的平滑运算,可明显减小算法的计算量。

1 阵列信号模型

假设空间均匀线阵(ULA)由各向同性阵元组成,阵元间距为 d ,阵元远场中在以线阵轴线法线为参考方向的 $\theta_i (i=1, 2, \dots, M)$ 方向处有 M 个窄带点源以平面波入射(波长为 λ),则阵列接收的快拍数可表示为

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}(\theta)\mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t) \quad (1)$$

式中: $\mathbf{X}(t)$ 为 $N \times 1$ 快拍数据矢量; $\mathbf{N}(t)$ 为 $N \times 1$ 阵列噪声矢量; $\mathbf{S}(t)$ 为入射信号矢量; $\mathbf{A}(\theta) = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_M)]$ (为简单起见以下 $\mathbf{A}(\theta_i)$ 写为 \mathbf{A})为阵列流形矩阵,其中 $\mathbf{a}(\theta_i) = [1, e^{j\beta_i}, \dots, e^{j(N-1)\beta_i}]^T$ 为第 i 个信源的导向矢量, $\beta_i = -2\pi/\lambda d \sin(\theta)$ 。

* 收稿日期:2008-03-04

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60601016);国家“863”计划资助项目(2006AAX01307)

作者简介:童宁宁(1963-),女,江苏太仓人,教授,主要从事雷达系统建模和自适应信号处理技术研究。

E-mail:wkzm134@126.com

2 分步 DOA 估计算法

2.1 用广义协方差差分 (GCD) 排除非平稳噪声

由式(1),均匀线阵的阵列协方差矩阵可表示为

$$\mathbf{R} = E\{\mathbf{X}(t)\mathbf{X}(t)^H\} = \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H + \boldsymbol{\varphi} = \mathbf{A}(\mathbf{R}_T + \mathbf{R}_{NT})\mathbf{A}^H + \boldsymbol{\varphi} \quad (2)$$

式中: \mathbf{R}_s 为信源协方差矩阵; $\boldsymbol{\varphi}$ 为噪声协方差矩阵,假设噪声为非平稳白噪声,即各阵元上的噪声功率不相等,且各个阵元间的噪声不相关,则 $\boldsymbol{\varphi} = \text{diag}(\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_N^2)$, $\sigma_i^2 (i=1, 2, \dots, N)$ 为第*i*个阵元上的噪声功率; \mathbf{R}_T 为独立信源形成的相关矩阵; \mathbf{R}_{NT} 为相干信源形成的相关矩阵。

命题1:设前后向空间平滑算法(FBSS)协方差矩阵表达式为

$$\mathbf{R}_{fb} = \frac{1}{2L} \sum_{k=1}^L \mathbf{F}_k (\mathbf{R} + \mathbf{J}\mathbf{R}^* \mathbf{J}) \mathbf{F}_k^T \quad (3)$$

其共轭表达式为

$$\mathbf{R}_{fb}^* = \frac{1}{2L} \sum_{k=1}^L \mathbf{F}_k (\mathbf{R}^* + \mathbf{J}\mathbf{F}_k^T (\mathbf{R}^*)^* \mathbf{J}) = \frac{1}{2L} \sum_{k=1}^L \mathbf{F}_k (\mathbf{R}^* + \mathbf{J}\mathbf{R}\mathbf{J}) \mathbf{F}_k^T \quad (4)$$

式中: $\mathbf{F}_k = [\mathbf{O}_{m \times (k-1)} \mid \mathbf{I}_m \mid \mathbf{O}_{m \times (N-k-m+1)}]$ 。定义 GCD 算法的协方差矩阵为

$$\mathbf{R}_{GCD} = \mathbf{R}_{fb} - \mathbf{R}_{fb}^* = \frac{1}{2L} \sum_{k=1}^L \mathbf{F}_k (\mathbf{R} + \mathbf{J}\mathbf{R}^* \mathbf{J} - \mathbf{R}^* - \mathbf{J}\mathbf{R}\mathbf{J}) \mathbf{F}_k^T \quad (5)$$

令 $\Delta\mathbf{R} = \mathbf{R} + \mathbf{J}\mathbf{R}^* \mathbf{J} - \mathbf{R}^* - \mathbf{J}\mathbf{R}\mathbf{J}$,则

$$\begin{aligned} \Delta\mathbf{R} &= \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H + \boldsymbol{\varphi} + \mathbf{J}\mathbf{A}^* \mathbf{R}_s^* (\mathbf{A}^*)^H \mathbf{J} + \mathbf{J}\boldsymbol{\varphi}^* \mathbf{J} - \mathbf{A}^* \mathbf{R}_s^* (\mathbf{A}^*)^H - \boldsymbol{\varphi}^* - \mathbf{J}\mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H \mathbf{J} - \mathbf{J}\boldsymbol{\varphi}\mathbf{J} = \\ &= \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H - \mathbf{J}\mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H \mathbf{J} - (\mathbf{A}^* \mathbf{R}_s^* (\mathbf{A}^*)^H - \mathbf{J}\mathbf{A}^* \mathbf{R}_s^* (\mathbf{A}^*)^H \mathbf{J}) + \boldsymbol{\varphi} - \boldsymbol{\varphi}^* - \mathbf{J}(\boldsymbol{\varphi} - \boldsymbol{\varphi}^*)\mathbf{J} = \\ &= \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H - \mathbf{J}\mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H \mathbf{J} - (\mathbf{A}^* \mathbf{R}_s^* (\mathbf{A}^*)^H - \mathbf{J}\mathbf{A}^* \mathbf{R}_s^* (\mathbf{A}^*)^H \mathbf{J}) = \\ &= (\mathbf{A}, \mathbf{J}\mathbf{A}) \begin{bmatrix} \mathbf{R}_s & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{R}_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\mathbf{A}, \mathbf{J}\mathbf{A})^H \\ (\mathbf{A}^*, \mathbf{J}\mathbf{A}^*)^H \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

上式中,由于矩阵 $\boldsymbol{\varphi}$ 为实对角矩阵,故噪声协方差矩阵相互抵消,从而 $\Delta\mathbf{R}$ 中不含噪声项。

2.2 用斜投影算子排除独立信源

在排除噪声信息后,可以利用常规子空间算法实现独立信源测向,然后根据斜投影算子的性质分离出独立信源。不具有复共轭对称性的幂等算子称为斜投影算子,它是幂等非正交算子,由值域空间 $\text{Range}(A)$ 和零空间 $\text{Null}(B)$ 构成的斜投影算子可表示为 $\mathbf{E}_{A|B} = \mathbf{A}(\mathbf{A}^H \mathbf{P}_B^\perp \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{P}_B^\perp$,它具有以下性质:

$$\mathbf{E}_{A|B}^2 = \mathbf{E}_{A|B}, \quad \mathbf{E}_{A|B} \mathbf{A} = \mathbf{A}, \quad \mathbf{E}_{A|B} \mathbf{B} = \mathbf{0} \quad (7)$$

命题2:若存在等式 $\mathbf{R} = \mathbf{A}\mathbf{R}_A\mathbf{A}^H + \mathbf{B}\mathbf{R}_B\mathbf{B}^H$,则:

$$\mathbf{E}_{A|B} \mathbf{R} \mathbf{E}_{A|B}^H = \mathbf{A}\mathbf{R}_A\mathbf{A}^H \quad (8) \quad \mathbf{E}_{A|B} \mathbf{R} \mathbf{E}_{B|A}^H = \mathbf{B}\mathbf{R}_B\mathbf{B}^H \quad (9)$$

因此,针对式(6),它的第一部分可由下式排除独立信源:

$$\mathbf{E}_{A_{NT}|A_T} \begin{bmatrix} (\mathbf{A}, \mathbf{J}\mathbf{A}) \begin{bmatrix} \mathbf{R}_s & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{R}_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\mathbf{A}, \mathbf{J}\mathbf{A})^H \\ (\mathbf{A}^*, \mathbf{J}\mathbf{A}^*)^H \end{bmatrix} \end{bmatrix} \mathbf{E}_{A_{NT}|A_T} = (\mathbf{A}_{NT}, \mathbf{J}\mathbf{A}_{NT}) \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{NT} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{R}_{NT} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\mathbf{A}_{NT}, \mathbf{J}\mathbf{A}_{NT})^H \\ (\mathbf{A}_{NT}^*, \mathbf{J}\mathbf{A}_{NT}^*)^H \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\mathbf{E}_{A_{NT}|A_T} = \mathbf{A}_{NT} (\mathbf{A}_{NT}^H \mathbf{P}_{A_T}^\perp \mathbf{A}_{NT})^{-1} \mathbf{A}_{NT}^H \mathbf{P}_{A_T}^\perp \quad (11)$$

通过式(11)很难获得 $\mathbf{E}_{A_{NT}|A_T}$,因为 $\mathbf{P}_{A_T}^\perp$ 无法由 \mathbf{A}_T 直接获得^[5],在 $M_1 + M_2 + D < N$ 时,式(11)可表示为

$$\mathbf{E}_{A_{NT}|A_T} = \mathbf{A}_{NT} (\mathbf{A}_{NT}^H \mathbf{R}^+ \mathbf{A}_{NT})^{-1} \mathbf{A}_{NT}^H \mathbf{R}^+ \quad (12)$$

式中, \mathbf{R}^+ 为伪逆矩阵。

类似的方法可以排除式(6)中后半部分的独立源信息,因此经过以上预处理过程后的矩阵 $\Delta\mathbf{R}'$ 仅存在相干信源信息。

2.3 用修正空间平滑算法估计相干信源

利用式(5)对差分、投影后的矩阵 $\Delta\mathbf{R}'$ 进行前后向空间平滑得:

$$\mathbf{Y}^f = \mathbf{R}'_{GCD} = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L \mathbf{F}_k \Delta\mathbf{R}' \mathbf{F}_k^T \quad (13)$$

平滑后的矩阵(13)是一个负反对称矩阵,即满足:

$$\mathbf{Y}^f(i, j) = -\mathbf{Y}^f(m-j+1, m-i+1) \quad (14)$$

负反对称矩阵的特点是特征值总是正负成对出现, \mathbf{Y}^f 非零特征值为偶数个。假设相干信源数为 M_c , 则大特征值为 $2M_c$ 个。因此可以对平滑后矩阵作如下修正^[6]:

$$\mathbf{Y}_m^f = \mathbf{Y}_{11}^f + \mathbf{Y}_{22}^f + \mathbf{Y}_{12}^f \mathbf{Y}_{21}^f / m^2 \quad (15)$$

式中, $\mathbf{Y}_{ij}^f = \mathbf{Y}^f(i:m+i-2, j:m+j-2)$ 。

修正后的矩阵不再是负反对称矩阵,其秩可恢复为满秩,我们可以对矩阵 \mathbf{Y}_m^f 特征分解,分解产生 M_c 个非零特征值及 $m-M_c$ 个零特征值。其中, \mathbf{Y}_m^f 矩阵的零特征值对应的特征向量 $\mathbf{u}_i (i = M_c + 1, M_c + 2, \dots, M_c + m)$ 构成噪声子空间 \mathbf{E}_n , 则 MUSIC 算法的谱函数可表示为

$$P_{\text{music}}(\theta) = \frac{1}{\|\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{E}_n\|} \quad (16)$$

2.4 信源过载能力分析

假设阵列远场有 M 个窄带点源以平面波入射,其中,独立信源数为 M_u ,相干信源数为 M_c 。若要成功分辨所有入射信源,对于文献[3]算法,需要 $3/2M_c + M_u + 1$ 个阵元;文献[4]方法最少需要 $\max[M_u + 1, 2M_c + 1]$ 个阵元;而本文算法分两步分辨所有信源,第一步采用常规子空间算法分辨独立信源,需要 $M_c + M_u + 1$ 个阵元,第二步在差分、投影后采用修正空间平滑算法分辨相干信源,需要 $3/2M_c$ 个阵元,因此,本文算法最少所需阵元数为 $\max[M_c + M_u + 1, 3/2M_c]$ 。表1给出了不同入射信源情况下文献[3]中的普通广义协方差差分方法(GCD)、文献[4]中的分步 Toeplitz 构造方法(OTOP)及本文算法最少所需阵元数的比较,由表中数据可以看出,本文算法具有较大的阵元节省能力。

表1 不同入射信源情况下算法所需最少阵元数的比较

Tab. 1 The least arrays needed when different sources impinging

入射信源数/个		最少所需阵元数/个		
独立	相干	GCD	OTOP	本文算法
2	2	6	5	5
3	4	10	9	8
3	5	12	11	9
4	6	14	13	11

3 仿真实验及结果分析

10 阵元均匀线阵接收空间 10° 、 15° 方向上的 2 个等功率独立信源以及 38° 、 -15° 、 5° 方向上的 3 个等功率相干信源,非平稳噪声相关矩阵为 $\boldsymbol{\varphi} = \sigma_n^2 \text{diag}(1, 2, 3, 1, 41, 1, 1, 2, 6)$,快拍数为 500,子阵阵元数为 5。使信噪比从 0 dB 变化到 30 dB,比较不同算法在不同信噪比情况下的统计性能。图1为 100 次 Monte - Carlo 实验的统计结果(每个信噪比点做 100 次 Monte - Carlo 仿真),分别给出了 GCD 算法、OTOP 算法及本文算法的 RMSE(均方根误差)比较曲线。

从图1可以看出,在阵元过载能力范围之内,3种方法均能有效实现非平稳噪声背景下的独立和相干信源的估计,随着信噪比的提高,参数估计的 RMSE 减小,估计性能变好。比较而言,本文算法最好,强于 GCD 算法并且远好于 OTOP 方法,特别是低信噪比情况下。这是因为 Toeplitz 类方法不适合低信噪比环境,并且其数据利用率较低,Toeplitz 矩阵构造时一般只使用接收数据协方差矩阵的一行信息,采用多行信息融合可以相应提高估计性能,但运算量也随之增大;而 GCD 算法需要同时估计独立和相干信源,等效于阵列有效孔径的减小,因此性能有所降低。

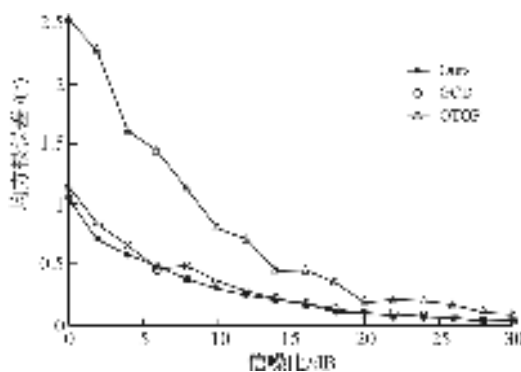


图1 均方根误差随信噪比变化曲线

Fig. 1 RMSE versus SNR

4 结束语

本文提出了用广义协方差差分法和斜投影算子把不同类信源逐步分离分辨的方法,该方法能有效对付非平稳噪声背景下的独立和相干混合信源。在取得较好谱分辨力的同时,增加了阵列的信源过载能力,实验结果证明了本方法的有效性,并且优于传统的 GCD 算法和 OTOP 算法。

参考文献:

- [1] Goransson B, Ottersten B. Direction Estimation in Partially Unknown Noise Fields[J]. IEEE Trans Signal Processing, 1999, 45(9): 2375 – 2384.
- [2] Matvejev A L, Gershman A B, Bohme J F. On the Direction Estimation Cramer – Rao Bounds in the Presence of Uncorrelated Unknown Noise[J]. Circuits Syst Signal Process, 1999, 18(5): 479 – 487.
- [3] 齐崇英. 无源阵列高分辨率波达方向估计方法研究[D]. 西安: 空军工程大学, 2006.
QI Chongying. On the Estimation Methods of High Resolution DOA with Passive Array[D]. Xi'an: Air Force Engineering University, 2006. (in Chinese)
- [4] Karl W. DOA Estimation and Detection in Colored Noise Using Additional Noise – Only Data [J]. IEEE Trans Signal Processing, 2007, 8(5): 1 – 14.
- [5] Xu X, Ye Z, Peng J. Method of Direction – of – arrival Estimation for Uncorrelated, Partially Correlated and Coherent Sources [J]. IET Microw Antennas Propag, 2007, 1(4): 949 – 954.
- [6] 叶中付. 空间平滑差分方法[J]. 通信学报, 1997, 18(9): 1 – 7.
YE Zhongfu. Method of Spatial Smoothing Difference[J]. Journal of Communication, 1997, 18(9): 1 – 7. (in Chinese)
- [7] Han F M, Zhang X D. An ESPRIT – Like Algorithm for Coherent DOA Estimation[J]. IEEE Antennas Wireless Propag Lett, 2005, 4(6): 443 – 446.
- [8] Xu Xu, Ye Zhongfu, Zhang Yufeng. A Deflation Approach to Direction of Arrival Estimation for Symmetric Uniform Linear Array[J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2006, 5(6): 486 – 489.
- [9] McCloud M L, Scharf L L. A New Subspace Identification Algorithm for High Resolution DOA Estimation[J]. IEEE Trans Antennas Propag, 2002, 50(10): 1382 – 1390.
- [10] Rajagopal R, Rao P R. Generalised algorithm for DOA Estimation in A Passive Sonar [J]. IEEE Proceedings – F, 1993, 140(1): 12 – 20.

(编辑:田新华)

Method of DOA Estimation of Multi – path Signals under Non – stationary Noise

TONG Ning – ning¹, GUO Yi – duo¹, MEN Jian²

(1. Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan 713800, Shaanxi, China; 2. Telecommunication Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

Abstract: Aiming at the problems of multi – path sources in transmission and the active interference which might cause the coexistence of uncorrelated sources and coherent sources, an ordinal DOA estimation method is proposed under non – stationary noise field. The uncorrelated sources are firstly estimated by using the conventional spatial spectrum estimation method, then the noise is eliminated by the generalized differencing method and the uncorrelated sources are displaced by exploiting the property of oblique projection, so the only remained coherent sources can be renewed to full rank by the technique of the modified spatial smoothing algorithm. Compared with the traditional method, the number of sources resolved by this approach can exceed that of the array elements avoiding repeated estimation of the correlated sources. Simulation results demonstrate the effectiveness and correctness of the proposed method.

Key words: DOA estimation; non – stationary noise; multi – path signals; generalized differencing; oblique projector