

柱面共形阵列天线 WSF 算法 DOA 估计性能分析

周义建, 王布宏, 齐子森, 郭英

(空军工程大学 电讯工程学院, 陕西 西安 710077)

摘要:天线是无线电通信及探测系统的重要组成部分,在未来航天飞行器、移动通信以及声纳领域中,共形阵列天线的广泛应用将极大地提高系统的整体性能。在建立三维柱面共形阵列天线导向矢量数学模型的基础上,将经典高分辨 DOA (Direction Of Arrival) 估计方法——WSF (Weighted Subspace Fitting) 算法应用到柱面共形阵列天线中,并详细分析推导 WSF 算法在柱面共形阵列天线中的估计方差和克拉美-罗界 (Cramer-Rao Bound, CRB),通过计算机仿真实验分析了 WSF 算法在柱面共形阵列天线中的估计效果,给出了 WSF 算法在柱面共形阵列天线中 DOA 估计性能的评估。实验表明 WSF 算法的 DOA 估计方差随着信噪比和阵元个数的增加逐渐达到 CRB。

关键词:共形阵列天线;DOA;性能分析;CRB

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-3516(2008)04-0074-05

共形阵列天线是天线单元附着在非平面载体上的天线阵,它在未来星载、机载、舰载和弹载雷达和航天飞行器以及移动通信、声纳等领域具有广泛的应用前景。目前对于共形阵列天线方面的研究工作主要集中在宽频带、低剖面共形天线单元研制及其辐射特性的全波分析^[1-2]、低副瓣和超低副瓣共形天线方向图综合及其优化技术^[3-5]等,而对传统面阵高分辨 DOA 估计方法在共形天线中的移植应用以及其性能分析未得到应有的重视。文献[6]给出了任意阵列形式 DOA 估计的克拉美-罗界 (Cramer-Rao Bound, CRB),奠定了高分辨 DOA 估计性能分析的基础。文献[7]、[8]结合子空间类高分辨 DOA 估计算法和基于多维参数搜索的空间拟合类算法的优点提出了 WSF 算法。将经典 DOA 估计理论以及性能分析方法移植应用到共形阵列天线中可有效地实现共形阵列天线的 DOA 估计。本文首先针对柱面共形载体的曲率变化,讨论了柱面共形阵列天线导向矢量的建模方法;随后,详细推导了柱面共形阵列 WSF 算法 DOA 估计方差和 CRB;最后,通过计算机仿真实验,给出了 WSF 算法在柱面共形阵列天线中的 DOA 估计效果,为实际共形天线的设计和性能分析提供了有益的参考。

1 柱面共形阵列天线导向矢量建模

本文所做工作均在下述假设条件下进行:①阵元个数大于信源个数($m > n$);②噪声为零均值的高斯白噪声,且与信号相互独立;③窄带远场假设;④快拍数充分大;⑤信号的极化状态已知。

经典阵列中单元方向图指向一致,所以导向矢量中主要参量是不同阵元接收信号的相对相位差。柱面共形阵列天线中由于柱面共形载体曲率的影响,各天线单元方向图具有不同的指向,所以共形天线阵列流形的建模必须考虑单元方向图的影响。柱面共形阵列天线如图 1 所示(大小不成比例), x, y, z 分别为阵列全局坐标轴,坐标原点 O 在柱体顶面圆心处。 x', y', z' 分别为阵元局部坐标轴(如图 2 所示)。

收稿日期:2007-12-25

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60601016);陕西省自然科学基金资助项目(2006F14);空军工程大学电讯工程学院博士科研启动基金资助项目

作者简介:周义建(1974-)男,安徽霍邱人,讲师,主要从事阵列天线及其信号处理研究。

E-mail: qizisen@163.com

在上述假设条件下阵元个数为 m 的柱面共形阵列天线导向矢量为

$$\mathbf{a}(\theta, \phi) = [r_1 e^{-j2\pi \frac{P_1 u}{\lambda}}, r_2 e^{-j2\pi \frac{P_2 u}{\lambda}}, \dots, r_m e^{-j2\pi \frac{P_m u}{\lambda}}]^T \quad (1a)$$

$$r_i = g_i p_i \quad (1b)$$

$$g_i = g_{i\theta'}(\theta', \phi') \mathbf{u}_{i\theta'} + g_{i\phi'}(\theta', \phi') \mathbf{u}_{i\phi'} \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad (1c)$$

$$\mathbf{u}_{i\theta'} = \cos(\theta'_i) \cos(\phi'_i) \mathbf{x}'_i + \cos(\theta'_i) \sin(\phi'_i) \mathbf{y}'_i + \sin(\theta'_i) \mathbf{z}'_i \quad (1d)$$

$$\mathbf{u}_{i\phi'} = -\sin(\phi'_i) \mathbf{x}'_i + \cos(\phi'_i) \mathbf{y}'_i \quad (1e)$$

$$\mathbf{p}_i = \mathbf{k}_{i\theta'} \approx \mathbf{u}_{i\theta'} + \mathbf{k}_{i\phi'} \approx \mathbf{u}_{i\phi'} \quad (1f)$$

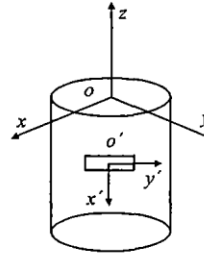


图1 柱面共形阵列天线

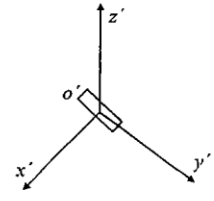


图2 共形阵列天线中的天线单元坐标
Fig. 1 Cylindrical conformal array Fig. 2 Element coordinate in conformal array

式中: g_i 为阵元的单元方向图; p_i 为信号的极化信息即信号电场方向矢量; r_i 为共形阵列中第 i 个阵元对单位强度入射信号(方向矢量为 $\mathbf{u}$) 的响应。 $\mathbf{u}_{i\theta'}$ 和 $\mathbf{u}_{i\phi'}$ 为正交单位矢量, $\mathbf{u}_{i\phi'}$ 为在第 i 个阵元局部坐标系中, 垂直于矢量 $\mathbf{u}$ 在 $x'_i y'_i$ 平面上投影的单位矢量, $\mathbf{u}_{i\theta'}$ 为在 $z'_i o'_i u$ 平面内垂直于矢量 $\mathbf{u}$ 的单位矢量, 二者为阵元方向图极化分量的基矢量; θ'_i, ϕ'_i 为入射信号在第 i 个阵元局部坐标系中的俯仰角与方位角; $k_{i\theta'}$ 表示在阵元局部坐标系中入射信号极化矢量在 $\mathbf{u}_{i\theta'}$ 上的分量; $k_{i\phi'}$ 表示在阵元局部坐标系中入射信号极化矢量在 $\mathbf{u}_{i\phi'}$ 上的分量; $g_{i\theta'}, g_{i\phi'}$ 分别表示第 i 个阵元单元方向图在 $\mathbf{u}_{i\theta'}, \mathbf{u}_{i\phi'}$ 上的分量。

由以上式子可知, 天线单元方向图的旋转变换是共形天线导向矢量建模的关键。文献[9]给出了单元方向图的旋转变换方法, 结合柱面共形阵列天线的几何特点, 其导向矢量建模流程如下:

- 1) 依据柱面共形阵列的几何结构以及图1、图2所示的坐标系, 可建立各阵元局部坐标轴在全局坐标系中的坐标, 获得局部坐标系与全局坐标系的相互关系;
- 2) 建立信源的单位方向矢量在全局坐标系中的坐标;
- 3) 建立信源的单位方向矢量在阵元局部坐标系中的坐标;
- 4) 利用1)中建立的局部坐标系与全局坐标系的关系将2)中矢量的坐标转换到局部坐标系中;
- 5) 利用4)与3)中矢量的坐标等价性建立方程, 求解信号入射方向在全局坐标系与阵元局部坐标系中的关系;
- 6) 利用1)中建立的局部坐标系与全局坐标系的关系将单元方向图的基矢量旋转变换到全局坐标系中;
- 7) 利用5)、6)中结果, 结合单元方向图的具体形式实现单元方向图的旋转变换, 得到共形阵列天线的导向矢量。

以导向矢量为列构成阵元个数为 m , 入射信号个数为 n 的柱面共形阵列天线流形矩阵为

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1, \phi_1), \mathbf{a}(\theta_2, \phi_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_n, \phi_n)] = \mathbf{A}_\theta \mathbf{K}_\theta + \mathbf{A}_\phi \mathbf{K}_\phi \quad (2a)$$

$$\mathbf{A}_\theta = [\mathbf{a}_\theta(\theta_1, \phi_1), \mathbf{a}_\theta(\theta_2, \phi_2), \dots, \mathbf{a}_\theta(\theta_n, \phi_n)] \quad (2b)$$

$$\mathbf{A}_\phi = [\mathbf{a}_\phi(\theta_1, \phi_1), \mathbf{a}_\phi(\theta_2, \phi_2), \dots, \mathbf{a}_\phi(\theta_n, \phi_n)] \quad (2c)$$

$$\mathbf{K}_\theta = \text{diag}(k_{1\theta}, k_{2\theta}, \dots, k_{n\theta}) \quad (2d)$$

$$\mathbf{K}_\phi = \text{diag}(k_{1\phi}, k_{2\phi}, \dots, k_{n\phi}) \quad (2e)$$

$$\mathbf{a}_\theta(\theta_1, \phi_1) = [g_{1\theta_1} e^{-jk_{0\theta_1} u_{1\theta}}, g_{2\theta_1} e^{-jk_{0\theta_1} u_{2\theta}}, \dots, g_{m\theta_1} e^{-jk_{0\theta_1} u_{m\theta}}]^T \quad (2f)$$

$$\mathbf{a}_\phi(\theta_1, \phi_1) = [g_{1\phi_1} e^{-jk_{0\phi_1} u_{1\phi}}, g_{2\phi_1} e^{-jk_{0\phi_1} u_{2\phi}}, \dots, g_{m\phi_1} e^{-jk_{0\phi_1} u_{m\phi}}]^T \quad (2g)$$

式中, $\mathbf{K} = \text{diag}(k_1, k_2, \dots, k_n)$ 表示矩阵 $\mathbf{K}$ 为以 $k_1, k_2, \dots, k_n$ 为主对角线元素构成的对角阵; θ_i, ϕ_i 表示第 i 个入射信号在全局坐标系中的俯仰角与方位角; $k_{i\theta}, k_{i\phi}$ 分别表示第 i 个入射信号极化矢量在 $\mathbf{u}_\theta, \mathbf{u}_\phi$ 上的分量; $k_0 = 2\pi/\lambda$; $g_{i\theta}, g_{i\phi}$ 分别为第 i 个阵元方向图在全局极化基矢量 $\mathbf{u}_\theta, \mathbf{u}_\phi$ 上的分量。

2 柱面共形阵列天线 WSF 算法 DOA 估计方差和 CRB

在上述假设前提下, 文献[7]、[8]给出了在任意阵列形式中 WSF(为取最优权矩阵的 WSSF(Weighted Signal Subspace Fitting))算法 DOA 估计的估计方差和相应的 CRB:

$$\text{var}_{\text{WSF}}(\omega_i) = \frac{\sigma^2}{2N} [\{\text{Re}[H \odot (A^+ U_S W_{\text{SSFOPT}} U_S^H (A^+)^H)^T]\}^{-1}]_{ii} \quad (3a)$$

$$H = D^H [I - A(A^H A)^{-1} A^H] D \quad (3b)$$

$$D = [d(\omega_1), d(\omega_2), \dots, d(\omega_n)] \quad (3c)$$

$$d(\omega_i) = da(\omega_i)/d\omega_i \quad (3d)$$

$$A^+ = (A^H A)^{-1} A^H \quad (3e)$$

$$W_{\text{SSFOPT}} = (\hat{\Sigma}_S - \sigma^2 I)^2 \hat{\Sigma}_S^{-1} \quad (3f)$$

$$\text{var}_{\text{CRB}}(\omega_i) = \frac{\sigma^2}{2N} [\{\text{Re}[H \odot (A^+ U_S W_{\text{SSFOPT}} U_S^H (A^+)^H)^T]\}^{-1}]_{ii} \quad (4)$$

式中: σ^2 表示噪声功率; N 表示快拍数; $(\cdot)_{ii}$ 表示取矩阵主对角线上的元素; $A \odot B = C$ 表示两个同行同列矩阵 (A, B) 的对应元素相乘, 得到与 A, B 同行同列的矩阵 C ; I 为 $m \times n$ 的单位矩阵, m 为阵元个数; P 为信号的协方差矩阵; P^T 表示取 P 的转置; ω_i 为第 i 个信源方向的方位角 θ 和俯仰角 ϕ 的函数, 在均匀线阵中其为对应第 i 个信源方向的空间谱; A^H 表示 A 的共轭转置; $(\cdot)^{-1}$ 表示矩阵的逆矩阵; $a(\omega_i)$ 为导向矢量; W_{SSFOPT} 为 WSSF 的最优权矩阵; $\hat{\Sigma}_S$ 表示由快拍数据协方差矩阵的大特征值构成的对角矩阵。文献[10]经过推导得到 WSSF 算法估计方差的简化形式:

$$\text{var}_{\text{WSF}}(\omega_i) = \frac{\sigma^2}{2N} [\{\text{Re}[H \odot (P A^H R^{-1} A P)^T]\}^{-1}]_{ii} \quad (5)$$

式中, R 表示数据协方差矩阵。由于式(3)、式(5)适用于任意阵列形式, 所以获得柱面共形天线阵列的导向矢量和对其导向矢量求导是对柱面共形阵列天线估计性能分析与评估的难点与关键。共形天线导向矢量中 ω_i 无法确定, 由文献[6] - 文献[8]对任何阵列形式高分辨 DOA 估计的估计方差和 CRB 的推导与证明过程可知: ω_i 为使 $a^H(\omega_i) U_N U_N^H a(\omega_i) = 0$ 的参数。共形天线的导向矢量为入射信号的俯仰角 θ_i 和方位角 ϕ_i 的函数, 所以 $a^H(\theta_i, \phi_i) U_N U_N^H a(\theta_i, \phi_i) = 0$ 也成立。在柱面共形阵列天线中可用俯仰角或方位角将式(3)、式(5)中的 ω_i 代替。结合式(3)、式(5), WSF 算法估计第 i 个信源俯仰角 θ_i 的估计方差和 CRB 为(对方位角的估计方差和 CRB 同理可得)

$$\text{var}_{\text{WSF}}(\omega_i) = \frac{\sigma^2}{2N} [\{\text{Re}[H \odot (P A^H R^{-1} A P)^T]\}^{-1}]_{ii} \quad (6a)$$

$$H = D^H [I - A(A^H A)^{-1} A^H] D \quad (6b)$$

$$D = [d(\theta_1), d(\theta_2), \dots, d(\theta_n)] \quad (6c)$$

$$d(\theta_i) = \partial a(\theta_i) / \partial \theta_i \quad (6d)$$

$$\text{var}_{\text{conformal_CRB}}(\theta_i) = \frac{\sigma^2}{2N} [\{D^H [I - A(A^H A)^{-1} A^H] H D\} \odot P^T]_{ii}^{-1} \quad (7)$$

3 柱面共形阵列天线 WSF 算法 DOA 估计性能仿真

柱面共形阵列天线的阵元放置如图 3 所示。全局坐标系原点位于顶面圆心处, 阵元放置在柱面共形体的顶面圆周上, 顶面圆半径 $R = 5\lambda$, λ 为波长, 阵元个数为 m 。由于共形载体的遮蔽效应, 阵元成弧形放置, 对应角度为 $2\pi/3$ (如图 4 所示)。阵列入射信号个数 $n = 2$, 辐射信号的信源方位为 $\theta_1 = \pi/6$, $\phi_1 = 5\pi/36$; $\theta_2 = 7\pi/36$, $\phi_2 = \pi/9$, 单元方向图取 $g_{i\theta} = \sin(\theta_j' - \phi_j')$, $g_{i\phi} = \cos(\theta_j' - \phi_j')$, θ_j', ϕ_j' 表示第 j 个入射信号在第 i 个阵元局部坐标系中的俯仰角和方位角。

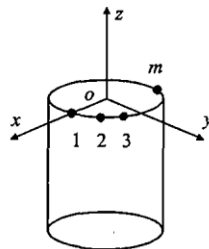


图 3 柱面共形载体上的阵元
Fig. 3 Elements on cylindrical conformal carrier

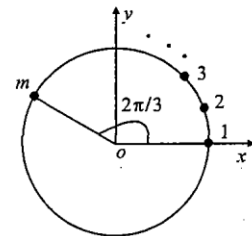


图 4 阵元位置在全局坐标系 xy 面上的投影
Fig. 4 Projection of element position on array in global coordinate

仿真实验 1

仿真前提:如图 3 所示,柱面共形阵列天线中阵元个数 $m = 8$, 快拍数 $N = 1\ 000$, 信源相关系数 $p = 0$, 0.99 , 信噪比 $\text{SNR} \in [-10\ \text{dB}, 20\ \text{dB}]$ 。

仿真结果如图 5 所示。

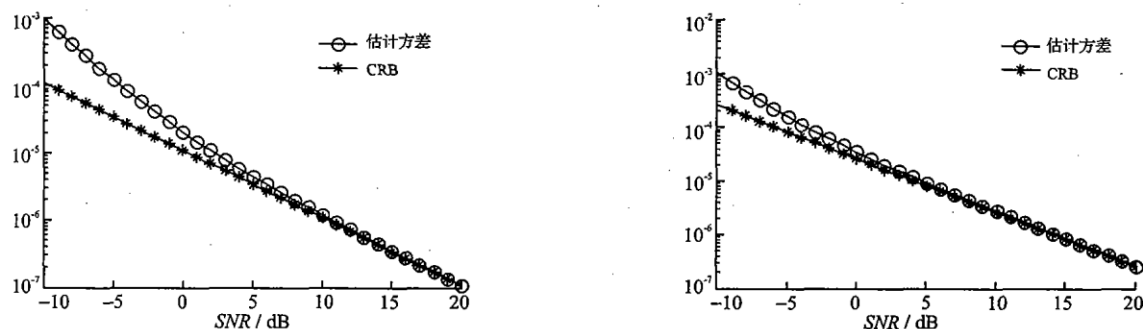


图 5 柱面共形阵列天线中 WSF 算法 DOA 估计方差与 CRB 的关系

Fig. 5 Relationship between DOA Estimation variance of WSF and CRB FOR cylindrical conformal array

仿真实验 2

仿真前提:阵元个数 $m \in [4, 32]$, 信噪比 $\text{SNR} = 5\ \text{dB}$, 其它前提条件与仿真实验 1 相同。

仿真结果如图 6 所示。

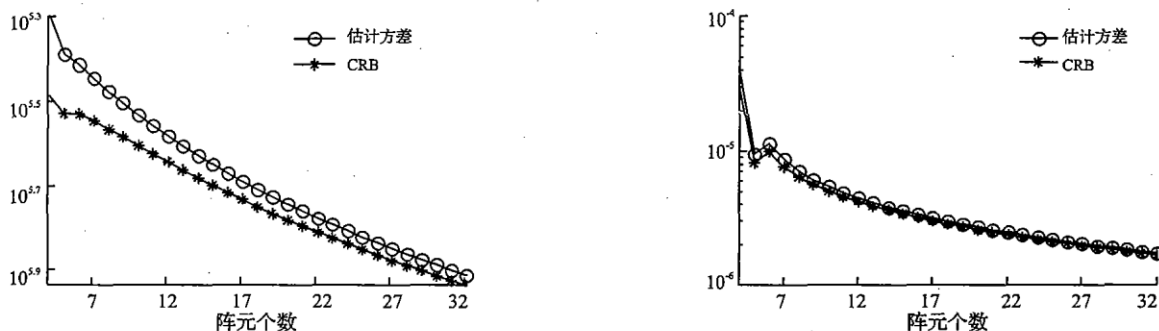


图 6 柱面共形阵列天线中 WSF 算法 DOA 估计方差与 CRB 的关系

Fig. 6 Relationship between DOA estimation variance of WSF and CRB for cylindrical conformal array

仿真结果分析:柱面共形阵列天线中 WSF 算法适用于相干源的方位估计,且在任何相关性条件下 WSF 算法 DOA 估计方差随着信噪比和阵元个数的增加逐渐达到 CRB。

4 结束语

本文通过分析柱面共形天线阵列流形的建模方法和特点,将经典高分辨 DOA 估计方法——WSF 算法移植到共形阵列天线中,并详细推导了柱面共形阵列天线中 WSF 算法的估计性能,给出了估计方差和相应的 CRB。最后通过计算机仿真实验分析了柱面共形阵列天线 WSF 算法的估计效果。全文讨论是在假设信号极化信息已知的前提下展开,并未考虑信号极化信息估计对 DOA 估计的影响,且未考虑阵元间的互耦作用。对于柱面共形阵列天线中极化与 DOA 联合估计以及互耦对估计效果的影响有待进一步研究,以更加适应现实应用环境的需求。

参考文献:

- [1] Wang J J, Zhang Y P, Chua Kai Meng, et al. Circuit Model of Microstrip Patch Antenna on Ceramic Land Grid Array Package for Antenna-chip Codesign of Highly Integrated RF Transceivers[J]. IEEE Trans on Antennas and Propagation, 2005, 53(12): 3877-3883.
- [2] Malek G M. Theory and Analysis of Adaptive Cylindrical Array Antenna for Ultrawideband Wireless Communications[J]. IEEE Trans on Wireless Communications, 2005, 4(6): 3075-3083.
- [3] Boeringer D W, Werner D H. Efficiency-Constrained Particle Swarm Optimization of a Modified Bernstein Polynomial for Con-

- formal Array Excitation Amplitude Synthesis[J]. IEEE Trans on Antennas and Propagation, 2005, 53(8): 2662 ~ 2673.
- [4] Stephen Jon Blank, Michael F Hute. On the Empirical Optimization of Antenna Arrays[J]. IEEE Antennas and Propagation Magazine, 2005, 47(2): 58 ~ 67.
- [5] Zhou P Y, Ingram M A. Pattern Synthesis for Arbitrary Arrays Using an Adaptive Array Method[J]. IEEE Trans Antennas and Propagation, 1999, 47(5): 862 ~ 869.
- [6] Stoica P, Nehorai A. MUSIC, Maximum Likelihood, and Cramer - Rao Bound[J]. IEEE Trans on ASSP, 1989, 37(5): 720 ~ 741.
- [7] Viberg M, Ottersten B, Kailath T. Detection and Estimation in Sensor Arrays Using Weighted Subspace Fitting[J]. IEEE Trans Signal Processing, 1991, 39(11): 2436 ~ 2449.
- [8] Viberg M, Ottersten B. Sensor Array Processing Based on Subspace Fitting[J]. IEEE Trans on SP, 1991, 39(5): 1110 ~ 1121.
- [9] Qi Zi - sen, Guo Ying, Wang Bu - hong. Performance Analysis of MUSIC for Conformal Array[C]. //2007 International Conference on Wireless Communications, Networking and Mobile Computing (WICOM07) Shanghai: [s. n.], 2007: 168 ~ 171.
- [10] 王永良, 陈辉, 彭应宁, 等. 空间谱估计理论与算法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
WANG Yongliang, CHEN Hui, PENG Yingning, et al. Theory and Algorithms for Spatial Spectrum Estimation[D]. Beijing: Tsinghua Press, 2004. (in Chinese)

(编辑: 徐楠楠)

Performance Analysis of WSF Algorithm DOA Estimation of Cylindrical Conformal Array Antenna

ZHOU Yi - jian, WANG Bu - hong, QI Zi - sen, GUO Ying

(Telecommunication Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

Abstract: Antenna is one of the most important parts of wireless communication and detection system, whose functions, tasks, configuration and weight are highly required in the study of mobile and space communication fields. The integral performance of the system would be highly improved for that the conformal array antennas will be used widely in the future aircraft, mobile communication and sonar, etc., fields. WSF (Weighted Subspace Fitting) algorithm, a classical high resolution method (DOA), is replanted into the cylindrical conformal array antenna through modeling its 3D steering vector in this paper. The estimation variance of WSF and CRB for cylindrical conformal array antenna are carefully derived, and finally the performance and effect of DOA of bearing estimation is analyzed via computer simulations. The estimation results are gradually reached CRB shown in the computer simulations with the increasing of SNR and elements in matrix.

Key words: conformal array antennas; DOA; performance analysis; CRB