

# 基于 GCS 陪集分选降系统峰均比方法

吉彦军, 杜兴民, 陈玉峰  
(空军工程大学 工程学院, 陕西 西安 710038)

**摘要:**降低正交频分复用系统(Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM)的峰均功率比是有效应用OFDM技术的关键。提出了一种有效降低信号峰均比的方法,大大减少了传统的降OFDM系统的峰均比计算复杂度。仿真结果表明新算法更好地降低了正交频分复用系统信号的峰均比。

**关键词:**正交频分复用; 峰值平均功率比; 格雷互补序列; 子群

**中图分类号:** TN911.3   **文献标识码:**A   **文章编号:**1009-3516(2007)06-0068-04

OFDM(Orthogonal Frequency Division Multiplexing)技术是目前已知的频谱利用率最高的一种通信技术<sup>[1-3]</sup>,输出信号是N个不同频率、相位和幅度的信号叠加,具有很高的峰值平均功率比(PAR)。此技术对发送端IFFT以后到接收端的FFT之前的设备提出了很高的要求:即在一个很大的动态范围内保持线性,以减小失真和频谱的扩展。在具体的实现过程中,通常不会使用造价昂贵的具有补偿能力的功率放大器。因此必须尽可能的减小峰值平均功率比(PAR),使功率放大器始终工作在它的线性区。降低PAR的方法大致分为3种:信号预畸变技术、编码方法和信号扰码技术<sup>[3-6]</sup>。为减小计算复杂度,本文提出了一种基于GCS(Golay互补序列)改进了陪集分选降低OFDM系统PAR的新方法<sup>[7]</sup>,有效地降低了OFDM信号PAR。

## 1 互补序列降峰均比原理方法

正交频分复用(OFDM)是一种多载波传输技术,其核心是高速传输的数据流 $D_k$ 通过串/并转换及IFFT调制,变成在多个正交的窄带子信道上并行传输的低速数据流。与单载波系统相比,由于OFDM符号是由多个独立的经过调制的子载波信号相加而成的,这样的合成信号就可能产生较大的峰值功率,由此会带来较大的峰值平均功率比(PAR)。

GCS序列是Golay在1961年提出的一类具有互补特性的2进制序列<sup>[7]</sup>。不论子载波数的多少,GCS的PAR至多为3.01 dB,这是非常有意义的,因为一个OFDM信号的PAR一般至少为 $10\lg N$  dB(N为子载波数),对于子载波数多的系统而言,其PAR一般都不会小于13 dB<sup>[7]</sup>。众多文献研究表明,基于GCS降低OFDM系统的PAR,其优点就是系统相对稳定和简单,如图1所示。



图1 GCS降系统PAR框图

根据OFDM信号的PAR统计特性可知,OFDM信号产生高PAR的概率较小。如果能剔除这部分小概率的输入码字,OFDM符号的PAR性能将有所改善。对于分组码方法而言,随着子载波数和调制阶数的增加,相同的PAR值要求会使允许使用的码字占所有可能码字的比例越来越小,相应的编码效率越来越低。必

收稿日期:2006-11-30

基金项目:国家空间微波技术重点实验室基金资助项目(51473030105JB3201)

作者简介:吉彦军(1972-),男,黑龙江大庆市人,博士生,主要从事保密通信与抗干扰技术研究;

杜兴民(1941-),男,安徽省涡阳市人,教授,主要从事信息理论和抗干扰技术的教学与研究.

须另外找到一种合适的编码方法来构造相应的码字,否则通过存储的方法达到这一目的的代价很大。James Davis 和 Jonathan Jedwab 提出了 Reed - Muller 码(RM 码)与 Golay 码的关系,证明可通过 RM 码编码方法来构造 Golay 互补序列<sup>[6-7]</sup>。在  $2^h$  进制  $ZRM_{2^h}(2, m)$  码中,每个  $RM_{2^h}(1, m)$  有  $m!/2$  个陪集,表达式为

$$2^{h-1} \sum_{i=1}^{m-1} a_{\pi(i)} a_{\pi(i+1)} \quad (1)$$

它组成了长度为  $2^m$  的  $2^{h(m+1)}$  个 Golay 互补序列,式中: $\pi$  为  $\{1, 2, \dots, m\}$  的一个排列。另外,  $\forall c_i \in Z_{2^h}$  和任意的排列  $\pi$ ,有形式为  $2^{h-1} \sum_{i=1}^{m-1} a_{\pi(i)} a_{\pi(i+1)} + \sum_{i=0}^m c_i a_i$ ,长度为  $2^m$  的 Golay 互补序列。由这 2 个关系,就可设计编码算法以产生 Golay 互补序列,且产生的码字具有 RM 码的纠检错性能。在实际的编码算法中,以对输入的长为  $w + h(m + 1)$  的 2 进制信息,用  $w = \lfloor \log_2 m! / 2 \rfloor$  去选择  $m!/2$  陪集中的 1 个,而用  $(m + 1)$  个  $h$  bit 去选择每个陪集中的  $2^{h(m+1)}$  个码字中的 1 个,得到 1 个 Golay 互补序列。

以 QPSK( $h = 2$ )、16 子载波的 OFDM 系统为例说明编码的具体方法:首先构造  $RM(1, 4)$  的生成矩阵<sup>[6-8]</sup>:

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} \quad (2)$$

然后根据式(2)构造  $RM_4(1, 4)$  的( $4! / 2 = 12$ )个陪集<sup>[6-7]</sup>:

$$\begin{aligned} (0002002000 & 022202) = 2(a_1 a_2 + a_2 a_3 + a_3 a_4), \\ (0002020000 & 022022) = 2(a_1 a_2 + a_2 a_4 + a_3 a_4), \\ (0000022000 & 220202) = 2(a_1 a_3 + a_2 a_3 + a_2 a_4), \\ (0002020000 & 200222) = 2(a_1 a_3 + a_3 a_4 + a_2 a_4), \\ (0000022002 & 020022) = 2(a_1 a_4 + a_2 a_4 + a_2 a_3), \\ (0002002002 & 000222) = 2(a_1 a_4 + a_3 a_4 + a_2 a_3), \\ (0002000200 & 202202) = 2(a_1 a_2 + a_1 a_3 + a_3 a_4), \\ (0002000202 & 002022) = 2(a_1 a_2 + a_1 a_4 + a_3 a_4), \\ (0000002202 & 200202) = 2(a_2 a_3 + a_1 a_3 + a_1 a_4), \\ (0000002020 & 200022) = 2(a_2 a_4 + a_1 a_3 + a_1 a_4), \\ (0000002020 & 222002) = 2(a_1 a_3 + a_1 a_2 + a_2 a_4), \\ (00000002202 & 022002) = 2(a_2 a_3 + a_1 a_2 + a_1 a_4), \end{aligned}$$

确定输入信息位数:因为  $w = \lfloor \log_2 (4! / 2) \rfloor = 3$ ,而  $h(m + 1) = 10$ ,所以输入的 2 进制信息为 13 bit,而生成的 4 进制的 16 位信息即 32 bit,所以此编码效率为  $R = 13/32$ ,以前 3 位选择 12 个陪集中前 8 个中的 1 个,与后 10 bit 根据式(2)构造此陪集中的一个码字。例如输入为 [0111011010001], [011] 选择第 3 个陪集 (0000022000220202),用后 10 个 bit 选择线性组合  $2a_1 + 3a_2 + a_3 + 0a_4 + a = (1122001133002233)$ ,根据式(1)得到码字为 (1122023133222031),即得到第 3 个陪集中的一个 Golay 互补序列码字,根据后 10 bit 的变化可以构造出此陪集中的 1 024 个 Golay 互补序列码字。以 {0 1 2 3} 对应 QPSK 调制的 {1, -1, j, -j} 即得到 IFFT 正交载波调制的输入信号。

## 2 Golay 互补序列降 PAR 性能仿真分析

利用 MATLAB,对 Golay 互补序列降低符号 PAR 的性能加以仿真和分析。首先,采用 BPSK 调制进行仿

真,次数为2 048次。16个子载波不经过编码时共有码字 $2^{16}$ 个,产生的2 048个离散符号的PAR值如图2所示。可以看出未经编码OFDM符号的PAR值在2 dB~11 dB的范围内,绝大部分符号的PAR聚集在4 dB~8 dB的范围内。以经过编码产生的Golay互补序列作为码字,OFDM系统经IFFT正交调制后产生的符号的PAR如图3所示,仿真次数2 048次。由上述编码方法知采用BPSK调制、16个子载波的OFDM系统共可产生 $2^8=256$ 个长为16的2进制码字,即从长为16的 $2^{16}$ 个2进制序列中经过编码方法产生了 $2^8$ 个Golay互补序列码字。这些码字经正交调制后的峰值平均功率比在2.3 dB~3 dB范围内上下浮动。所以由图2和图3可以看出经过编码很好的降低了OFDM符号的PAR。

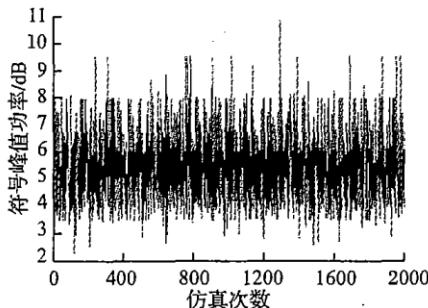


图2 BPSK,  $N=16$  未编码 OFDM 符号 PAR

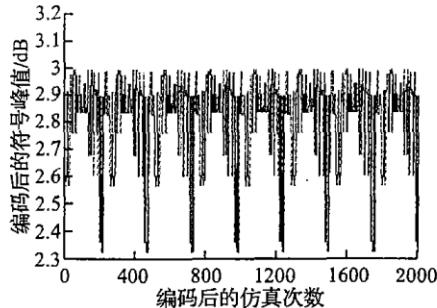


图3 BPSK,  $N=16$  的编码 OFDM 符号 PAR

其次,采用QPSK调制,以经过编码后产生的Golay互补序列作为码字,经IFFT正交调制后产生的符号的PAR,仿真次数8 192次。由上述编码方法可知采用QPSK调制、16个子载波的OFDM系统共可产生 $2^{13}=8\ 192$ 个长为16的4进制码字,即从长为16的 $2^{32}$ 个4进制序列中经过编码方法产生了 $2^{13}$ 个Golay互补序列码字。图4经过QPSK调制将4进制符号(0 1 2 3)分别映射为( $1, j, -1, -j$ )星座点,这些码字经正交调制后的峰值平均功率比在2.4 dB~3 dB范围内上下浮动。若将4进制符号(0 1 2 3)分别映射为( $1, -1, j, -j$ )星座点,则得到的符号的PAR仿真如图5,仿真次数8 192次,PAR在4 dB~10 dB范围内浮动,而没有将符号的PAR降至3 dB以下。由图4和图5比较可知,在QPSK调制时,符号需要按顺序映射到星座点。

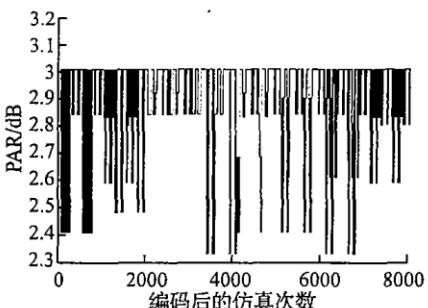


图4 QPSK,  $N=16$  编码 OFDM 符号的 PAR

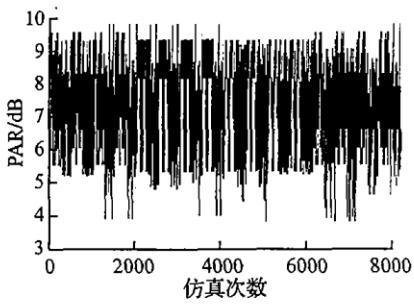
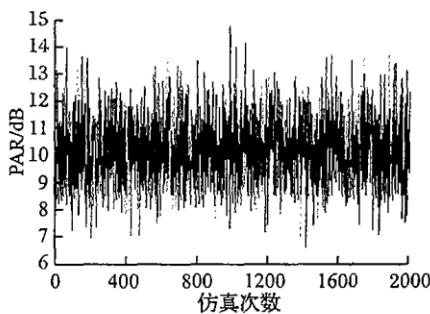
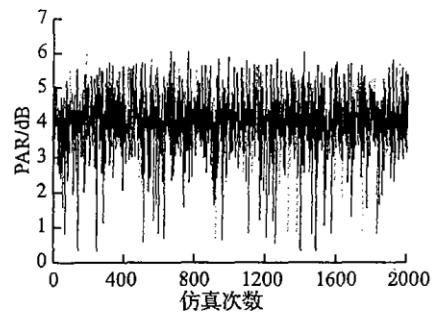


图5 QPSK,  $N=16$  非顺序映射编码 OFDM 符号的 PAR

对于未经编码 $N=16$ 的16QAM星座点序列,经过IFFT正交子载波调制的OFDM符号PAR如图6,仿真次数2 048次,PAR在6 dB~15 dB范围内浮动。当 $N=16, h=4$ ,由编码算法可产生 $2^{23}$ 个长为16的16进制码字,对16进制的符号序列进行16QAM调制,产生长为16的16QAM星座点序列,经过IFFT正交子载波调制的OFDM符号PAR的仿真,如图7,仿真次数2 048次。可知符号的PAR在0 dB~6 dB范围内浮动,主要集中在2.5 dB~5.5 dB的范围内。由图6和图7比较可知,经过编码产生的Golay互补序列生成OFDM符号的PAR要优于未经编码的OFDM符号的PAR。相对于BPSK、QPSK,由上面产生的Golay互补序列有 $2, 4 (h=1, 2)$ 进制等序列形式,它们满足互补序列旋转一个角度或逆序共轭后仍是互补序列的特性,服从Golay互补序列的符号间的相关特性,因此PAR限制在3 dB。如果Golay互补序列经过正交幅度调制,由于调制后的信号不可能满足互补序列的旋转一个角度或逆序共轭后仍是互补序列的特性,失去了Golay互补序列良好的PAR性能,所以编码方法产生2进制Golay互补序列对方形星座映射有限制。

图 6 16QAM,  $N=16$  未编码 OFDM 符号 PAR图 7 16QAM,  $N=16$  编码 OFDM 符号 PAR

### 3 结论

本文提出了基于格雷编码利用陪集分选降低 OFDM 信号 PAR 方法,有效地降低 OFDM 系统峰均比计算复杂度,显著地降低了系统峰均比。通过性能仿真,Golay 互补序列可以将顺序映射的 MPSK 调制 OFDM 信号 PAR 降为 3 dB 以下,将 16QAM 调制的 OFDM 信号 PAR 降为 5.5 dB 以下,并具良好的纠错性能,表现出较好的实用性。

#### 参考文献:

- [1] Bingham J A C. Multicarrier modulation for data transmission : an idea whose time has come[J]. IEEE Commun Mag,1990,33(5):5 - 14.
- [2] 程 韧,冷娟华. OFDM 系统中抑制带外泄漏的算法研究[J]. 空军工程大学学报:自然科学版,2004,5(5):54 - 56.
- [3] Armstrong J. Peak - to - average power reduction for OFDM by repeated clipping and frequency domain filtering[J]. Electronics letters , 2002, 35(5):352 - 357.
- [4] Davis J A,Jedwab J. Peak - to mean Power Control and Error Correction for OFDM Transmission Using Golay Sequences and Reed - Muller Codes[J]. Electronics Letters,1997,33(4):267 - 268.
- [5] Fischer R F H, Baum I R W, Huber J B. Reducing the peak - to - average power ratio of multicarrier modulation by selected mapping [J]. Electronics Letters ,1996,32 (22):2056 - 2057.
- [6] Muller S H,Huber J B. A Novel Peak Power Reduction Scheme for OFDM[J]. IEEE PIMRC'97, Helsinki, Finland, Sept . 1997.
- [7] Davis J A,Jedwab B. Peak - to - Mean Power Control in OFDM, Golay Complementary Sequences and Reed - Muller Codes [J]. IEEE Trans. on Inform. Theory,1997,45(7):2397 - 2417.
- [8] De Cousanon Tetal. OFDM for digital TV broadcasting [J]. Signal Processing, 1994,39(9):1 - 32.

(编辑:田新华,徐楠楠)

## A Method of Reducing the PAR of System by Using the Choice of Accompany Aggregate Based on GCS

JI Yan-jun, DU Xing-min, CHEN Yu-feng

(The Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

**Abstract:** Reducing the Peak to Average power Ratio (PAR) is a key to applying the technology of OFDM efficiently. In this paper, an effective method based on GCS in reducing the PAR of an OFDM signal is presented. Using this improved choice of accompany aggregate coding method, the complexity of the conventional reducing PAR method of OFDM system is reduced effectively. The better statistics of peak power in the improved transmit signal are demonstrated by the simulation results.

**Key words:** OFDM; Peak to Average power Ratio (PAR); GCS; sub - block