第8卷第4期　　空 军 工 程 大 学 学 报(自然科学版)　　Vol.8 No.4
2007年8月　　JOURNAL OF AIR FORCE ENGINEERING UNIVERSITY(NATURAL SCIENCE EDITION)　　Aug. 2007

线性参数变化系统的鲁棒故障估计

崔　平，　翁正新，　谢剑英
(上海交通大学 自动化系，上海　200240)

摘　要:针对仿射参数变化系统,研究了鲁棒 H_∞ 故障估计问题。基于增益调度的思想,提出了一种鲁棒 H_∞ 故障估计器设计方法,该方法所设计的故障估计器与对象具有相同的参数依赖性,而且可以通过线性矩阵不等式进行求解。文中通过实例展示了设计的全过程,仿真结果表明本文所给出的方法能够有效地处理一类参数变化系统的故障估计问题。

关键词:故障估计;线性参数变化系统;增益调度;鲁棒 H_∞ 滤波

中图分类号: TP277　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1009-3516(2007)04-0023-04

随着现代控制系统的规模和复杂度的不断增加,对安全性和可靠性的要求也越来越高。故障的早期检测可以避免系统出现紧急关闭、崩溃甚至灾难性后果。通常将能够进行故障检测、分离、辨识的系统称为故障诊断系统。故障诊断技术为提高复杂系统的安全性和可靠性提供了系统的分析和设计方法,具有重要的理论意义和广泛的应用价值。

二十世纪八十年代至九十年代,故障诊断方面的研究主要是采用基于解析模型的方法[1-2]。为了提高故障诊断的鲁棒性,基于优化的故障诊断技术得到了迅速发展,其主要思想是通过引入适当的性能指标,提高检测装置对故障的灵敏度,同时降低检测装置对干扰的灵敏度,H_∞ 故障诊断[3-5]就是一种较常用的鲁棒故障诊断技术。

最近,许多学者开始研究线性参数变化(LPV)系统的故障检测与分离问题。所谓 LPV 系统是指一类特殊的线性时变系统,其状态空间矩阵是某些时变参数向量的函数。当这些时变参数沿某给定的参数轨迹变化时,LPV 系统退化为一般的线性时变(LTV)系统;而当这些参数为某固定值时,系统退化为线性定常(LTI)系统。在实际应用中,许多非线性系统都可以用 LPV 系统来描述。目前,LPV 系统的控制问题已经基本得到解决[6],然而 LPV 系统的故障检测与分离问题还没有得到充分的研究。

1　问题描述

考虑式(1)所描述的线性参数变化(LPV)系统 $P(s,\theta)$:

$$\dot{\boldsymbol{x}}_p=\boldsymbol{A}_p(\theta)\boldsymbol{x}_p+\boldsymbol{B}_p(\theta)\boldsymbol{u}+\boldsymbol{E}_p(\theta)\boldsymbol{d}+\boldsymbol{F}_p(\theta)\boldsymbol{f},\boldsymbol{y}_p=\boldsymbol{C}_p(\theta)\boldsymbol{x}_p+\boldsymbol{D}_p(\theta)\boldsymbol{u}+\boldsymbol{G}_p(\theta)\boldsymbol{d}+\boldsymbol{H}_p(\theta)\boldsymbol{f} \tag{1}$$

式中:向量 $\boldsymbol{x}_p$, $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{y}_p$, $\boldsymbol{d}$ 和 $\boldsymbol{f}$ 分别为系统状态、控制输入、测量输出、外部干扰和故障信号;$\boldsymbol{A}_p(\theta)$, $\boldsymbol{B}_p(\theta)$, $\boldsymbol{C}_p(\theta)$, $\boldsymbol{D}_p(\theta)$, $\boldsymbol{E}_p(\theta)$, $\boldsymbol{F}_p(\theta)$, $\boldsymbol{G}_p(\theta)$ 和 $\boldsymbol{H}_p(\theta)$ 为具有适当维数的实矩阵;$\boldsymbol{\theta}(t)$ 为时变参数向量,在系统运行过程中可以实时测量。

本文作如下假设:

(A1)时变参数向量 $\boldsymbol{\theta}(t)$ 在顶点为 θ_1, θ_2, $\cdots$, θ_r 的多面体 Θ 内变化,即

$$\boldsymbol{\theta}(t)\in\Theta:=C_o\{\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_r\}=\{\sum_{i=1}^{r}\alpha_1\theta_1:\alpha\geqslant 0,\sum_{i=1}^{r}\alpha_i=1\} \tag{2}$$

(A2)系统的状态空间矩阵仿射依赖于参数向量 $\boldsymbol{\theta}(t)$,且满足:

收稿日期:2007-02-18
基金项目:国家自然科学基金资助项目(60574081)
作者简介:崔　平(1967-),女,辽宁鞍山人,助理研究员,博士生,主要从事故障诊断与容错控制研究.

$$\begin{pmatrix} A_p(\theta) & B_p(\theta) & E_p(\theta) & F_p(\theta) \\ C_p(\theta) & D_p(\theta) & G_p(\theta) & H_p(\theta)\end{pmatrix} \in Co\left\{\begin{pmatrix} A_{pi} & B_{pi} & E_{pi} & F_{pi}\\ C_{pi} & D_{pi} & G_{pi} & H_{pi}\end{pmatrix}, i=1,\cdots,r\right\} \tag{3}$$

式中：A_{pi}，B_{pi}，… 为 $A_p(\theta)$，$B_p(\theta)$，…在多面体 Θ 的顶点 $\theta=\theta_i$ 处的值。

(A3)矩阵 $C_p(\theta)$，$D_p(\theta)$，$G_p(\theta)$ 和 $H_p(\theta)$ 不依赖于参数 $\theta(t)$，即

$$C_{pi}=C_p(\theta)=C_p, D_{pi}=D_p(\theta)=D_p, G_{pi}=G_p(\theta)=G_p, H_{pi}=H_p(\theta)=H_p,\ i=1,\cdots,r$$

本文的目标是设计一鲁棒故障估计器 $F(s,\theta)$，使得故障估计误差 $e=\hat f-F$ 极小化(见图 1)。

这里假设故障估计器 $F(s,\theta)$ 与对象 $P(s,\theta)$ 具有相同的参数依赖性，其状态空间描述为：$\dot x_f=A_f(\theta)x_f+B_f(\theta)y$；$\hat f_f=C_f(\theta)x_f+D_f(\theta)y$。其中 $x_f\in R^k$ 为估计器的状态变量，$\hat f$ 为故障 f 的估计值，$y=[u^{\mathrm T}\quad y_p^{\mathrm T}]^{\mathrm T}$，$A_f(\theta)$，$B_f(\theta)$，$C_f(\theta)$ 和 $D_f(\theta)$ 为待求的具有适当维数的矩阵。

为了书写方便，本文采用下面的紧凑形式：

$$F(\theta):=\begin{pmatrix} A_f(\theta) & B_f(\theta)\\ C_f(\theta) & D_f(\theta)\end{pmatrix}\in Co\left\{F_i=\begin{pmatrix} A_f(\theta_i) & B_f(\theta_i)\\ C_f(\theta_i) & D_f(\theta_i)\end{pmatrix}: i=1,\cdots,r\right\}$$

在标准 H_∞ 框架下处理问题时，可以将图 1 变换为图 2 所示形式。图中 $P_{\mathrm{aug}}(s,\theta)$ 就是所谓的广义对象，其状态空间描述为

$$\begin{pmatrix}\dot x_p\\ z\\ y\end{pmatrix}=\left(\begin{array}{c:cccc:c} A_p(\theta) & B_p(\theta) & E_p(\theta) & F_p(\theta) & 0 \\ \hdashline 0 & 0 & 0 & -I & I\\ \hdashline 0 & I & 0 & 0 & 0\\ C_p(\theta) & D_p(\theta) & G_p(\theta) & H_p(\theta) & 0\end{array}\right)\begin{pmatrix} x_p\\ u\\ d\\ f\\ \hat f\end{pmatrix}:=\begin{pmatrix} A(\theta) & B_1(\theta) & B_2(\theta)\\ C_1(\theta) & D_{11}(\theta) & D_{12}(\theta)\\ C_2(\theta) & D_{21}(\theta) & D_{22}(\theta)\end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_p\\ w\\ \hat f\end{pmatrix} \tag{4}$$

式中：$A(\theta)\in R^{n\times n}$，$D_{11}(\theta)\in R^{p_1\times m_1}$，$D_{22}(\theta)\in R^{p_2\times m_2}$

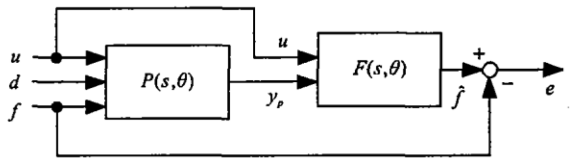

图 1 LPV 系统的故障估计器

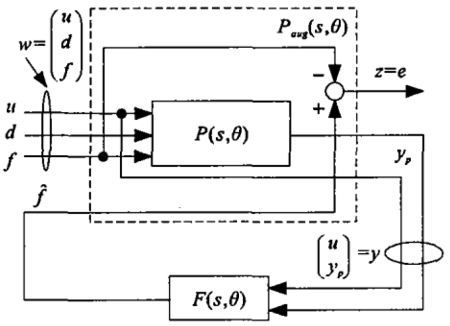

图 2 H_∞ 标准框架

问题 1 假设线性参数变化系统(1)满足条件(A1)-(A3)，设计 LPV 故障估计器 $F(s,\theta)$，使得当参数 $\theta(t)$ 在多面体 Θ 内变化时，图 2 中 w 到 z 的闭环传递函数的 L_2 诱导范数小于 γ。

注 1 分析式(4)的结构，并考虑到条件(A1)-(A3)，不难发现广义对象 $P_{\mathrm{aug}}(s,\theta)$ 是 polytopic(多面体)对象，且矩阵 $B_2(\theta)$，$C_2(\theta)$，$D_{12}(\theta)$，$D_{21}(\theta)$ 是参数独立的。这一事实对于求解问题 1 是很重要的，如果这 4 个矩阵不是参数独立的，问题 1 将具有无限多个约束条件，这给问题的求解带来了困难[6]。

2 鲁棒故障估计器设计

图 2 中广义对象 $P_{\mathrm{aug}}(s,\theta)$ 和 k 阶估计器 $F(s,\theta)$ 所构成的闭环系统为

$$\dot x_{\mathrm{cl}}=A_{\mathrm{cl}}(\theta)x_{\mathrm{cl}}+B_{\mathrm{cl}}(\theta)w, z=C_{\mathrm{cl}}(\theta)x_{\mathrm{cl}}+D_{\mathrm{cl}}(\theta)w \tag{5}$$

式中：

$x_{\mathrm{cl}}=[x_p^{\mathrm T}\quad x_f^{\mathrm T}]$，$A_{\mathrm{cl}}(\theta)=A_0(\theta)+\mathscr{B}\mathscr{F}(\theta)C$，$B_{\mathrm{cl}}(\theta)=B_0(\theta)+\mathscr{B}\mathscr{F}(\theta)\mathscr{D}_{21}$

$C_{\mathrm{cl}}(\theta)=C_0(\theta)+\mathscr{D}_{12}\mathscr{F}(\theta)C$，$D_{\mathrm{cl}}(\theta)=D_{11}(\theta)+\mathscr{D}_{12}\mathscr{F}(\theta)\mathscr{D}_{21}$。且

$A_0(\theta)=\begin{pmatrix} A(\theta) & 0_{n\times k}\\ 0_{k\times n} & 0_{k\times n}\end{pmatrix}$，$B_0(\theta)=\begin{pmatrix} B_1(\theta)\\ 0_{k\times m_1}\end{pmatrix}$，$C_0(\theta)=(C_1(\theta)\quad 0_{k\times p_1})$，$\mathscr{B}(\theta)=\begin{pmatrix} 0_{n\times k} & B_2(\theta)\\ I_{n\times k} & 0_{k\times m_2}\end{pmatrix}$，$C=\begin{pmatrix} 0_{k\times n} & I_{k\times k}\\ C_2(\theta) & 0_{p_2\times k}\end{pmatrix}$，$\mathscr{D}_{12}=(0_{p_1\times k}\quad D_{12}(\theta))$，$\mathscr{D}_{21}=\begin{pmatrix} 0_{k\times m_1}\\ D_{21}(\theta)\end{pmatrix}$

正如注1中所述，$P_{aug}(s,\theta)$ 是 polytopic 对象，且 $B_2(\theta)$，$C_2(\theta)$，$D_{12}(\theta)$，$D_{21}(\theta)$ 是参数独立的，所以闭环系统(5)也是 polytopic 系统，且下列命题等价[6]：

i)对于 LPV 系统(5)，当参数 $\theta(t)$ 在多面体 Θ 中变化时，w 到 z 的传递函数的 L_2 诱导范数小于 γ；

ii)下列线性矩阵不等式存在正定对称解 $X>0$

$$\begin{pmatrix} A_{cl}^T(\theta_i)X+XA_{cl}(\theta_i) & XB_{cl}(\theta_i) & C_{cl}^T(\theta_i) \\ B_{cl}^T(\theta_i)X & -\gamma I & D_{cl}^T(\theta_i) \\ C_{cl}(\theta_i) & D_{cl}(\theta_i) & -\gamma I \end{pmatrix} < 0, i=1,2,\cdots,r \tag{6}$$

上述结论是线性定常系统的有界实引理在线性参数变化系统中的扩展。基于这一结论，并通过一些必要的矩阵运算，可以得到问题1的解。下面我们以定理的形式给出问题1的解。

定理1　假设 LPV 系统(1)满足条件(A1)-(A3)，$\mathcal{N}_R$ 和 $\mathcal{N}_S$ 分别为(B_2^T,D_{12}^T) 和(C_2,D_{21}) 的零空间的基，则问题1有解(即存在满足问题1的 LPV 故障估计器)的充分必要条件是：对称矩阵$(R,\ S)$满足线性矩阵不等式(7)-(9)。

$$\begin{pmatrix} N_R & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}^T \left(\begin{array}{cc:c} A_iR+RA_i^T & RC_{1i}^T & B_{1i} \\ C_{1i}R & -\gamma I & D_{11i} \\ \hdashline B_{1i}^T & D_{11i}^T & -\gamma I \end{array}\right) \begin{pmatrix} \mathcal{N}_R & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} < 0, i=1,\cdots,r \tag{7}$$

$$\begin{pmatrix} N_S & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}^T \left(\begin{array}{cc:c} A_i^TS+SA_i & SB_i & C_{1i}^T \\ B_{1i}^TS & -\gamma I & D_{11i}^T \\ \hdashline C_{1i} & D_{11i} & -\gamma I \end{array}\right) \begin{pmatrix} \mathcal{N}_S & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} < 0, i=1,\cdots,r \tag{8}$$

$$\begin{pmatrix} R & I \\ I & S \end{pmatrix} \geqslant 0 \tag{9}$$

式中：A_i，B_{1i}，… 为 $A(\theta)$，$B_1(\theta)$，… 在多面体 Θ 的顶点 $\theta=\theta_i$ 处的值。

一旦解出 R 和 S，就可以按照下列步骤来构造估计器 $F(s,\theta)$

算法1

第1步，计算列满秩矩阵 $M,N\in R^{n\times k}$ 使得 $MN^T=I-RS$；

第2步，求解线性矩阵方程 $X\begin{pmatrix} I & R \\ 0 & M^T \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} S & I \\ N^T & 0 \end{pmatrix}$ 得 X；

第3步，求解线性矩阵不等式(6)，得 F_i；

第4步，构造 LPV 故障估计器 $\mathscr{F}(\theta)=\sum_{i=1}^{r}\alpha_i\mathscr{F}_i$，其中 α_i 是凸分解问题 $\theta=\sum_{i=1}^{r}\alpha_i\theta_i$ 的解。

3　仿真验证

考虑如下 LPV 系统

$$\dot{x}=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -p_1 & -p_2 \end{bmatrix}x_p+\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}u+\begin{bmatrix} 0 \\ 0.1 \end{bmatrix}d+\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}f$$

$$y_p=[10\quad 1]x_p+u+0.2d+f$$

式中：p_i 为时变参数，$p_1\in[6,14]$，$p_2\in[9,13]$

根据定理1求解线性矩阵不等式(7)-(9)。经过24次迭代可得 $\gamma=0.196\,812$，相应的$(R,\ S)$为

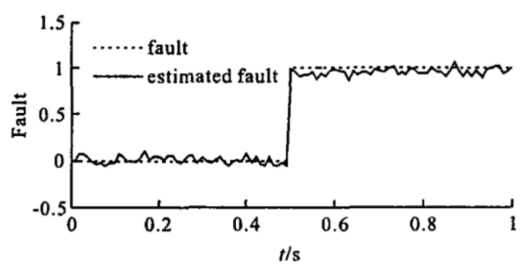

图3　LPV 系统的故障估计

$$R=\begin{bmatrix} 7\,975.9 & -7\,125.4 \\ -7\,125.4 & 18\,625 \end{bmatrix},S=\begin{bmatrix} 1\,236.3 & 88.782 \\ 88.782 & 10.711 \end{bmatrix}$$

依据算法1，可以构造一个 LPV 估计器。图3给出了故障估计的仿真结果，仿真中控制输入 u 为单位阶跃信号，干扰 d 是标准差为0.2的高斯白噪声，参数 p_1 和 p_2 分别在区间$[6,14]$ 和$[9,13]$内变化，并假设在0.5 s出现了突变故障。仿真结果表明本文所设计的估计器能够快速、有效地对故障进行估计。

4 结论

本文针对 LPV 系统研究了鲁棒故障估计器的设计问题。所给出的 LPV 估计器与对象具有相同的参数依赖性,并且可以通过求解线性矩阵不等式进行构造。仿真研究表明本文所设计的估计器能够快速、有效地对故障进行估计。LPV 系统的鲁棒控制器和鲁棒故障估计器的联合设计问题是本文进一步研究的方向。

参考文献:

[1] Chen J, Patton R J. Robust Model - Based Fault Diagnosis for Dynamic Systems [M]. London: Kluwer, 1999.

[2] Patton R J. Robustness in Model - based Fault Diagnosis: The 1995 Situation [J]. A Rev Control, 1997, 21:103 - 123.

[3] Chen J, Patton R J. H_∞ Formulation and Solution for Robust Fault Diagnosis [A]. Proc of the 14th World Congress of IFAC [C]. Oxford: Pergamon Press, 1999:127 - 132.

[4] Liu J H, Frank P M. H_∞ Detection Filter Design for State Delayed Linear Systems [A]. Proc of the 14th World Congress of IFAC [C]. Oxford: Pergamon Press, 1999: 229 - 233.

[5] Stoustrup J, Niemann H. Fault Estimation - A Standard Problem Approach [J]. Int J Robust & Nonlinear Control, 2002, 12(8): 649 - 673.

[6] Apkarian P, Gahinet P, Becker G. Self - scheduled H_∞ Control of Linear Parameter - varying Systems: A Design Example [J]. Automatica, 1995, 31(9):1251 - 1261.

(编辑:姚树峰)

Robust Fault Estimation of Linear Parameter Varying Systems

CUI Ping, WENG Zheng - xin, XIE Jian - ying
(Department of Automation, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

Abstract: The robust H∞ fault estimation problem for a class of LPV plants which depend affinely on a vector of time - varying parameters has been studied in this paper. Based on the gain scheduling techniques, a new method for the design of a robust H∞ fault estimator is developed. The resulting LPV estimator has the same parameter dependence as the plants, and can be characterized via a set of linear matrix inequalities (LMIs). To demonstrate the proposed method, a numerical example is considered. Simulation results show that the designed LPV fault estimator is effective for a class of LPV plants.

Key words: fault estimation; linear parameter varying system; gain scheduling; robust H_∞ filtering