第 8 卷第 4 期　　空 军 工 程 大 学 学 报(自然科学版)　　Vol. 8 No. 4
2007 年 8 月　　JOURNAL OF AIR FORCE ENGINEERING UNIVERSITY (NATURAL SCIENCE EDITION)　　Aug. 2007

不确定离散模糊系统的保性能可靠控制

马清亮[1]， 曹小平[2]
(1. 第二炮兵工程学院 自动化系，陕西 西安 710025;2. 国防科技大学 机电工程与自动化学院，湖南 长沙 410073)

摘　要: 对于一类具有执行器故障的不确定离散模糊系统,研究其保性能可靠控制器设计问题。在更一般性的连续型执行器故障模型基础上,运用模糊 Lyapunov 函数和线性矩阵不等式(LMI)技术,推导出状态反馈保性能可靠控制器存在的充分条件,并给出了最优化可靠控制器设计的拟凸优化方法。

关键词: 可靠控制; 模糊控制; 模糊 Lyapunov 函数; 执行器故障; 线性矩阵不等式
中图分类号: TP13　　**文献标识码:** A　　**文章编号:** 1009 - 3516(2007)04 - 0019 - 04

作为一种万能逼近器,T - S 模糊模型不仅可以任意精度逼近实际的非线性系统,而且便于运用成熟的线性系统理论研究非线性系统,因而受到广泛关注[1-3]。另一方面,系统在实际运行过程中,传感器或执行器等可能出现故障。可靠控制的目的是设计控制器,使得闭环系统无论控制部件是否出现故障均能保持稳定并满足一定的性能指标[4]。对于基于 T - S 模糊模型的非线性系统保性能可靠控制问题,文献[5]在离散故障模型的基础上,给出了基于公共 Lyapunov 函数的可靠控制器设计方法,但在模糊规则数量较多时,寻找公共的 Lyapunov 函数解较为困难。

1 问题描述

考虑一类不确定离散模糊系统,其第 i 条模糊规则为[2] R^i: if $\xi_1(k)$ is M_1^i, and…, and $\xi_p(k)$ is M_p^i, then

$$x(k+1)=(A_i+\Delta A_i(k))x(k)+(B_i+\Delta B_i(k))u^f(k) \tag{1}$$

式中: r 为模糊规则数, $\xi(k)=[\xi_1(k),\cdots,\xi_p(k)]$ 为前件变量, $x(k)\in R^n$ 为系统状态, $u^f(k)\in R^m$ 为考虑执行器故障的控制输入,系统的时变不确定参数定义为 $[\Delta A_i(k)\quad \Delta B_i(k)]=H_i\boldsymbol{F}(k)[E_{1i}\quad E_{2i}]$, H_i, E_{1i} 和 E_{2i} 为已知的适维定常矩阵, $\boldsymbol{F}(k)$ 为未知时变矩阵,且满足 $\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{F}(k)\leqslant I$。采用并行分布补偿(PDC)原理设计状态反馈控制器,其第 i 条模糊规则为 R^i: if $\xi_1(k)$ is M_1^i, and…, and $\xi_p(k)$ is M_p^i, then

$$u(k)=\boldsymbol{K}_i x(k) \tag{2}$$

式中: $\boldsymbol{K}_i\in R^{m\times n}$ 为待定的控制器增益阵。

执行器故障模型为

$$u^f(k)=Wu(k) \tag{3}$$

式中: $W=\mathrm{diag}\{w_1,\cdots,w_m\}$, $0\leqslant w_{li}\leqslant w_i\leqslant w_{ui}$, $w_{ui}\geqslant 1$, $i=1,2,\cdots,m$ 。

令 $w_{0i}=(w_{ui}+w_{li})/2$, $j_i=(w_{ui}-w_{li})/(w_{ui}+w_{li})$, $l_i=(w_i-w_{0i})/w_{0i}$,引入如下符号:

$$W_0=\mathrm{diag}\{w_{01},\cdots,w_{0m}\},J=\mathrm{diag}\{j_1,\cdots,j_m\},L=\mathrm{diag}\{l_1,\cdots,l_m\} \tag{4}$$

则有 $W=W_0(I+L)$, $|L|\leqslant J\leqslant 1$。

记 $\boldsymbol{x}(k)=\boldsymbol{x}_k$, $\boldsymbol{u}^f(k)=\boldsymbol{u}_k^f$, $\boldsymbol{F}(k)=F_k$ 定义如下性能指标:

收稿日期: 2007 - 02 - 15
作者简介: 马清亮(1974 -),男,河南商水人，博士(后)，主要从事鲁棒控制、进化计算等研究.

$$J_2 = \sum_{k=0}^{\infty}[x_k^{\mathrm{T}}Qx_k + (u_k^f)^{\mathrm{T}}Ru_k^f] \tag{5}$$

式中:$Q = Q^{\mathrm{T}} > 0, R = R^{\mathrm{T}} > 0$ 为给定的加权矩阵。

将式(3) 代入式(1),采用单点模糊化、乘积推理和中心平均反模糊化方法,得闭环模糊系统全局模型:

$$x_{k+1}\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}h_i(\xi(k))h_j(\xi(k))\bar{A}_{ij}x_k \tag{6}$$

式中:$\bar{A}_{ij} = A_i + B_iWK_j + H_iF_kE_{1i} + H_iF_kE_{2i}WK_j, h_i(\xi(k)) = \prod_{j=1}^{p}M_j^i(\xi_j(k))/\sum_{i=1}^{r}\prod_{j=1}^{p}M_j^i(\xi_j(k)), 0 \leqslant h_i(\xi(k)) \leqslant 1, \sum_{i=1}^{r}h_i(\xi(k)) = 1$。简便起见,以下将分别用 h_i, h_j^+ 表示 $h_i(\xi(k))$ 和 $h_j(\xi(k+1)) \leqslant 1$ 。

本文研究的问题是:对于系统(1),设计 PDC 控制器(2),使得对于所有允许的参数不确定性和故障矩阵 W,闭环系统(6) 渐近稳定,且性能指标 J_2 的上界达到最小。

2 主要结果

引理 1[6] 给定矩阵 $H = H^{\mathrm{T}} \in R^{n\times n}, U \in R^{n\times m}, V \in R^{k\times n}, m, k < n$,则存在 $X \in R^{m\times k}$,使得 $H + UXV + (UXV)^{\mathrm{T}} < 0$,当且仅当 $U^{\perp}HU^{\perp\mathrm{T}} < 0$, $V^{\perp\mathrm{T}}HV^{\perp} < 0$ 。其中 $U^{\perp}$ 表示矩阵 U 的直交补。

引理 2[4] 给定适维矩阵 $\Omega = \Omega^{\mathrm{T}}, M$ 和 N,则对于所有满足 $F^{\mathrm{T}}F \leqslant I$ 的矩阵 F, $\Omega + MFN + N^{\mathrm{T}}F^{\mathrm{T}}M^{\mathrm{T}} < 0$ 成立,当且仅当存在 $\varepsilon > 0$,使得 $\Omega + \varepsilon MM^{\mathrm{T}} + \varepsilon^{-1}N^{\mathrm{T}}N < 0$ 。

引理 3[4] 给定适维矩阵 R_1, R_2, Σ 为时变适维对角矩阵,且 $|\Sigma| \leqslant U$, U 为正定对角矩阵,则 $R_1\Sigma R_2 + (R_1\Sigma R_2)^{\mathrm{T}} \leqslant \alpha R_1UR_1 + a^{-1}R_2UR_2$,其中 $\alpha > 0, \Sigma = \mathrm{diag}\{\delta_1, \cdots, \delta_m\}$, $|\Sigma| = \mathrm{diag}\{|\delta_1|, \cdots, |\delta_m|\}$ 。

定理 1 若存在适维矩阵 $X_i = X_i^{\mathrm{T}} > 0$,对于 $i, j, l \in \{1, \cdots, r\}$,满足

$$\begin{bmatrix} -X_i & X_i\bar{A}_{ij}^{\mathrm{T}} & X_iK_j^{\mathrm{T}}WR^{1/2} & X_iQ^{1/2} \\ \bar{A}_{ij}X_i & -X_l & 0 & 0 \\ R^{1/2}WK_jX_i & 0 & -I & 0 \\ Q^{1/2}X_i & 0 & 0 & -I \end{bmatrix} < 0 \tag{7}$$

则闭环系统(6) 渐近稳定,且 J_2 性能指标的上界是 $J_2^* = x_0^{\mathrm{T}}(\sum_{i=1}^{r}h_iX_i^{-1})x_0$。

证明 构造模糊 Lyapunov 函数 $V(x_k) = x_k^{\mathrm{T}}(\sum_{i=1}^{r}h_iP_i)x_k$,这里 $P_i = X_i^{-1}, i = 1, 2, \cdots, r$ 。由于 $P_l = X_l^{-1}$,式(7) 蕴含了 $\bar{A}_{ij}^{\mathrm{T}}P_l\bar{A}_{ij} - P_i < 0$ 。沿闭环系统(6) 的轨线,并采用类似文献[3] 分析方法,可知 $\Delta V(x_k) = V(x_{k+1}) - V(x_k) < 0$,系统(6) 渐近稳定。同理,可证得 $J_2 < x_0^{\mathrm{T}}(\sum_{i=1}^{r}h_iX_i^{-1})x_0$。详细过程略。

定理 2 存在适维矩阵 $X_i = X_i^{\mathrm{T}} > 0$,使得式(7) 成立,其充要条件为存在适维矩阵 $X_i = X_i^{\mathrm{T}} > 0$, F_j 和 G_j,满足如下矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} X_i - G_j - G_j^{\mathrm{T}} & -F_jG_j^{\mathrm{T}}\bar{A}_{ij}^{\mathrm{T}} & G_j^{\mathrm{T}}K_j^{\mathrm{T}}WR^{1/2} & G_j^{\mathrm{T}}Q^{1/2} \\ -F_j^{\mathrm{T}} + \bar{A}_{ij}G_j & -X_l + \bar{A}_{ij}F_j + F_j^{\mathrm{T}}\bar{A}_{ij}^{\mathrm{T}} & F_j^{\mathrm{T}}K_j^{\mathrm{T}}WR^{1/2} & F_j^{\mathrm{T}}Q^{1/2} \\ R^{1/2}WK_jG_i & R^{1/2}WK_jF_j & -I & 0 \\ Q^{1/2}G_i & Q^{1/2}F_j & 0 & -I \end{bmatrix} < 0 \tag{8}$$

其中 $i, j, l \in \{1, 2, \cdots, r\}$ 。

证明 由引理 1 和定理 1 可证得该定理,略。

下述定理给出了状态反馈保性能可靠控制器存在的充分条件。

定理 3 考虑系统(1),若存在矩阵 $X_{2i} = X_{2i}^{\mathrm{T}} > 0, G_j, Y_j$ 以及 $\delta_j, \varepsilon > 0$, $\alpha > 0$,使得对于 $i, j, l \in \{1, \cdots, r\}$,满足如下矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} X_i - G_j - G_j^{\mathrm{T}} & * & * & * & * & * & * & * \\ -\delta_j G_j^{\mathrm{T}} + A_i G_j + B_i Y_j & \Gamma & * & * & * & * & * & * \\ R^{1/2} W_0 Y_j & \delta_j R^{1/2} W_0 Y_j & -I & * & * & * & * & * \\ Q^{1/2} G_j & \delta_j Q^{1/2} G_j & 0 & -I & * & * & * & * \\ 0 & \varepsilon H_i & 0 & 0 & -\varepsilon I & * & * & * \\ E_{1i} G_j + E_{2i} W_0 Y_j & \delta_j (E_{1i} G_j + E_{2i} W_0 Y_j) & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon I & * & * \\ 0 & \alpha W_0 B_i^{\mathrm{T}} & \alpha W_0 & 0 & 0 & \alpha W_0 E_{2i}^{\mathrm{T}} & -\alpha I & * \\ Y_j & \delta_j Y_j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha I \end{bmatrix} < 0 \quad (9)$$

其中 $\Gamma = -X_l + \delta_j(A_i G_j + B_i Y_j) + \delta_j(A_i G_j + B_i Y_j)^{\mathrm{T}}$,则存在模糊状态反馈控制律:

$$u_k = \sum_{i=1}^{r} h_i K_j x_k, K_j = Y_j G_j^{-1} \quad (10)$$

使得闭环系统(6)渐近稳定,且 J_2 性能指标的上界是 $J_2^* = x_0^{\mathrm{T}}(\sum_{i=1}^{r} h_i X_i^{-1}) x_0$。

证明 取 $F_j = \delta_j G_j$,这里 δ_j 为待优化的参数。令 $Y_j = K_j G_j$,则根据引理2、引理3和定理2可证得该定理。详细过程略。

注1 为消除性能指标 J_2 的上界对初始状态的依赖性,假定初始状态 x_0 是满足 $E\{x_0, x_0^{\mathrm{T}}\} = I$ 的零均值随机变量。考虑性能指标 J_2 的期望值,可得

$$\bar{J}_2 = E\{J_2\} \leqslant E\{x_0^{\mathrm{T}}(\sum_{i=1}^{r} h_i X_i^{-1}) x_0\} = \mathrm{Trace}(\sum_{i=1}^{r} h_i X_i^{-1}) \quad (11)$$

推论1 对于 $i,j,l \in \{1,\cdots,r\}$,若优化问题:

$$\min_{S, X_i, G_j, Y_j, \delta_j, \varepsilon > 0, \alpha > 0} \mathrm{Trace}(S) \quad (12)$$

$$\mathrm{s.t.} \begin{cases} (9) \\ \begin{bmatrix} S & I \\ I & X_i \end{bmatrix} > 0 \end{cases} \quad (13)$$

有解 $(S, X_i, G_j, Y_j, \delta_j, \varepsilon, \alpha)$,则在最小化 H_2 性能指标 J_2 数学期望的上界意义下,由式(10)可设计不确定模糊系统(1)的最优化保性能可靠控制器。

注2 式(12)可转化为一个具有 LMI 约束的拟凸优化问题,可借助于 MATLAB LMI 工具箱进行求解,详见文献[7]。

3 结语

本文针对具有执行器故障的不确定离散模糊系统,提出了基于模糊 Lyapunov 函数的保性能可靠控制器设计方法,避免了设计过程中寻找公共 Lyapunov 函数解的困难;同时,松弛变量 F_j 和 G_j,的引入,能够为可靠模糊控制器的设计提供较多的自由度,从而有利于进一步降低设计的保守性。

参考文献:

[1] Feng G. A survey on Analysis and Design of Model - based Fuzzy Control Systems [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2006, 14(5): 676 - 697.

[2] Wang Y, Zhang Q L, Sun Z Q, et al. Analysis and Design of Discrete Fuzzy Systems with Fuzzy Lyapunov Approach [J]. Acta Automatica Sinica, 2004, 30(2):255 - 260.

[3] Zhou S S, Feng G, Lam J, et al. Robust Control for Discrete - time Fuzzy Systems via Basis - dependent Lyapunov Functions [J]. Information Sciences, 2005, 174(3 - 4): 197 - 217.

[4] 姚 波,王福忠,张庆灵. 基于 LMI 的可靠跟踪控制器设计[J]. 自动化学报, 2004, 30(6):863 - 871.

[5] Wu H N. Reliable LQ Fuzzy Control for Nonlinear Discrete - time Systems via LMIs [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part B: Cybernetics, 2004, 34(2): 1270 - 1275.

[6] Boyd S, Chaoui L E, Feron E, et al. Linear Matrix Inequalities in Systems and Control Theory[M]. Philadelphia, SIAM,

1994.
[7] 马清亮,胡昌华. 不确定连续系统的鲁棒 H_2/H_∞ 滤波[J]. 控制与决策, 2007, 22(3): 318 - 321

(编辑:姚树峰)

Guaranteed Cost Reliable Control for Uncertain Discrete Fuzzy Systems

MA Qing - liang[1], CAO Xiao - ping[2]
(1. Department of Automation, The Second Artillery Engineering College, Xi'an 710025, China; 2. College of Mechanical and Electrical Engineering and Automation, National Defence University of Science and Technology, Changsha 410073, Hunan, Chian)

Abstract: The design problem of guaranteed cost reliable controller for a class of uncertain discrete fuzzy systems with actuator failures is considered. Based on a more general continuous model of actuator failure, the sufficient condition for the existence of state - feedback guaranteed reliable controller is derived from using fuzzy Lyapunov function and linear matrix inequality (LMI) technique. Furthermore, the optimal reliable controller design problem is formulated as a quasi - convex optimization problem.

Key words: reliable control; fuzzy control; fuzzy Lyapunov function; actuator failure; LMI

(上接第 11 页)

[7] Yang Y, Yang G H, Soh Y C. Reliable Control of Discrete - Time Systems With Actuator Failure[J]. IEE Proc. Control Theory Appl., 2000, 147(4): 428 - 432.
[8] Yu L. An LMI Approach to Reliable Guaranteed Cost Control of Discrete - Time Systems With Actuator Failure[J]. Applied Mathematics and Computation, 2005, 162: 1325 - 1331.
[9] 吴忠强,奥 顿. 不确定非线性系统的模糊保性能容错控制[J]. 系统仿真学报, 2004, 16(5): 1105 - 1107.
[10] Zhang D, Wang Z, Hu S. Robust Satisfactory Fault - Tolerant Control of Uncertain Linear Discrete - Time Systems: an LMI Approach[J]. International Journal of Systems Science, 2007, 38(2): 151 - 165.
[11] Xie L. Output Feedback H Control of Systems With Parameter Uncertainty[J]. Lnternational Journal of Control, 1996, 63(4): 741 - 750.

(编辑:姚树峰)

Optimal Reliable Guaranteed Cost Control with Regional Poles Constraints

ZHANG Deng - feng[1], WANG Zhi - Quan[2], SU Hong - ye[1]
(1. Institute of Advanced Process Control, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China; 2. School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: The problem of optimal reliable guaranteed cost control with regional poles constraints is investigated for a class of uncertain discrete - time systems subject to sensor failures. The sufficient conditions are derived for the faulty closed - loop systems meeting such performance requirements by using matrix inequalities. The existing result on the upper bound of guaranteed cost function is improved. Based on linear matrix inequalities (LMI) approach, the reliable state - feedback controller is designed to guarantee, for possible sensor failures, the closed - loop system satisfying the pre - specified regional pole index and having the optimal quadratic cost performance. Finally, the simulative example demonstrates the validity of the proposed method.

Key words: reliable control; sensor failure; guaranteed cost control; regional poles assignment; LMI