

# 线面连接问题的有效分析

秦建军<sup>1</sup>, 曹祥玉<sup>2</sup>, 高军<sup>2</sup>, 殷兆伟<sup>1</sup>

(1. 空军工程大学 导弹学院, 陕西 三原 713800; 2. 空军工程大学 电讯工程学院, 陕西 西安 710077)

**摘要:**采用矩量法分析了线面连接问题, 对所遇到的奇异积分进行了解析处理, 通过预先计算其谐振频率点上的输入导纳与线面连接模型尺寸的关系曲线来确定线面连接模型的尺寸。算例计算结果和测量结果吻合很好

**关键词:**线面连接; 奇异积分; 矩量法; 屋脊函数

**中图分类号:** TN82    **文献标识码:** A    **文章编号:** 1009 - 3516(2006)02 - 0078 - 03

采用矩量法分析金属物体的电磁特性时, 自阻抗项和相邻单元的互阻抗项通常是奇异积分。考察矩量法生成的阻抗矩阵形式, 不难发现自阻抗项和相邻单元的互阻抗项在矩阵中是占优的, 因此对这些项的处理, 对整个求解精度起着关键性的作用。线面连接问题的自阻抗项奇异值问题一些文献已经作了处理<sup>[1,2]</sup>, 文献[3]采用 RWG 基函数展开研究了线面连接问题中连接点处的互阻抗的奇异性问题。本文采用屋脊函数(Rooftop)<sup>[4]</sup>展开解析处理了线面连接点处的奇异性, 并提出了一种确定线面连接模型尺寸的有效方法, 算例计算结果和测量结果吻合很好。

## 1 问题的描述

线面连接问题的典型结构以及文中所引用结构参数的意义如图 1 所示, 其模型如图 2 所示<sup>[4]</sup>。

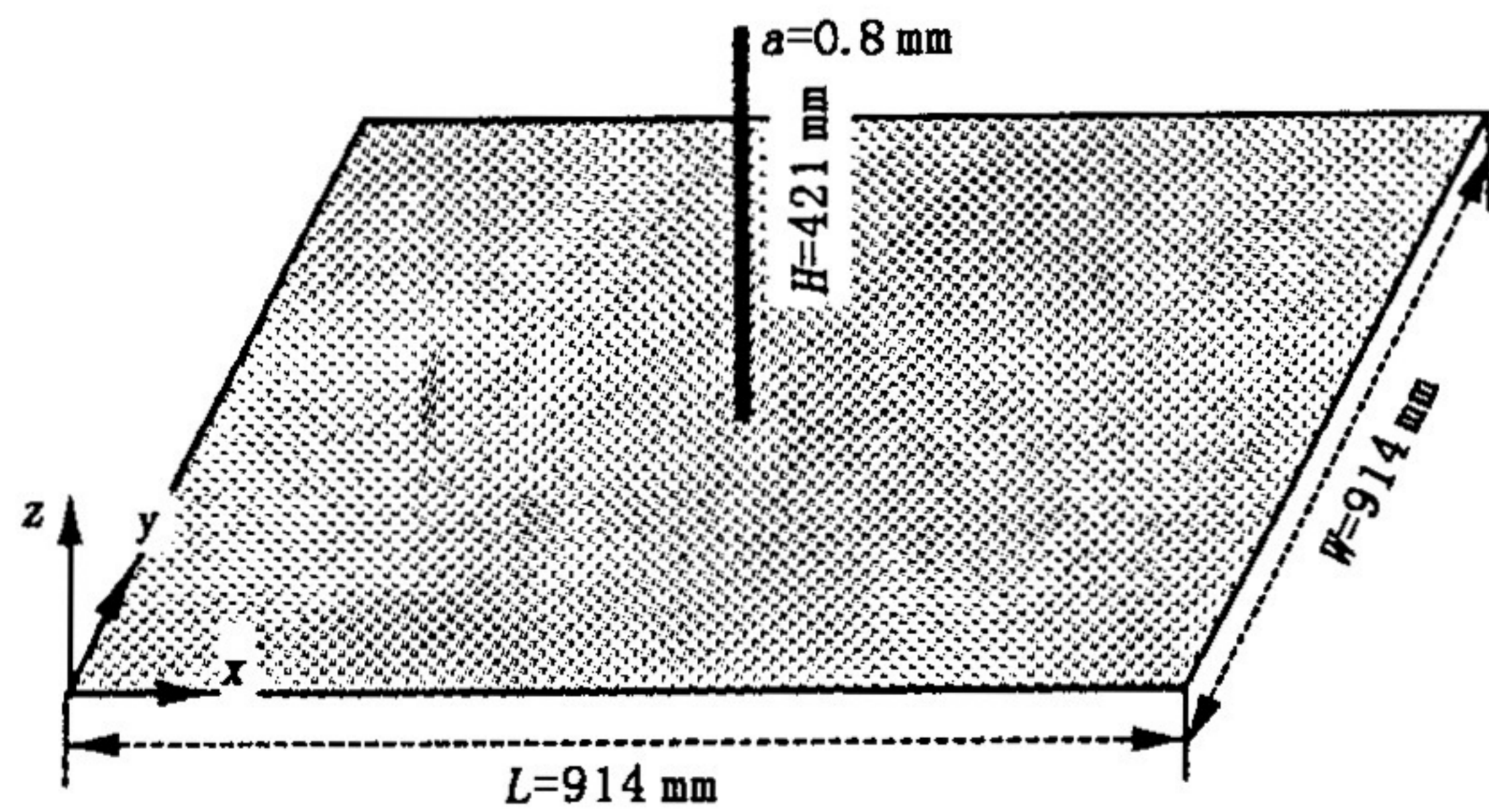


图 1 线面连接问题结构示意图

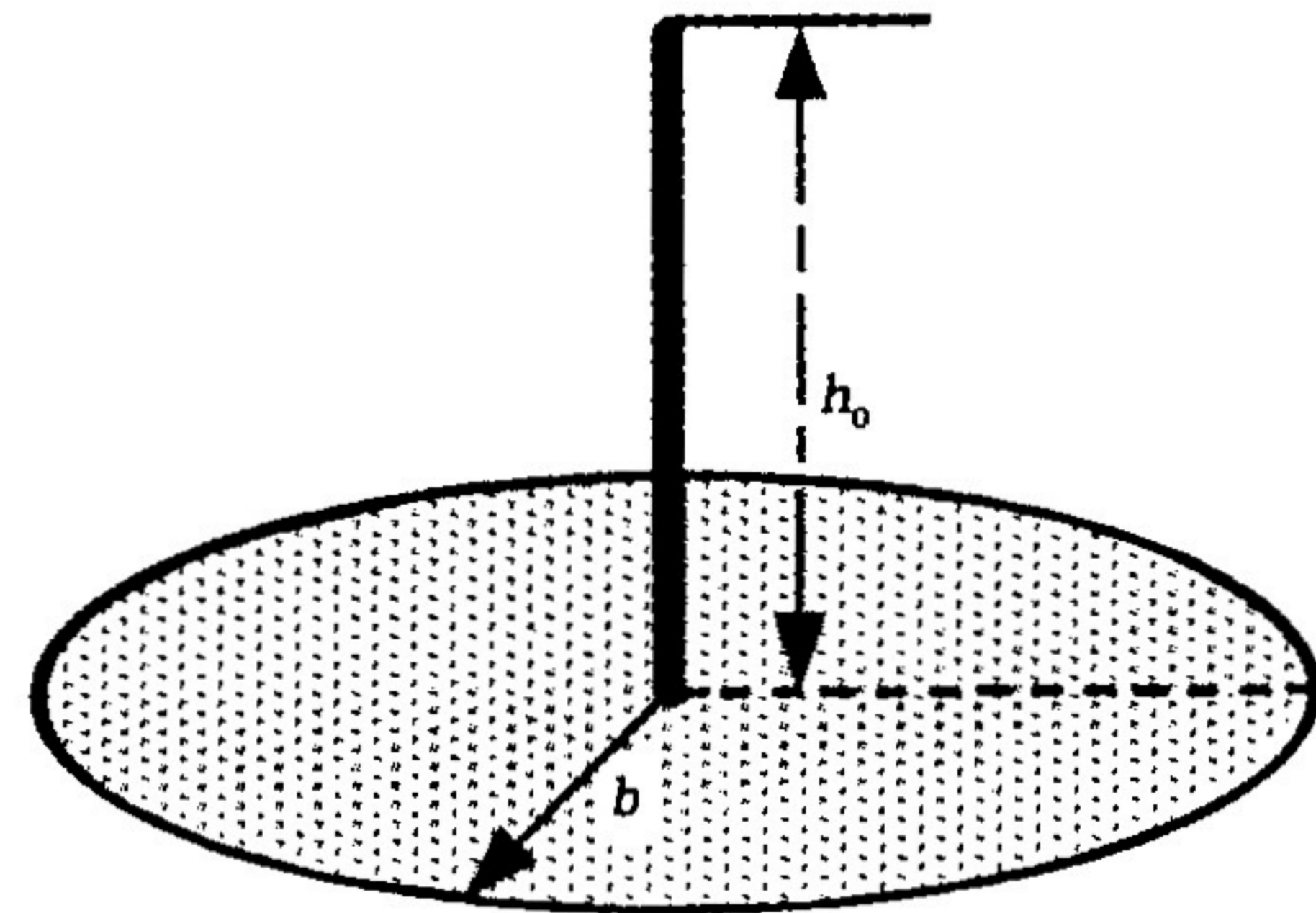


图 2 线面连接模型

关于矩量法的基本原理已有较多文献解释<sup>[5-7]</sup>, 本文就不赘述了, 选取屋脊函数(Rooftop)为基函数, 并采用伽辽金法(Galerkin's method), 线与平板内  $x$  方向电流之间的互阻抗元素的表达式( $y$  方向的积分可类似处理)为

$$Z_{ml}^{pw,x} = \frac{jk\eta}{4\pi} \frac{1}{hy} \int_{x_m-hx}^{x_m+hx} dx \int_{y_m-hy/2}^{y_m+hy/2} dy \int_l \left[ T(l)T(x-x_m)(\vec{u}_l \vec{u}_x) - \frac{1}{k^2} T'(l)T'(x-x_m) \right] \frac{e^{-jkR}}{R} dl \quad (1)$$

式中,  $R = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z'^2}$ ,  $(\vec{u}_l \vec{u}_x) = 0$ ,  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\eta = 120\pi$

收稿日期: 2005 - 05 - 17

作者简介: 秦建军(1977 -), 男, 山西长治人, 博士生, 主要从事天线与电磁兼容及数值计算研究;  
曹祥玉(1964 -), 男, 陕西西安人, 教授, 博士生导师, 主要从事天线与电磁兼容、电磁辐射及散射、电场数值计算研究。

$$T_{x_n}(x') = \begin{cases} \frac{x - x'_{n-1}}{h_x}, & x'_{n-1} \leq x' \leq x'_n \\ \frac{x'_{n-1} - x'}{h_x}, & x'_n \leq x' \leq x'_{n+1} \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad T = \begin{cases} \frac{l - l_{n-1}}{\Delta l}, & l_{n-1} \leq l \leq l_n \\ \frac{l_{n+1} - l}{\Delta l}, & l_n \leq l \leq l_{n+1} \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

$h_x$  为平板沿着  $x$  方向的分段长度,  $\vec{u}_x$  为  $x$  方向单位矢量;  $h_y$  为平板沿着  $y$  方向的分段长度,  $\vec{u}_y$  为  $y$  方向单位矢量;  $\Delta l$  为沿线的分段长度,  $\vec{u}_l$  为沿线的单位矢量。

众所周知,当  $R \rightarrow 0$  时,  $Z_{ml}^{pw,x}$  的积分核函数变化很快,如果采用常见的数值积分,如自适应变步长辛普森积分,将会导致较大的误差,而且非常耗时。

## 2 奇异值提取

这部分采用加减奇异值项的方法处理奇异点,通过处理后的被积函数变化光滑,采用辛普森积分很容易数值积分。采用这种方法,式(1)可表示为

$$Z_{ml}^{pw,x} = \frac{j\eta}{4\pi k} \frac{1}{hy} \int_l T'(l) dl \int_{y_m-hy/2}^{y_m+hy/2} \int_{x_m-hx}^{x_m+hx} T'(x-x_m) \frac{e^{-jkR} - 1}{R} dx - \frac{j\eta}{4\pi k} \frac{1}{hy} \int_l T'(l) dl \int_{y_m-hy/2}^{y_m+hy/2} \int_{x_m-hx}^{x_m+hx} T'(x-x_m) \frac{1}{R} dx \quad (2)$$

因为  $\lim_{R \rightarrow 0} [(e^{-jkR} - 1)/R] = -jk$ , 式(2)的第一部分可以采用辛普森法很容易进行数值积分。但是第二部分被积函数存在  $1/R$  奇异点,幸运的是式(2)的第二部分可以解析求解。设  $u = x - x', v = y - y' \Rightarrow R = \sqrt{u^2 + v^2 + l^2}$ ,  $dx dy = dudv$ , 于是式(2)的第二部分可以表示为

$$\int_{y_m-hy/2}^{y_m+hy/2} \int_{x_m-hx}^{x_m+hx} T'(x-x_m) \frac{1}{R} dx = T'(x-x_m) \int_{v_1}^{v_2} \int_{u_1}^{u_2} \frac{1}{R(u,v)} du \quad (3)$$

二重积分  $\int_{v_1}^{v_2} \int_{u_1}^{u_2} 1/R(u,v) du$  可以解析积分,经过推导式(3)可以化简为

$$\frac{j\eta}{4\pi k} \frac{1}{hy} \int_l T'(l) T'(x) [u \ln(v+R) + v \ln(u+R) - u + l(\arctan(u/l) - \arctan(uv/(lR)))]_{u_1, v_1}^{u_2, v_2} dl \quad (4)$$

$$\text{式中: } T'_{x_m}(x' - x_m) = \begin{cases} \frac{1}{h_x}, & x_{m-1} \leq x' \leq x_m \\ -\frac{1}{h_x}, & x_m \leq x' \leq x_{m-1} \\ 0, & \text{其它} \end{cases}, \quad \text{积分上下限为 } \begin{cases} u_1 = x_m - x' - h_x & v_1 = y_m - y' - h_y \\ u_2 = x_m - x' - h_x/2 & v_2 = y_m - y' - h_y/2 \end{cases}$$

考察式(4)被积函数的特性,很容易看出已经不存在奇异点,可以采用辛普森法进行数值积分,而且原来的三重积分也被化简为一重积分。

## 3 数值计算结果

在计算过程中,我们发现输入导纳受线面连接模型的尺寸影响很大,需要找出一种方法来确定该连接模型的尺寸。当天线工作在谐振频率时,其输入电纳为 0,因此我们可以通过预先计算单极子在其谐振频率点上的输入导纳与线面连接模型尺寸的关系曲线,通过该曲线来确定线面连接模型的尺寸。采用该方法计算了图 1 所示的单极子天线的输入导纳,平板尺寸:  $L \times W = 914 \text{ mm} \times 914 \text{ mm}$ , 单极子长度:  $H = 421 \text{ mm}$ , 半径  $a = 0.8 \text{ mm}$ 。本算例的输入导纳与线面连接模型的半径  $b$  之间的关系曲线如图 3 所示,从曲线上可以看出在 0.1 附近单极子的输入电纳趋于 0,即  $b \approx 0.107\lambda$ ,  $\lambda$  是自由空间波长。选择  $b = 0.107\lambda$  计算得到的输入导纳结果如图 4 所示。从曲线可以清楚地看出,计算结果和测量结果吻合的很好。

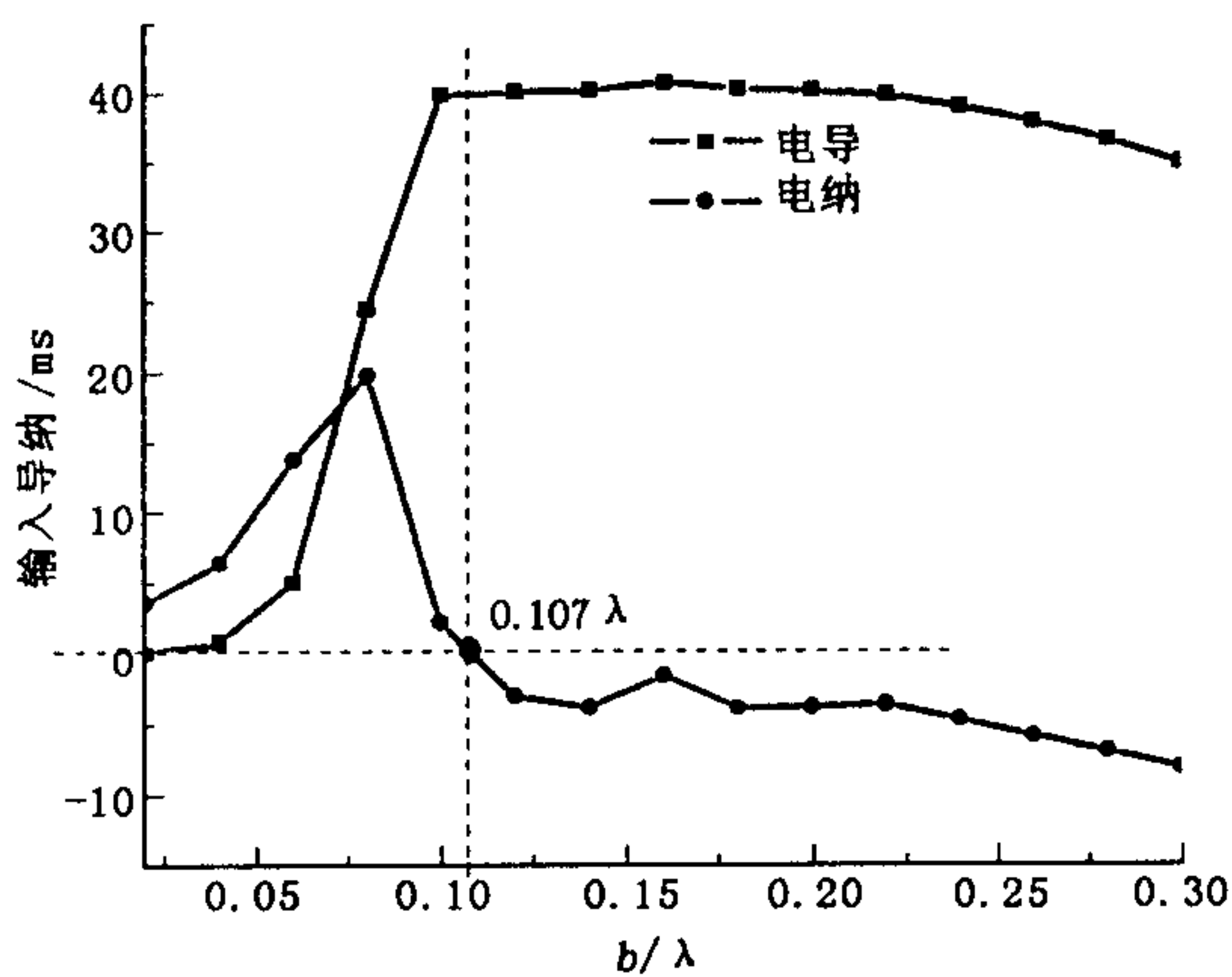


图3  $f = 170$  MHz 单极子的输入导纳与线面连接模型半径之间的关系曲线

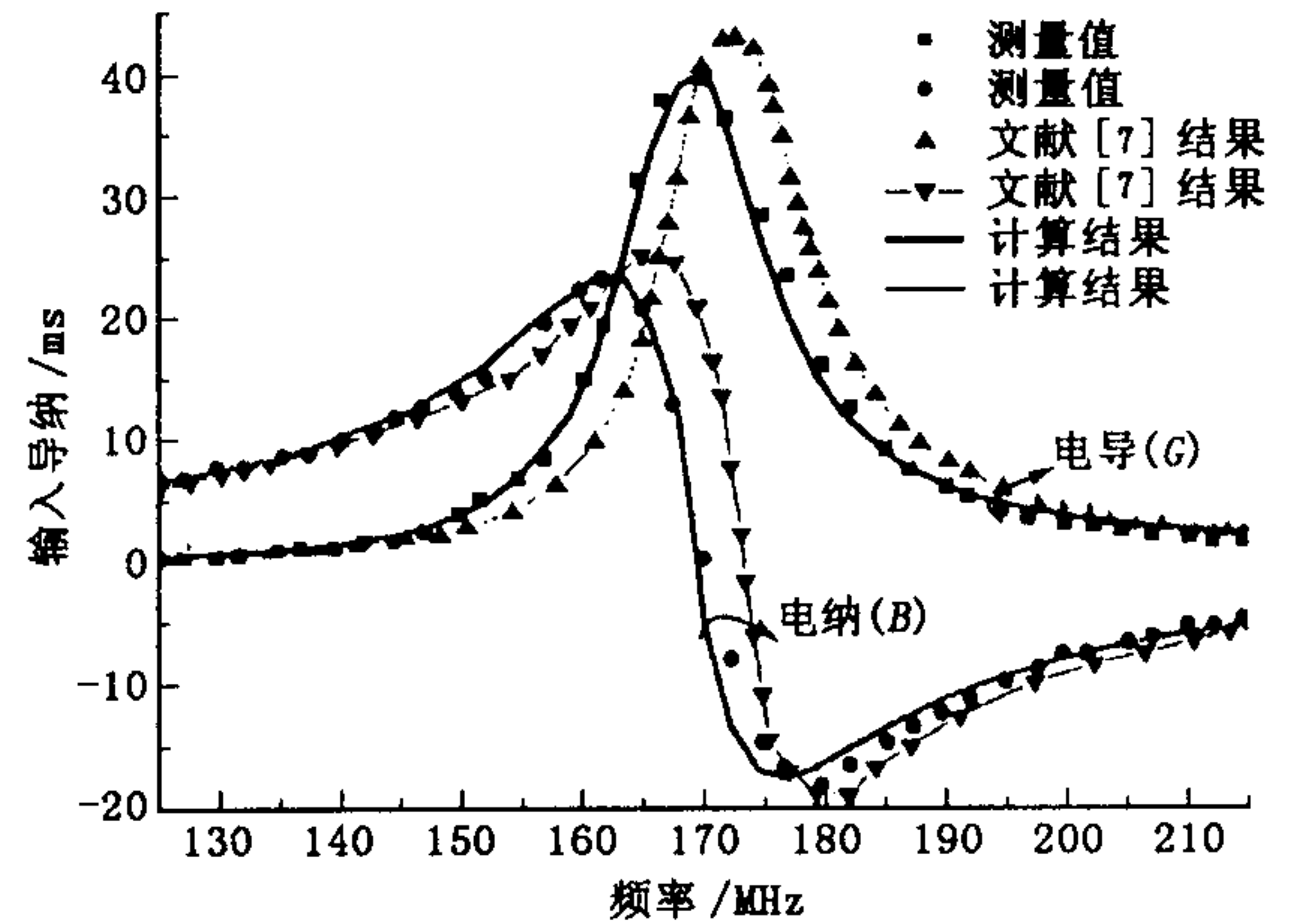


图4 计算结果、测量结果和文献[7]的计算结果对比

## 4 结束语

文中采用解析的方法处理了线面连接点处的互阻抗表达式中的奇异点,并且将积分由三重降为一重,从而在提高了计算精度的同时也节省了计算时间。计算结果、文献结果以及测量结果三者对比,不难发现文中处理奇异点中导出的解析式和采用的确定连接模型半径的方法是有效的、精确的,这无疑为准确分析具有线面连接问题的电磁问题提供了有效的途径和参考。

### 参考文献:

- [1] Lale Alatan, Aksun M I. Analytical Evaluation of the MOM Matrix Elements[J]. IEEE Trans Microwave Theory Techn, 1996, 44: 519 - 525.
- [2] 秦建军, 张厚. 线天线阵单元间距对互耦的影响[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2002, 3(3): 61 - 63.
- [3] 宗卫华, 万继响, 梁昌洪. 导体线面连接问题中奇异函数积分的计算[J]. 微波学报, 2004, 20: 6 - 9.
- [4] Xiangyu Cao, Pei Li, Luk K M, et al. Efficient Analysis of L - Probe Coupled Patch Antenna Arrays Mounted on a Finite Conducting Cylinder[J]. Microwave Opt Technol Lett, 2004, 41: 403 - 407.
- [5] 李世智. 电磁辐射散射的矩量法[M]. 北京: 电子工业出版社 1985.
- [6] Newman E H, Pozar D M. Considerations for Efficient Wire/Surface Modeling[J]. IEEE Trans. Antenna Propagat, 1980, 28: 121 - 125.
- [7] 刘刚, 秦建军. 单极粗振子天线的超宽带性能分析[J]. 空军工程大学学报(自然科学版) 2002, 3(4): 35 - 38.

(编辑: 田新华)

## Efficient Analysis of the Wire / Plate Attachment

QIN Jian - jun<sup>1</sup>; CAO Xiang - yu<sup>2</sup>, GAO Jun<sup>2</sup>, YIN Zhao - wei<sup>1</sup>

(1. The Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan, Shaanxi 713800, China; 2. The Telecommunication Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710077, China)

**Abstract:** In this paper, the singular integral is treated analytically, and a method to ascertain the attachment radii is proposed. A monopole is analyzed by the method provided in this paper. The calculated results agree well with those of the reference and the measurement respectively, which indicates that the analytical expressions derived in this paper are correct and accurate and the method to ascertain the attachment radii is efficient.

**Key words:** wire attachment; singular integral; MOM; rooftop